

பூஜ்ஜியத்தின் மறுபக்கம்

► முழு எண்கள்



0674CH10

மேலும் மற்றும் குடுதலான எண்கள்!

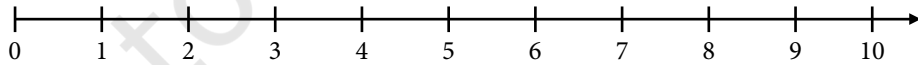
கணித படிப்பில் நாம் கற்றுக்கொண்ட முதல் எண்கள் 1, 2, 3, 4, ...

பின்னர் இன்னும் அதிகமான எண்கள் இருப்பதைக் கற்றுக்கொண்டோம்! எடுத்துக்காட்டாக, 0 (பூஜ்ஜியம்) என்ற எண் உள்ளது, அது 1 க்கு முன் வருகிறது. 0 என்ற எண் இந்தியாவிலும் இப்போது உலகிலும் மிக முக்கியமான வரலாற்றைக் கொண்டுள்ளது. எடுத்துக்காட்டாக, உலகம் முழுவதும் 0 முதல் 9 வரையிலான இலக்கங்களைப் பயன்படுத்தி இந்திய எண் அமைப்பில் எண்களை எழுதக் கற்றுக்கொள்கிறோம், இது இந்த 10 இலக்கங்களைப் பயன்படுத்தி எவ்வளவு பெரியதாக இருந்தாலும் சரி, சிறியதாக இருந்தாலும் சரி எண்களை எழுத அனுமதிக்கிறது.

0, 1, 2, 3, 4, ... போன்ற எண்களுக்கு இடையில் இருக்கும் அதிக எண்களைப் பற்றி நாங்கள் கற்றுக்கொண்டோம் $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{2}$ மற்றும் $\frac{13}{6}$. இவை பின்னங்கள் என்று அழைக்கப்படுகின்றன.

ஆனால் இன்னும் அதிக எண்கள் உள்ளனவா? சரி, 0 என்பது நாம் முன்பு அறிந்திராத கூடுதல் எண், மேலும் இது 1 க்கு முன் வருகிறது மற்றும் 1 ஐ விட குறைவாக உள்ளது. ஒருவேளை 0 க்கு முன் வரும் எண்கள் மற்றும் 0 ஐ விட குறைவாக இருக்கும் எண்கள் உள்ளனவா?

வேறு வழியில் சொற்றொடர் செய்தால், எண் கோட்டைப் பார்த்தோம்:



இருப்பினும், இது உண்மையில் ஒரு எண் மட்டுமே 'கதிர்', வடிவவியலில் நாம் முன்பு கற்ற மொழியில்; இந்தக் கதிர் 0 இல் தொடங்கி எப்போதும் வலதுபுறம் செல்கிறது. 0 க்கு இடப்புறம் எண்கள் உள்ளதா, இதனால் இந்த எண் கதிர் ஒரு உண்மையான எண் கோட்டிற்கு நிறைவு செய்யப்படுமா?

அதைத்தான் இந்த அத்தியாயத்தில் ஆராய்வோம்!

☀ 0 க்கும் குறைவான எண் இருக்க முடியுமா? எதையாவது 0 க்கும் குறைவாக வைத்திருக்க ஏதேனும் வழிகளை நீங்கள் சிந்திக்க முடியுமா?

10.1 பேலாவின் பில்லிங் ஆஃப் ஃபன்

பேலாவின் சுவையான ஐஸ்கிரீமைப் பார்க்கவும் சுவைக்கவும் குழந்தைகள் அவரது ஐஸ்கிரீம் தொழிற்சாலைக்கு வருகிறார்கள். அவர்களுக்கு இன்னும் வேடிக்கையாக இருக்க, பேலா பல மாடிகட்டிடத்தை வாங்கினார் கட்டிடம் கட்டி அதை ஈர்ப்புகளால் நிரப்பியது. அவள் அதற்கு பெயரிட்டாள் பேலாவின் வேடிக்கையான கட்டிடம்.

ஆனால் இது சாதாரண கட்டிடம் அல்ல!

'பில்லிங் ஆஃப் ஃபன்' இல் உள்ள சில தளங்கள் தரைக்கு கீழே இருப்பதைக் கவனியுங்கள். இந்த மாடிகளில் நீங்கள் காணும் கடைகள் யாவை? தரை தளத்தில் என்ன இருக்கிறது?

மாடிகளுக்கு இடையில் மேலும் கீழும் செல்ல ஒரு லிப்ட் பயன்படுத்தப்படுகிறது. இது இரண்டு பொத்தான்களைக் கொண்டுள்ளது: மேலே செல்ல '+' மற்றும் கீழே செல்ல '-'. லிப்டை கண்டுபிடிக்க முடியுமா?

'வெல்கம் ஹாலில்' இருந்து கலை மையத்திற்குச் செல்ல, நீங்கள் '+' பொத்தானை இரண்டு முறை அழுத்த வேண்டும்.

பொத்தானை அழுத்தினால் + + அல்லது + 2 என்று சொல்கிறோம்.

இரண்டு மாடிகள் கீழே செல்ல, நீங்கள் '-' பொத்தானை இரண்டு முறை அழுத்த வேண்டும், அதை நாங்கள் - அல்லது - 2 என்று எழுதுகிறோம்.

எனவே நீங்கள் + 1 ஐ அழுத்தினால் (அதாவது, நீங்கள் '+' பொத்தானை ஒரு முறை அழுத்தினால்), நீங்கள் ஒரு தளத்திற்குச் செல்வீர்கள், நீங்கள் - 1 ஐ அழுத்தினால் (அதாவது, நீங்கள் '-' பொத்தானை ஒரு முறை அழுத்தினால்), நீங்கள் 1 தளத்திற்கு கீழே செல்வீர்கள்.

லிஃப்ட் பட்டனை அழுத்தி எண்கள்:

+++ என்பது + என எழுதப்படுகிறது 3

---- என எழுதப்படுகிறது - 4

நாலு மாடி மேலே போக என்ன அழுத்துவீங்க? மூன்று மாடிகள் கீழே செல்ல நீங்கள் என்ன அழுத்துகிறீர்கள்?



வேடிக்கையான கட்டிடத்தில் மாடிகளை எண்ணுதல்

'வேடிக்கையான கட்டிடம்' நுழைவு தரை தளத்தில் உள்ளது மற்றும் 'வரவேற்பு மண்டபம்' என்று அழைக்கப்படுகிறது. தரை தளத்திலிருந்து தொடங்கி, நீங்கள் + 1 ஐ அழுத்துவதன் மூலம் ஃபுட் கோர்ட்டை அடையலாம் மற்றும் + 2 ஐ அழுத்துவதன் மூலம் கலை மையத்தை அடையலாம். எனவே, ஃபுட் கோர்ட் மாடி + 1 இல் உள்ளது என்றும் கலை மையம் தளம் + 2 இல் உள்ளது என்றும் நாம் கூறலாம்.

தரை தளத்திலிருந்து தொடங்கி, பொம்மை கடையை அடைய நீங்கள் - 1 ஐ அழுத்த வேண்டும். எனவே, பொம்மைக் கடை இதேபோல் தரை - 1 இல் உள்ளது தரை தளத்திலிருந்து தொடங்கி, வீடியோ கேம்ஸ் கடையை அடைய நீங்கள் - 2 ஐ அழுத்த வேண்டும். எனவே, வீடியோ கேம்ஸ் கடை மாடி - 2 இல் உள்ளது.

தரை தளம் தளம் 0 என்று அழைக்கப்படுகிறது. ஏன் என்று உங்களால் பார்க்க முடிகிறதா?

☀ பில்லிங் ஆஃப் ஃபனில் உள்ள அனைத்து தளங்களுக்கும் எண் இடுங்கள்.

+ 3 என்பது புத்தகக் கடையின் தரை எண் என்பதை நீங்கள் கவனித்தீர்களா, ஆனால் நீங்கள் + 3 ஐ அழுத்தும்போது நீங்கள் நகர்த்தும் தளங்களின் எண்ணிக்கையும் இதுதான்? இதேபோல், - 3 என்பது தரை எண், ஆனால் நீங்கள் - 3 ஐ அழுத்தும்போது நீங்கள் கீழே செல்லும் தளங்களின் எண்ணிக்கையும் இதுதான், அதாவது, நீங்கள் அழுத்தும்போது - - .

முன்னால் '+' குறியுடன் கூடிய எண் ஒரு என்று அழைக்கப்படுகிறது **நேர்மறை எண்**. முன்னால் '-' குறியுடன் கூடிய எண் ஒரு என்று அழைக்கப்படுகிறது **எதிர்மறை எண்**.

'பில்லிங் ஆஃப் ஃபன்' இல், தரை தளம், தளம் 0, ஒரு குறிப்பு அல்லது தொடக்க புள்ளியாக பயன்படுத்தி தளங்கள் எண்ணப்படுகின்றன. தரை தளத்திற்கு மேலே உள்ள தளங்கள் நேர்மறை எண்களுடன் எண்ணிடப்பட்டுள்ளன. தரை தளத்தில் இருந்து அவற்றை அடைய, ஒருவர் '+' பொத்தானை சில முறை அழுத்த வேண்டும். தரைக்கு கீழே உள்ள தளங்கள் எதிர்மறை எண்களுடன் எண்ணிடப்பட்டுள்ளன. தரை தளத்திலிருந்து அவற்றை அடைய, ஒருவர் '-' பொத்தானை சில முறை அழுத்த வேண்டும்.

பூஜ்ஜியம் என்பது நேர்மறை அல்லது எதிர்மறை எண் அல்ல. அதன் முன் '+' அல்லது '-' அடையாளத்தை நாங்கள் வைப்பதில்லை.



இயக்கத்தைக் கண்காணிக்கக் கூடுதலாக

ஃபுட் கோர்ட்டில் இருந்து தொடங்கி லிஃப்டில் + 2 ஐ அழுத்தவும். எங்கே போய்ச் சேரும்? _____

இதை ஒரு வெளிப்பாட்டைப் பயன்படுத்தி விவரிக்கலாம்:

தொடக்க தளம் + இயக்கம் = இலக்கு தளம்.

தொடக்கத் தளம் + 1 (ஃபுட் கோர்ட்) மற்றும் பொத்தானை அழுத்தும் எண்ணிக்கை + 2. எனவே, நீங்கள் இலக்கு தளத்தை அடைகிறீர்கள் $(+ 1) + (+ 2) = + 3$ (புத்தகக் கடை).

☀ அதைக் கண்டுபிடியுங்கள்

1. நீங்கள் மாடி + 2 இலிருந்து தொடங்கி லிப்டில் - 3 ஐ அழுத்தவும். எங்கே போய்ச் சேரும்? இந்த இயக்கத்திற்கு ஒரு வெளிப்பாட்டை எழுதுங்கள்.
2. இந்த வெளிப்பாடுகளை மதிப்பிடுங்கள் (வேடிக்கையின் கட்டிடத்தைக் குறிப்பிடுவதன் மூலம் அவற்றை தொடக்க தளம் + இயக்கம் என்று நீங்கள் நினைக்கலாம்).

a. $(+ 1) + (+ 4) =$ _____	b. $(+ 4) + (+ 1) =$ _____
c. $(+ 4) + (- 3) =$ _____	d. $(- 1) + (+ 2) =$ _____
e. $(- 1) + (+ 1) =$ _____	f. $0 + (+ 2) =$ _____
g. $0 + (- 2) =$ _____	
3. வெவ்வேறு தளங்களில் தொடங்கி, தளம் - 5 ஐ அடைய தேவையான இயக்கங்களைக் கண்டறியவும். உதாரணமாக, நான் மாடி + 2 இல் தொடங்கினால், மாடி - 5 ஐ அடைய நான் - 7 ஐ அழுத்த வேண்டும். கோவை $(+ 2) + (- 7) = - 5$.
இதுபோன்ற மேலும் பல தொடக்க நிலைகள் மற்றும் தளம் - 5 ஐ அடைய தேவையான இயக்கங்களைக் கண்டறிந்து கோவைகளை எழுதவும்.

பொத்தானை அழுத்துவதை இணைப்பதும் கூடுதலாகும்

குர்மித் பொம்மை கடையில் இருந்தார், இரண்டு மாடிகள் கீழே செல்ல விரும்பினார். ஆனால் தவறுதலாக '+' பட்டனை இரண்டு முறை அழுத்தினார். அவர் தனது தவறை உணர்ந்து விரைவாக '-' பொத்தானை மூன்று முறை அழுத்தினார். பொம்மைக் கடைக்கு கீழே அல்லது மேலே எத்தனை தளங்களை குர்மிட் அடையும்?

குர்மித் ஒரு மாடி கீழே செல்வார். பொத்தானை அழுத்துவதை ஒரு வெளிப்பாடாக இணைப்பதன் விளைவாக ஏற்படும் இயக்கத்தை நாம் காட்டலாம்: $(+ 2) + (- 3) = - 1$.

☀ அதைக் கண்டுபிடியுங்கள்

இந்த வெளிப்பாடுகளை பொத்தானை அழுத்துவதன் விளைவாக ஏற்படும் இயக்கமாக நினைத்து மதிப்பிடுங்கள்:

- a. $(+1) + (+4) = \underline{\hspace{2cm}}$ b. $(+4) + (+1) = \underline{\hspace{2cm}}$
 c. $(+4) + (-3) + (-2) = \underline{\hspace{2cm}}$ d. $(-1) + (+2) + (-3) = \underline{\hspace{2cm}}$

மீண்டும் பூஜ்ஜியம்!

தரை தளத்தில், பசந்த் மிகவும் அவசரமாக இருக்கிறார், தவறுதலாக அவர் +3 ஐ அழுத்துகிறார். அதை ரத்து செய்து தரை தளத்தில் தங்க அவர் என்ன செய்ய முடியும்? அவர் அழுத்துவதன் மூலம் அதை ரத்து செய்யலாம் -3. அதாவது, $(+3) + (-3) = 0$.

நாம் அழைக்கிறோம் -3 +3 இன் தலைகீழ். இதேபோல், -3 இன் தலைகீழ் +3 ஆகும்.

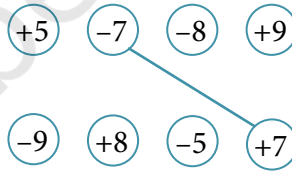
இப்போது பசந்த் +4 ஐ அழுத்தி, லிப்டில் -4 ஐ அழுத்தினால், அவர் எங்கே செல்வார்?

தலைகீழ் கருத்தைப் பற்றி சிந்திக்க மற்றொரு வழி இங்கே. நீங்கள் மாடி +4 இல் இருந்தால், அதன் தலைகீழ் -4 ஐ அழுத்தினால், நீங்கள் மீண்டும் பூஜ்ஜியத்திற்கு, தரை தளத்திற்கு வருகிறீர்கள்! நீங்கள் தளம் -2 இல் இருந்தால், அதன் தலைகீழ் +2 ஐ அழுத்தினால், நீங்கள் $(-2) + (+2) = 0$ க்குச் செல்லுங்கள், மீண்டும் தரை தளம்!

☀ இந்த எண்களின் தலைகீழிகளை எழுதுங்கள்:

+4, -4, -3, 0, +2, -1.

☀ கோடுகளை வரைவதன் மூலம் தலைகீழுகளை இணைக்கவும்.



மாடிகளைப் பயன்படுத்தி எண்களை ஒப்பிடுதல்

☀ கீழ் தளத்தில் இருப்பவர் யார்?

1. ஜே ஆர்ட் சென்டரில் இருக்கிறார். எனவே, அவர் +2 தளத்தில் இருக்கிறார்.
2. அசின் ஸ்போர்ட்ஸ் சென்டரில் இருக்கிறார். எனவே, அவள் மாடியில் _____ இருக்கிறாள்.
3. பின்னு சினிமா சென்டரில் இருக்கிறார். எனவே, அவள் மாடியில் _____ இருக்கிறாள்.
4. அமன் பொம்மைகள் கடையில் இருக்கிறான். எனவே, அவர் மாடி _____ இல் இருக்கிறார்.



தளம் +3 தளம் +4 ஐ விட குறைவாக உள்ளது. $+3 < +4$. என்று எழுதுகிறோம் $+4 > +3$ என்றும் எழுதுகிறோம்.

☀ -3 < -4 அல்லது $-4 < -3$ என்று எழுத வேண்டுமா?

தளம் - 4 தளம் - 3 ஐ விட குறைவாக உள்ளது. எனவே, $-4 < -3$. எழுதுவதும் சரியானது $-3 > -4$

☀ அதைக் கண்டுபிடியுங்கள்

1. பில்லிங் ஆஃப் ஃபன் பயன்படுத்தி பின்வரும் எண்களை ஒப்பிட்டு பெட்டிகளை < அல்லது >நிரப்பவும்.

a. -2 $+5$

b. -5 $+4$

c. -5 -3

d. $+6$ -6

e. 0 -4

f. 0 $+4$

அனைத்து எதிர்மறை எண் தளங்களும் தளம் 0 க்கு கீழே இருப்பதை கவனிக்கவும். எனவே, அனைத்து எதிர்மறை எண்களும் 0 க்கும் குறைவாக இருக்கும். அனைத்து நேர்மறை எண் தளங்களும் மாடி 0 க்கு மேலே உள்ளன. எனவே, அனைத்து நேர்மறை எண்களும் 0 ஐ விட அதிகமாக இருக்கும்.

2. அதிக தளங்களுடன் வேடிக்கையான கட்டிடத்தை கற்பனை செய்து பாருங்கள். எண்களை ஒப்பிட்டு பெட்டிகளை < அல்லது >நிரப்பவும்:

a. -10 -12

b. $+17$ -10

c. 0 -20

d. $+9$ -9

e. -25 -7

f. $+15$ -17

3. வலதுபுறத்தில் கோடாகக் காட்டப்பட்டுள்ள கட்டிடத்தில் தளம் A = -12, தளம் D = -1 மற்றும் தளம் E = +1 எனில், B, C, F, G மற்றும் H மாடிகளின் எண்களைக் கண்டறியவும்.

4. வலதுபுறத்தில் காட்டப்பட்டுள்ள கட்டிடத்தின் பின்வரும் தளங்களைக் குறிக்கவும்.

a. -7

b. -4

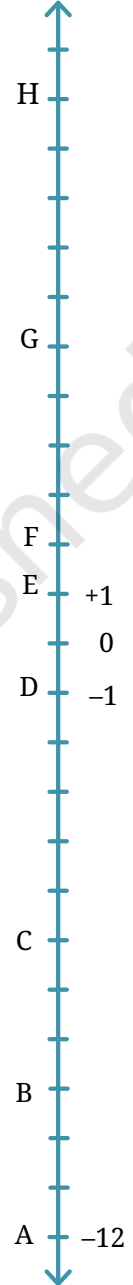
c. +3

d. -10

எந்த பொத்தானை அழுத்த வேண்டும் என்பதைக் கண்டுபிடிக்க கழித்தல்

உள்ளே முந்தைய வகுப்புகளில், கழித்தல் என்பதன் பொருளை 'எடுத்துக்கொள்' என்று புரிந்துகொண்டோம். உதாரணமாக, அலமாரியில் 10 புத்தகங்கள் உள்ளன. 4 புத்தகங்களை எடுத்துச் செல்கிறேன். அலமாரியில் எஞ்சியுள்ளவை எத்தனை?

கழித்தலைப் பயன்படுத்தி நாம் பதிலை வெளிப்படுத்தலாம்: $10 - 4 = 6$ அல்லது 'பத்து எடுத்து நாலு ஆறு.'



கழித்தல் என்பதற்கு ஒப்பீடு அல்லது அளவுகளை சமமாக்குதல் தொடர்பான மற்றொரு பொருளையும் நீங்கள் அறிந்திருக்கலாம். உதாரணமாக, இந்த சூழ்நிலையைக் கவனியுங்கள்: என்னிடம் உள்ளது `10 என்னுடனும் என் சகோதரியுடனும் `6.

இப்போது, நான் கேள்வி கேட்க முடியும்: என்னைப் போலவே என் சகோதரிக்கும் அதே தொகையைப் பெறுவதற்கு இன்னும் எவ்வளவு பணம் கிடைக்க வேண்டும்?’

இதை நாம் இரண்டு வழிகளில் எழுதலாம்: $6 + ? = 10$ அல்லது $10 - 6 = ?$

இங்கே, 'கூட்ட வேண்டிய விடுபட்ட எண்ணைக் கண்டறிதல்' மற்றும் கழித்தல் ஆகியவற்றுக்கு இடையேயான தொடர்பைக் காண்கிறோம்.

நேர்மறை மற்றும் எதிர்மறை எண்களின் கழித்தலுக்கு, கழித்தலின் இந்த அர்த்தத்தை 'சமமாக்குதல்' அல்லது 'சேர்க்க வேண்டிய விடுபட்ட எண்ணைக் கண்டறிதல்' என்று பயன்படுத்துவோம்.

☀ இந்த கண்ணோட்டத்தில் $15 - 5$, $100 - 10$ மற்றும் $74 - 34$ ஆகியவற்றை மதிப்பிடுங்கள்.

ஆசிரியரின் குறிப்பு

பொதுவாக, இரண்டு சமமற்ற அளவுகள் இருக்கும்போது, கழித்தல் அளவுகளை சமமாக்க தேவையான மாற்றத்தைக் குறிக்கும். இலக்கு அளவாக மாறுவதற்கு தொடக்க அளவு எவ்வளவு மாற வேண்டும் என்பதை கழித்தல் காட்டுகிறது. வெவ்வேறு தள நிலைகளின் சூழலில், தொடக்க தளத்திலிருந்து இலக்கு தளத்தை அடைய என்ன மாற்றம் தேவை? தேவையான மாற்றம் நேர்மறையாகவோ (அதிகரிப்புக்காக) அல்லது எதிர்மறையாகவோ (குறைவுக்காக) இருக்கலாம் என்பதைக் கவனிக்கவும்.

உங்கள் தொடக்க தளம் கலை மையம் மற்றும் உங்கள் இலக்கு தளம் விளையாட்டு மையம். உங்கள் பொத்தானை என்ன அழுத்த வேண்டும்?

நீங்கள் மூன்று மாடிகள் மேலே செல்ல வேண்டும், எனவே நீங்கள் $+ 3$ ஐ அழுத்த வேண்டும். கழித்தலைப் பயன்படுத்தி இதை ஒரு வெளிவையாக எழுதலாம்:

இலக்கு தளம் - தொடக்க தளம் = இயக்கம் தேவை.

மேலே உள்ள எடுத்துக்காட்டில், தொடக்க தளம் $+ 2$ (கலை மையம்) மற்றும் இலக்கு தளம் $+ 5$ ஆகும். $+ 5$ இலிருந்து $+ 2$ ஐப் பெற பொத்தானை அழுத்தவும் $+ 3$. எனவே

$$(+5) - (+2) = +3$$

விளக்கம்

கூட்டலுக்கும் கழித்தலுக்கும் இடையேயான தொடர்பை நினைவுகூருங்கள். $3 + 2 = 5$, கழித்தலைப் பயன்படுத்தி விடுபட்ட எண்ணைக் காணலாம்: $5 - 3 = 2$. அதாவது, கழித்தல் என்பது விடுபட்ட எண்ணைக் கண்டுபிடிப்பதற்கு சமம்.

அதை நாம் அறிவோம் -

தொடக்க தளம் + இயக்கம் தேவை = இலக்கு தளம்

தேவையான இயக்கம் கிடைக்க வேண்டுமானால்,

தொடக்க தளம் + ? = இலக்கு தளம்

எனவே

இலக்கு தளம் - தொடக்க தளம் = ? = இயக்கம் தேவை

மேலும் உதாரணமாக:

- இலக்கு தளம் - 1 மற்றும் தொடக்க தளம் - 2 என்றால், நீங்கள் எந்த பொத்தானை அழுத்த வேண்டும்?
நீங்கள் ஒரு தளம் மேலே செல்ல வேண்டும், எனவே, நீங்கள் + 1 ஐ அழுத்த வேண்டும்.
உரை: $(-1) - (-2) = (+1)$
- இலக்கு தளம் - 1 மற்றும் தொடக்க தளம் +3 என்றால், நீங்கள் எந்த பொத்தானை அழுத்த வேண்டும்?
நீங்கள் நான்கு மாடிகள் கீழே செல்ல வேண்டும், எனவே, நீங்கள் அழுத்த வேண்டும் - 4.
உரை: $(-1) - (+3) = (-4)$
- இலக்கு தளம் +2 மற்றும் தொடக்க தளம் - 2 என்றால், நீங்கள் எந்த பொத்தானை அழுத்த வேண்டும்?
நான்கு மாடிகள் மேலே செல்ல வேண்டும், எனவே, +4 அழுத்த வேண்டும்.
உரை: $(+2) - (-2) = (+4)$

அதைக் கண்டுபிடியுங்கள்

இந்த வெளிப்பாடுகளை பூர்த்தி செய்யவும். தொடக்க தளத்திலிருந்து இலக்கு தளத்தை அடைய தேவையான இயக்கத்தைக் கண்டுபிடிப்பதற்கு நீங்கள் நினைக்கலாம்.

- | | |
|---|---|
| a. $(+1) - (+4) = \underline{\hspace{2cm}}$ | b. $(0) - (+2) = \underline{\hspace{2cm}}$ |
| c. $(+4) - (+1) = \underline{\hspace{2cm}}$ | d. $(0) - (-2) = \underline{\hspace{2cm}}$ |
| e. $(+4) - (-3) = \underline{\hspace{2cm}}$ | f. $(-4) - (-3) = \underline{\hspace{2cm}}$ |
| g. $(-1) - (+2) = \underline{\hspace{2cm}}$ | h. $(-2) - (-2) = \underline{\hspace{2cm}}$ |
| i. $(-1) - (+1) = \underline{\hspace{2cm}}$ | j. $(+3) - (-3) = \underline{\hspace{2cm}}$ |

பெரிய எண்களைச் சேர்த்து கழித்தல்

படத்தில் ஒரு சுரங்கம் உள்ளது, இது பாறையைத் தோண்டி கனிமங்களைப் பிரித்தெடுக்கும் இடம். லாரி தரை மட்டத்தில் உள்ளது, ஆனால் தாதுக்கள் தரை மட்டத்திற்கு மேலேயும் கீழேயும் உள்ளன. மக்களையும் தாதுக்களையும் ஏற்றிச் செல்லும் சுரங்கத்தில் மேலும் கீழும் நகரும் வேகமாக நகரும் லிப்ட் உள்ளது.

சிலநிலைகள் படத்தில் குறிக்கப்பட்டுள்ளன. தரை மட்டம் 0 என குறிக்கப்பட்டுள்ளது. தரைக்கு மேலே உள்ள நிலைகள் நேர்மறை எண்களாலும், தரைக்கு கீழே உள்ள மட்டங்கள் எதிர்மறை எண்களாலும் குறிக்கப்படுகின்றன. இந்த எண் தரை மட்டத்திற்கு எத்தனை மீட்டர் மேலே அல்லது கீழே உள்ளது என்பதைக் குறிக்கிறது.

சுரங்கத்தில், வேடிக்கையான கட்டிடத்தைப் போலவே:

தொடக்க நிலை + இயக்கம் = இலக்கு நிலை

உதாரணமாக

$$(+40) + (+60) = +100 \quad (-90) + (-55) = -145$$

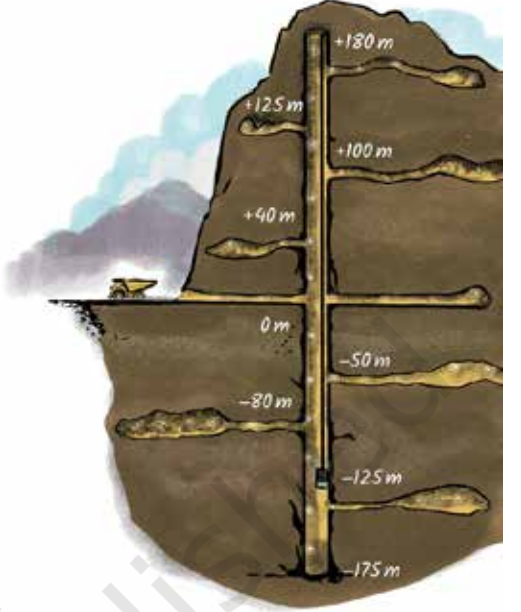
இலக்கு நிலை - தொடக்க நிலை = இயக்கம் தேவை

உதாரணமாக

$$(+40) - (-50) = +90 \quad (-90) - (+40) = -130$$

எத்தனை எதிர்மறை எண்கள் உள்ளன?

பேலாவின் ஃபன் கட்டிடம் மேலே ஆறு தளங்களையும் கீழே ஐந்து தளங்களையும் மட்டுமே கொண்டிருந்தது. அதாவது எண்கள் - 5 முதல் + வரை 6. மேலே உள்ள சுரங்கத்தில், எங்களிடம் எண்கள் உள்ளன - 200 முதல் + வரை 180. ஆனால் பெரிய கட்டிடங்கள் அல்லது கண்ணிவெடிகளை நாம் கற்பனை செய்யலாம். நேர்மறை எண்கள் + 1, + 2, + 3, ... முடிவில்லாமல் மேலே போய்க் கொண்டே இருங்கள், அதேபோல், எதிர்மறை எண்கள் - 1, - 2, - 3, ... கீழே போய்க் கொண்டே இருங்கள். பூஜ்ஜியத்துடன் கூடிய நேர்மறை மற்றும் எதிர்மறை எண்கள் என்று அழைக்கப்படுகின்றன **முழு எண்கள்**. அவை 0 இலிருந்து இரு வழிகளிலும் செல்கின்றன: ... - 4, - 3, - 2, - 1, 0, 1, 2, 3, 4, ...



☀ அதைக் கண்டுபிடியுங்கள்

இந்த expressionகளை பூர்த்தி செய்யவும்.

a. $(+40) + \underline{\hspace{2cm}} = +200$

b. $(+40) + \underline{\hspace{2cm}} = -200$

c. $(-50) + \underline{\hspace{2cm}} = +200$

d. $(-50) + \underline{\hspace{2cm}} = -200$

e. $(-200) - (-40) = \underline{\hspace{2cm}}$

f. $(+200) - (+40) = \underline{\hspace{2cm}}$

g. $(-200) - (+40) = \underline{\hspace{2cm}}$

கண்ணிவெடியில் உள்ள இயக்கத்தைப் பற்றி சிந்தித்து உங்கள் பதில்களைச் சரிபார்க்கவும்.

எந்த எண்களையும் சேர்த்தல், கழித்தல் மற்றும் ஒப்பிடுதல்

இன்னும் பெரிய முழு எண்களைக் கூட்டவும் கழிக்கவும் இன்னும் பெரிய லிஃப்ட்களை நாம் கற்பனை செய்யலாம்! உண்மையில், நிலை 0 இலிருந்து தொடங்கி, என்றென்றும் மேல்நோக்கியும் மற்றும் எப்போதும் கீழ்நோக்கியும் நீட்டிக்கக்கூடிய ஒரு லிப்டை நாம் கற்பனை செய்யலாம். சுற்றி எந்த கட்டிடமோ அல்லது என்னுடையதோ கூட இருக்க வேண்டியதில்லை - ஒரு 'எல்லையற்ற லிப்ட்'!

இந்தக் கற்பனையைப் பயன்படுத்தி நாம் விரும்பும் எந்த முழு எண்களையும் கூட்டவும் கழிக்கவும் முடியும்.

எடுத்துக்காட்டாக, நாம் கழித்தல் $+2000 - (-200)$. தரையில் இருந்து 2000 நிலைகள் மற்றும் தரைக்கு கீழே 200 நிலைகள் கொண்ட ஒரு லிப்டை நாம் கற்பனை செய்யலாம். என்று நினைவு கூர,

இலக்கு நிலை - தொடக்க நிலை = இயக்கம் தேவை

தொடக்க தளத்திலிருந்து செல்ல -இலக்கு தளத்திற்கு $200 + 2000$, நாம் $+2200$ ஐ அழுத்த வேண்டும் (பூஜ்ஜியத்தைப் பெற $+200$, பின்னர் $+2200$ ஐப் பெற $+2000$). எனவே, $(+2000) - (-200) = +2200$.

$(+2000) + (+200) + 2200$ என்பதையும் கவனியுங்கள்.

☀ இதேபோல் வரைவதன் மூலம் அல்லது பொருத்தமான லிப்ட் கற்பனை செய்வதன் மூலம் பின்வரும் வெளிப்பாடுகளை மதிப்பிட முயற்சிக்கவும்:

a. $-125 + (-30)$

b. $+105 - (-55)$

c. $+105 + (+55)$

d. $+80 - (-150)$

e. $+80 + (+150)$

f. $-99 - (-200)$

g. $-99 + (+200)$

h. $+1500 - (-1500)$

மேலே உள்ள எடுத்துக்காட்டில், + 2000 என்று பார்த்தோம் $-(-200) = +2000 + (+200) = +2200$. வேறுவார்த்தைகளில் கூறுவதானால், ஒரு எதிர்மறை எண்ணைக் கழிப்பது தொடர்புடைய நேர்மறை எண்ணைக் கூட்டுவதற்கு சமம். அதாவது, ஒரு எதிர்மறை எண்ணின் கழித்தலை நேர்மறை எண்ணைச் சேர்ப்பதன் மூலம் மாற்றலாம்!

☀ நீங்கள் மேலே செய்த மற்ற பயிற்சிகளில், ஒரு எதிர்மறை எண்ணைக் கழிப்பது தொடர்புடைய நேர்மறை எண்ணைக் கூட்டுவதற்கு சமம் என்பதை நீங்கள் கவனித்தீர்களா?

கணிதப் பேச்சு

மேலே உள்ள 'எல்லையற்ற லிப்ட்' பாருங்கள். இது உங்களுக்கு எண் கோட்டை நினைவூட்டுகிறதா? என்னென்ன வழிகளில்?

எண் கோட்டுக்குத் திரும்பு

நாம் மேலே பார்த்த 'எல்லையற்ற லிப்ட்' ஒரு எண் கோட்டைப் போலவே இருந்தது, இல்லையா? உண்மையில், நாம் அதை 90° சுழற்றினால், இது அடிப்படையில் ஒரு எண் கோடாக மாறும். எண்ணை எவ்வாறு பூர்த்தி செய்வது என்பதையும் இது நமக்குச் சொல்கிறது கதிர் அத்தியாயத்தின் தொடக்கத்தில் நாம் கேட்ட கேள்விக்கு பதிலளித்து ஒரு எண் வரிக்கு. 0 இன் இடதுபுறத்தில் எதிர்மறை எண்கள் உள்ளன $-1, -2, -3, \dots$

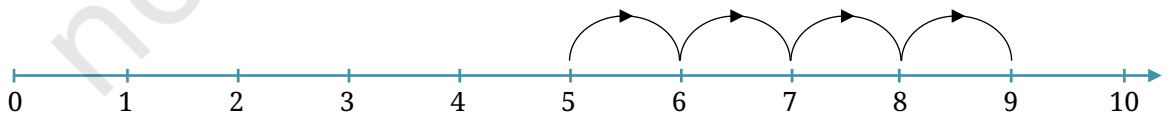
வழக்கமாக நாம் நேர்மறை எண்களில் '+' அடையாளத்தை விட்டுவிட்டு அவற்றை $1, 2, 3, \dots$



லிப்டைப் பயன்படுத்தி நம்பர் லைனில் பயணிப்பதற்குப் பதிலாக, அதன் மீது நடப்பதை நாம் கற்பனை செய்யலாம். வலதுபுறம் நேர்மறை (முன்னோக்கி) திசையும், இடதுபுறம் எதிர்மறை (பின்னோக்கி) திசையும் உள்ளது.

சிறிய எண்கள் இப்போது பெரிய எண்களுக்கு இடதுபுறமும், பெரிய எண்கள் சிறிய எண்களின் வலதுபுறமும் உள்ளன. எனவே, $2 < 5$; $-3 < 2$; and $-5 < -3$.

☀ 5 இலிருந்து 9 க்கு செல்ல விரும்பினால், எண் கோட்டில் எவ்வளவு தூரம் பயணிக்க வேண்டும்?



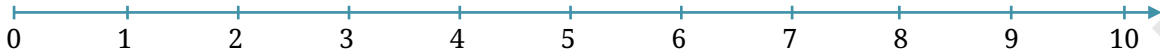
4 படிகள் நடக்க வேண்டும். அதனால்தான் $5 + 4 = 9$.

(நினைவில் கொள்க: **தொடக்க எண் + இயக்கம் = இலக்கு எண்**)

தொடர்புடைய கழித்தல் கூற்று $9 - 5 = 4$.

(நினைவில் கொள்க: **இலக்கு எண் - தொடக்க எண் = இயக்கம் தேவை**)

☀ இப்போது, 9 இலிருந்து, நீங்கள் 3 க்கு செல்ல விரும்பினால், எண் கோட்டில் எவ்வளவு பயணிக்க வேண்டும்?



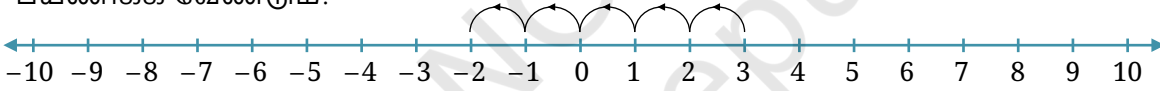
நீங்கள் 6 படிகள் பின்னோக்கி நகர வேண்டும், அதாவது, நீங்கள் -6 ஐ நகர்த்த வேண்டும். எனவே, நாம் $9 + (-6) = 3$ என்று எழுதுகிறோம்.

(மீண்டும் ஞாபகம் : **தொடக்க எண் + இயக்கம் = இலக்கு எண்**)

தொடர்புடைய கழித்தல் கூற்று $9 - 6 = 3$.

(மீண்டும் ஞாபகம்: **இலக்கு எண் - தொடக்க எண் = இயக்கம் தேவை**)

☀ இப்போது, 3 முதல், நீங்கள் செல்ல விரும்பினால் -2 , நீங்கள் எவ்வளவு தூரம் பயணிக்க வேண்டும்?



நீங்கள் பயணிக்க வேண்டும் -5 படிகள், அதாவது 5 படிகள் பின்னோக்கி. இதனால், $3 + (-5) = -2$. தொடர்புடைய கழித்தல் கூற்று: $3 - 5 = -2$.

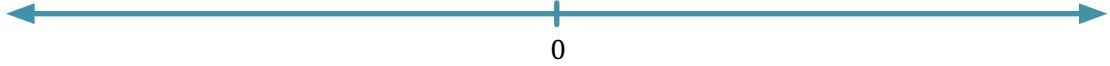
☀ **அதைக் கண்டுபிடியுங்கள்**



- மேலே உள்ள எண் கோட்டில் 3 நேர்மறை எண்களையும் 3 எதிர்மறை எண்களையும் குறிக்கவும்.
- மேலே குறிக்கப்பட்ட 3 எதிர்மறை எண்களை பின்வரும் பெட்டிகளில் எழுதவும்:
- இது $2 > -3$ ஏன்? $-2 < 3$? ஏன்?
- a. $-5 + 0$ b. $7 + (-7)$ c. $-10 + 20$ d. $10 - 20$ e. $7 - (-7)$ f. $-8 - (-10)$ என்றால் என்ன?

கூட்டல் மற்றும் கழிக்க குறிக்கப்படாத எண் கோட்டைப் பயன்படுத்துதல்

மேலே உள்ள எண் வரியைப் பயன்படுத்தி சிறிய எண்களுடன் கூட்டல், கழித்தல் மற்றும் ஒப்பீடுகளைச் செய்வதைப் போலவே, 'எல்லையற்ற எண் கோடு' அல்லது 'குறிக்கப்படாத எண் கோடு' வரைவதன் மூலம் பெரிய எண்களுடன் அவற்றைச் செய்யலாம்:



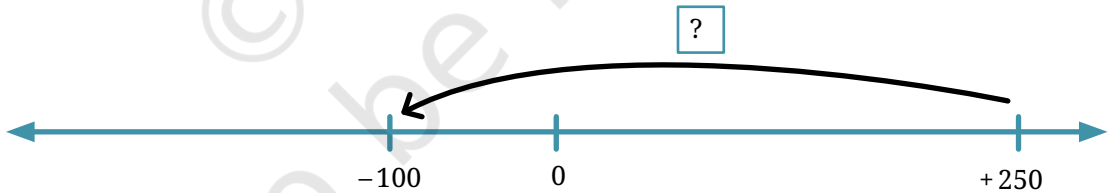
இக்கோடு பூஜ்ஜியத்தின் நிலையை மட்டுமே காட்டுகிறது. மற்ற எண்கள் குறிக்கப்படவில்லை. இதைப் பயன்படுத்த வசதியாக இருக்கும் unகுறிக்கப்பட்ட உம்பர் முழு எண்களைக் கூட்டவும் கழிக்கவும் நீங்கள் எண் கோட்டின் அளவையும் அதில் உள்ள எண்களின் நிலைகளையும் காட்டலாம் அல்லது கற்பனை செய்யலாம்.

எடுத்துக்காட்டாக, இந்த குறிக்கப்படாத எண் கோடு (UNL) கூட்டல் சிக்கலைக் காட்டுகிறது: $85 + (-60) = ?$



$85 + (-60) = 25$ என்று நாம் கற்பனை செய்யலாம்

பின்வரும் UNL ஒரு கழித்தல் சிக்கலைக் காட்டுகிறது, இது விடுபட்ட கூட்டல் சிக்கலாகவும் எழுதப்படலாம்: $(-100) - (+250) = ?$ அல்லது $250 + ? = -100$.

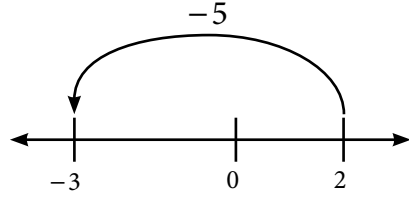


அப்படியானால் அதை நாம் கற்பனை செய்து பார்க்க முடியும். இந்த சிக்கலில் $= -350$.

இந்த வழியில், நீங்கள் நேர்மறை மற்றும் எதிர்மறை எண்களுடன் கூட்டல் மற்றும் கழித்தல் சிக்கல்களை காகிதத்தில் அல்லது குறிக்கப்படாத எண் கோட்டைப் பயன்படுத்தி உங்கள் தலையில் மேற்கொள்ளலாம்.

☀ இந்த வெளிப்பாடுகளை மதிப்பிடுவதற்கு குறிக்கப்படாத எண் கோடுகளைப் பயன்படுத்தவும்:

- $-125 + (-30) = \underline{\hspace{2cm}}$
- $+105 - (-55) = \underline{\hspace{2cm}}$
- $+80 - (-150) = \underline{\hspace{2cm}}$
- $-99 - (-200) = \underline{\hspace{2cm}}$



கழித்தலை கூட்டலாகவும், கூட்டலை கழித்தலாகவும் மாற்றுவதல்

இலக்கு தளம் - தொடக்க தளம் = இயக்கம் தேவை என்பது நினைவில் கொள்ளுங்கள்

அல்லது

இலக்கு தளம் = தொடக்க தளம் + இயக்கம் தேவை

நாம் 2 இல் தொடங்கி செல்ல விரும்பினால் -3, இயக்கம் என்ன தேவை?

முதல் முறை: எண் கோட்டைப் பார்க்கும்போது, நாம் நகர வேண்டும் என்பதைக் காண்கிறோம் -5 (அதாவது, பின்னோக்கி 5). எனவே $-3 - 2 = -5$. தேவையான இயக்கம் -5.

இரண்டாவது முறை: 2 முதல் -3 வரையிலான பயணத்தை இரண்டு பகுதிகளாக பிரிக்கவும்.

- 2 முதல் 0 வரை, இயக்கம் $0 - 2 = -2$ ஆகும்.
- 0 முதல் -3 வரை, இயக்கம் $-3 - 0 = -3$.

மொத்த இயக்கம் என்பது இரண்டு இயக்கங்களின் கூட்டுத்தொகை: $-3 + (-2) = -5$.

இரண்டு வண்ண வெளிப்பாடுகளைப் பாருங்கள். இரண்டாவதில் கழித்தல் இல்லை!

இந்த வழியில், நாம் எப்போதும் கழித்தலை கூட்டலாக மாற்றலாம். கழிக்கப்படும் எண்ணை அதன் தலைகீழியால் மாற்றி அதற்குப் பதிலாக கூட்டலாம்.

இதேபோல், கூட்டப்படும் எண்ணை அதன் தலைகீழியால் மாற்றி பின்னர் கழிக்கலாம். இந்த வழியில், நாம் எப்போதும் கூட்டலை கழித்தலுக்கு மாற்றலாம்.

உதாரணமாக:

- $(+7) - (+5) = (+7) + (-5)$
- $(-3) - (+8) = (-3) + (-8)$
- $(+8) - (-2) = (+8) + (+2)$
- $(+6) - (-9) = (+6) + (+9)$

10.2 டோக்கன் மாதிரி

கூட்டலுக்கு டோக்கன்களைப் பயன்படுத்துதல்

பேலாவின் பில்லிங் ஆஃப் ஃபன்னில், லிப்ட் உதவியாளர் சலிப்படைகிறார். தன்னை மகிழ்விக்க, அவர் நிறைய நேர்மறை (சிவப்பு) மற்றும் எதிர்மறை (கருப்பு) டோக்கன்களைக் கொண்ட ஒரு பெட்டியை வைத்திருக்கிறார். ஒவ்வொரு முறையும் '+' பொத்தானை அழுத்தும்போது, பெட்டியிலிருந்து ஒரு பாசிட்டிவ் டோக்கனை எடுத்து தனது பாக்கெட்டில் வைக்கிறார். அதேபோல், ஒவ்வொரு முறையும் '-' பட்டனை அழுத்தும்போது, நெகட்டிவ் டோக்கனை எடுத்து பாக்கெட்டில் போட்டுக்கொள்கிறார்.

அவர் தரை தளத்தில் (மாடி 0) ஒரு காலி பாக்கெட்டுடன் தொடங்குகிறார். ஒரு மணி நேரம் கழித்து, அவர் தனது பாக்கெட்டை சரிபார்த்தார், 5 நேர்மறை மற்றும் 3 எதிர்மறை டோக்கன்களைக் காண்கிறார். அவர் இப்போது எந்த மாடியில் இருக்கிறார்?

அவர் '+' ஐந்து முறையும் '-' ஐ 3 முறையும் $(+5) + (-3) = +2$. எனவே, அவர் இப்போது மாடி +2 இல் இருக்கிறார்.

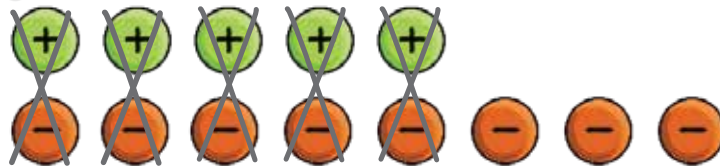
கணக்கீடு செய்ய மற்றொரு வழி இங்கே.



ஒரு நேர்மறை டோக்கன் மற்றும் எதிர்மறை டோக்கன் ஒருவருக்கொருவர் ரத்து செய்கின்றன, ஏனெனில் இந்த ஜோடி டோக்கன்களின் மதிப்பு ஒன்றாக பூஜ்ஜியமாகும். பாக்கெட்டில் இருந்த இந்த இரண்டு டோக்கன்களும் '+' ஐ ஒருமுறை அழுத்தியதைக் குறிக்கும். -முறையே ஒரு முறை, இவை ஒன்றையொன்று ரத்து செய்கின்றன. நேர்மறை மற்றும் எதிர்மறை டோக்கன் ஒரு 'பூஜ்ஜிய ஜோடி'. நீங்கள் அனைத்து பூஜ்ஜிய சோடிகளையும் அகற்றும்போது, உங்களிடம் இரண்டு நேர்மறை டோக்கன்கள் எஞ்சியிருக்கும், எனவே $(+5) + (-3) = +2$.

டோக்கன்களைப் பயன்படுத்தி இதுபோன்ற கூட்டல்களை நாம் செய்யலாம்!

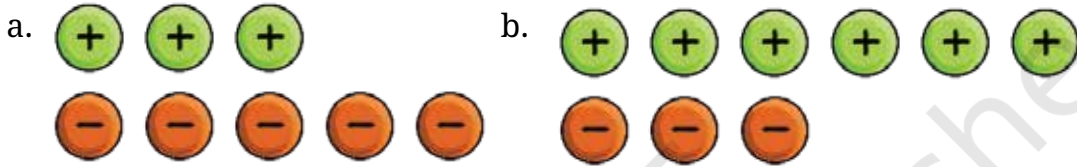
உதாரணம்: + 5 மற்றும் - 8 ஐக் கூட்டவும்.



படத்திலிருந்து, நாம் ஐந்து பூஜ்ஜிய ஜோடிகளை அகற்ற முடியும் என்பதைக் காண்கிறோம், பின்னர் நாம் -3 உடன் விடப்படுகிறோம். எனவே $(+5) + (-8) = -3$.

☀ அதைக் கண்டுபிடியுங்கள்

1. டோக்கன்களைப் பயன்படுத்தி சேர்த்தல்களை முடிக்கவும்.
 - a. $(+6) + (+4)$ b. $(-3) + (-2)$
 - c. $(+5) + (-7)$ d. $(-2) + (+6)$
2. பின்வரும் இரண்டு செட் டோக்கன்களில் பூஜ்ஜிய ஜோடிகளை ரத்து செய்யவும். ஒவ்வொரு வழக்கிலும் லிப்ட் உதவியாளர் எந்த தளத்தில் இருக்கிறார்? ஒவ்வொரு நேர்விலும் உரிய கூட்டல் கூற்று என்ன?



கழித்தலுக்கு டோக்கன்களைப் பயன்படுத்துதல்

நேர்மறை வில்லைகள் மற்றும் எதிர்மறை வில்லைகளைக் கொண்ட முழு எண்களின் கூட்டலை எவ்வாறு செய்வது என்று பார்த்தோம். டோக்கன்களைப் பயன்படுத்தி கழித்தலையும் செய்யலாம்!

உதாரணம்: கழிக்கவும்:

$$(+5) - (+4).$$

இதைச் செய்வது எளிது. 5 பாசிட்டிவ்களில் இருந்து 4 பாசிட்டிவ்களை எடுத்துக்கொண்டு முடிவைக் காணுங்கள்.



$$(+5) - (+4) = +1$$

உதாரணம்: கழிக்கவும்:

$$(-7) - (-5).$$

$(-7) - (-5)$ என்பதும் (-7) என்பதும் ஒன்றே $+(+5)$?



$$(-7) - (-5) = -2$$

உதாரணம்: கழிக்க: $(+5) - (+6)$.

5 பாசிட்டிவ்களை கீழே போடுங்கள்.



ஆனால் 6 பாசிட்டிவ்களை எடுக்க போதுமான டோக்கன்கள் இல்லை!

இந்த சிக்கலைச் சமாளிக்க, கூடுதல் பூஜ்ஜிய ஜோடியை (நேர்மறை மற்றும் எதிர்மறை) வைக்கலாம், இது டோக்கன்களின் தொகுப்பின் மதிப்பை மாற்றாது என்பதை அறிவோம்.

இப்போ 6 பாசிட்டிவ் விஷயங்களை எடுக்கலாம்! மிச்சம் என்ன இருக்குன்னு பாருங்க:

$(+5) - (+6) =$ என்று நாம் முடிவு செய்கிறோம்-1.



☀ அதைக் கண்டுபிடியுங்கள்

1. டோக்கன்களைப் பயன்படுத்தி பின்வரும் வேறுபாடுகளை மதிப்பிடுங்கள். இப்போது உங்களுக்குத் தெரிந்த பிற முறைகளைப் போலவே அதே முடிவைப் பெறுகிறீர்களா என்பதைச் சரிபார்க்கவும்:

- | | | |
|-------------------|------------------|------------------|
| a. $(+10) - (+7)$ | b. $(-8) - (-4)$ | c. $(-9) - (-4)$ |
| d. $(+9) - (+12)$ | e. $(-5) - (-7)$ | f. $(-2) - (-6)$ |

2. கழித்தல்களை முடிக்கவும்:

- | | | |
|------------------|--------------------|-------------------|
| a. $(-5) - (-7)$ | b. $(+10) - (+13)$ | c. $(-7) - (-9)$ |
| d. $(+3) - (+8)$ | e. $(-2) - (-7)$ | f. $(+3) - (+15)$ |

உதாரணம்: $+4 - (-6)$.

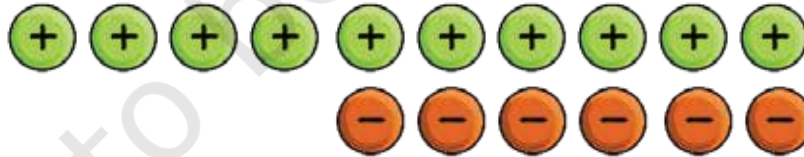
4 நேர்மறைகளுடன் தொடங்கவும்.



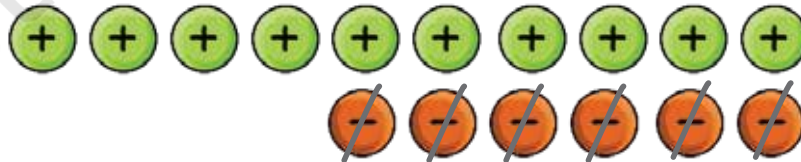
இவற்றிலிருந்து 6 எதிர்மறைகளை நாம் எடுக்க வேண்டும். ஆனால் போதுமான எதிர்மறைகள் இல்லை.

இது ஒரு பிரச்சனை அல்ல. டோக்கன்களின் தொகுப்பின் மதிப்பை இது மாற்றாது என்பதால் சில பூஜ்ஜிய ஜோடிகளைச் சேர்க்கிறோம்.

ஆனால் எத்தனை பூஜ்ஜிய ஜோடிகள்? நாம் 6 எதிர்மறைகளை அகற்ற வேண்டும், எனவே 6 பூஜ்ஜிய ஜோடிகளை கீழே வைக்கிறோம்:



இப்போது நாம் 6 எதிர்மறைகளை எடுக்கலாம்:



எனவே, $+4 - (-6) = +10$.

☀ அதைக் கண்டுபிடியுங்கள்

1. கழிக்க முயற்சிக்கவும்: $-3-(+5)$.
நீங்கள் எத்தனை பூஜ்ஜிய ஜோடிகளை வைக்க வேண்டும்? இதன் விளைவு என்ன?
2. டோக்கன்களைப் பயன்படுத்தி பின்வருவனவற்றை மதிப்பிடுங்கள்.

a. $(-3)-(+10)$	b. $(+8)-(-7)$	c. $(-5)-(+9)$
d. $(-9)-(+10)$	e. $(+6)-(-4)$	f. $(-2)-(+7)$

10.3 மற்ற இடங்களில் முழு எண்கள்

வரவுகள் மற்றும் பற்றுகள்

உங்கள் உள்ளூர் வங்கியில் ஒரு வங்கிக் கணக்கைத் திறக்கிறீர்கள் என்று வைத்துக்கொள்வோம் `கடந்த மாதத்தில் நீங்கள் சேமித்து வந்த 100. எனவே, உங்கள் வங்கி இருப்பு, இல் தொடங்குகிறது `100.

பின்னர் நீங்கள் செய்கிறீர்கள் `அடுத்த நாள் உங்கள் வேலையில் 60 மற்றும் நீங்கள் அதை உங்கள் கணக்கில் டெபாசிட் செய்கிறீர்கள். இது உங்கள் வங்கி பாஸ்புக்கில் 'கிரெடிட்' என்று காட்டப்படும்.

☀ உங்கள் புதிய பேங்க் பேலன்ஸ் _____.

அடுத்த நாள் நீங்கள் உங்கள் மின்சார கட்டணத்தை செலுத்துகிறீர்கள் `30 உங்கள் வங்கிக் கணக்கைப் பயன்படுத்துதல். இது உங்கள் வங்கி பாஸ்புக்கில் 'டெபிட்' ஆக காட்டப்படும்.

☀ உங்கள் பேங்க் பேலன்ஸ் இப்போது _____.

அடுத்த நாள் நீங்கள் உங்கள் வணிகத்திற்காக ஒரு பெரிய கொள்முதல் செய்கிறீர்கள் `150. மீண்டும் இது பற்று எனக் காட்டப்படும்.

☀ இப்போது உங்கள் வங்கி இருப்பு எவ்வளவு? _____

இது சாத்தியமா?

ஆம், சில வங்கிகள் உங்கள் கணக்கு இருப்பு தற்காலிகமாக எதிர்மறையாக மாற அனுமதிக்கின்றன! சில வங்கிகள் உங்கள் இருப்பு எதிர்மறையாக இருந்தால், 'வட்டி' அல்லது 'கட்டணம்' வடிவில் கூடுதல் தொகையை வசூலிக்கின்றன.

முந்தைய நாள் உங்கள் மூலோபாய பெரிய கொள்முதல் செய்ய உங்களை அனுமதிக்கிறது, `அடுத்த நாள் உங்கள் வணிகத்தில் 200.

☀ இப்ப உங்க பேலன்ஸ் என்ன? ____

'கிரெடிட்களை' நேர்மறை எண்களாகவும், 'பற்றுக்களை' எதிர்மறை எண்களாகவும் நீங்கள் நினைக்கலாம். உங்கள் அனைத்து வரவுகளின் கூட்டுத்தொகை (நேர்மறை எண்கள்) மற்றும் பற்றுக்கள் (எதிர்மறை எண்கள்) உங்கள் மொத்த வங்கிக் கணக்கு இருப்பு ஆகும். இது நேர்மறை அல்லது எதிர்மறையாக இருக்கலாம்!

பொதுவாக, உங்கள் வங்கிக் கணக்கில் நேர்மறையான இருப்பை வைத்திருக்க முயற்சிப்பது நல்லது!

☀ **அதைக் கண்டுபிடியுங்கள்**

1. உங்கள் வங்கிக் கணக்கில் 0 என்று வைத்துக் கொள்வோம், பின்னர் உங்களிடம் கிரெடிட்கள் உள்ளன `30, `40, மற்றும் `50, மற்றும் பற்றுக்கள் `40, `50, மற்றும் `60. இப்போது உங்கள் வங்கிக் கணக்கு இருப்பு எவ்வளவு?
2. என்று வைத்துக் கொள்வோம் `உங்கள் வங்கிக் கணக்கில் 0, பின்னர் உங்களிடம் பற்றுக்கள் உள்ளன `1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, மற்றும் 128, பின்னர் ஒரு கடன் `256. இப்போது உங்கள் வங்கிக் கணக்கு இருப்பு எவ்வளவு?
3. உங்கள் வங்கிக் கணக்கில் நேர்மறையான இருப்பை முயற்சித்து பராமரிப்பது ஏன் பொதுவாக சிறந்தது? தற்காலிகமாக எதிர்மறை சமநிலையைக் கொண்டிருப்பது பயனுள்ளது என்பதற்கான சூழ்நிலைகள் யாவை?

நீங்கள் பார்க்க முடியும் என, பூஜ்ஜியத்துடன் நேர்மறை மற்றும் எதிர்மறை எண்கள் வங்கி மற்றும் கணக்கியல் உலகில் மிகவும் பயனுள்ளதாக இருக்கும்.

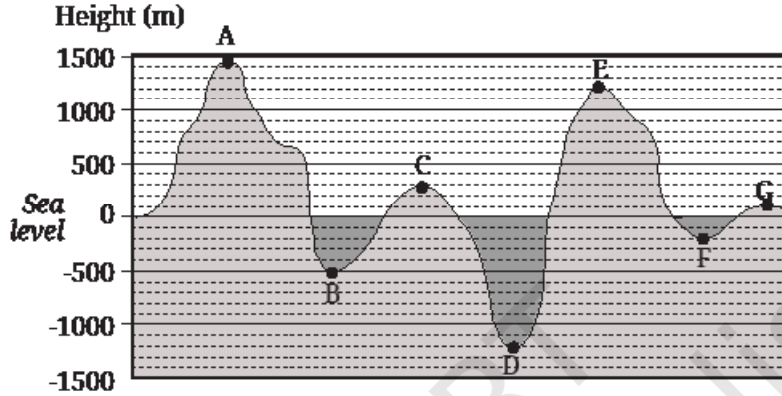
புவியியல் குறுக்கு வெட்டுகள்

மலைகள், பீடபூமிகள் மற்றும் பாலைவனங்கள் போன்ற புவியியல் அம்சங்களின் உயரத்தை கடல் மட்டத்திலிருந்து அளவிடுகிறோம். கடல் மட்டத்தில் இதன் உயரம் 0 மீ. கடல் மட்டத்திலிருந்து உயரங்கள் நேர்மறை எண்களைப் பயன்படுத்தி குறிப்பிடப்படுகின்றன மற்றும் கடல் மட்டத்திற்குக் கீழே உள்ள உயரங்கள் எதிர்மறை எண்களைப் பயன்படுத்தி குறிப்பிடப்படுகின்றன.

☀ அதைக் கண்டுபிடியுங்கள்

1. புவியியல் குறுக்குவெட்டைப் பார்த்து, அந்தந்த உயரங்களை நிரப்பவும்:

- a. b. c. d.
 e. f. g.



ஆசிரியரின் குறிப்பு

இந்தப் பக்கத்தில் உள்ள படத்தைக் காட்டுவதன் மூலம் புவியியல் குறுக்குவெட்டுத் தோற்றம் என்றால் என்ன என்று கேளுங்கள். இது பூமியில் ஏதோ ஒரு இடத்தில் எடுக்கப்பட்ட ஒரு செங்குத்தான துண்டு என்று கற்பனை செய்வது போன்றது. இது ஒரு பக்க பார்வையில் இருந்து பார்க்கப்படும். புவியியலில் உயரம் மற்றும் ஆழத்தை அளவிடுவதற்கான 'கடல் மட்டம்' என்ற கருத்தை விவாதிக்கவும்.

- இந்த புவியியல் குறுக்குவெட்டில் மிக உயர்ந்த புள்ளி எது? எது மிகக் குறைந்த புள்ளி?
- உங்களால் A, B, ..., G புள்ளிகளை உயரங்களின் இறங்கு வரிசையில் எழுத முடியுமா? உயரங்களின் ஏறுவரிசை வரிசையில் புள்ளிகளை எழுத முடியுமா?
- பூமியில் கடல் மட்டத்திற்கு மேலே உள்ள மிக உயர்ந்த புள்ளி எது? அதன் உயரம் என்ன?
- கடல் மட்டத்தைப் பொறுத்தவரை மிகக் குறைந்த புள்ளி எது நிலத்திலா அல்லது கடல் தரையிலா? அதன் உயரம் என்ன? (இந்த உயரம் எதிர்மறையாக இருக்க வேண்டும்).

வெப்பநிலை

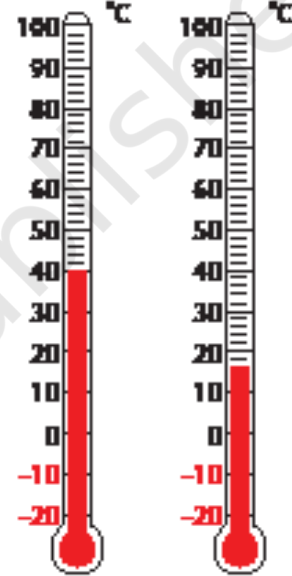
கோடை காலத்தில் 'வெப்ப அலை' என்று செய்திகளில் கேள்விப்பட்டிருப்பீர்கள். நீங்கள் மிகவும் வெப்பமாக உணரும் கோடையில் வெப்பநிலை என்னவாக இருக்கும் என்று நினைக்கிறீர்கள்? குளிர்காலத்தில் நமக்கு குளிர்ச்சியான அல்லது குளிரான வெப்பநிலை உள்ளது.

உங்கள் பகுதியில் கடந்த ஆண்டு கோடையில் அதிகபட்ச வெப்பநிலை மற்றும் குளிர்காலத்தில் குறைந்தபட்ச வெப்பநிலை என்ன? கண்டுபிடி.

நாம் வெப்பநிலையை அளவிடும்போது, செல்சியஸை அளவீட்டு அலகாக ($^{\circ}\text{C}$) பயன்படுத்துகிறோம். கீழே உள்ள வெப்பநிலைமானிகள் 40°C மற்றும் 15°C வெப்பநிலையைக் காட்டுகின்றன.

☀ அதைக் கண்டுபிடியுங்கள்

1. இந்தியாவில் சில இடங்களில் வெப்பநிலை 0°C க்கும் குறைவாக இருக்கும் என்பது உங்களுக்குத் தெரியுமா? இந்தியாவில் சில நேரங்களில் வெப்பநிலை 0°C க்கும் குறைவாக இருக்கும் இடங்களைக் கண்டறியவும். இந்த இடங்களில் பொதுவானது என்ன? மற்ற இடங்களில் இல்லாத இடங்களில் குளிர் ஏன் ஏற்படுகிறது?
2. லடாக்கில் உள்ள லே பகுதியில் குளிர்காலத்தில் மிகவும் குளிராக இருக்கும். நவம்பர் மாதத்தில் லே பகுதியில் பகல் மற்றும் இரவின் வெவ்வேறு நேரங்களில் எடுக்கப்பட்ட வெப்பநிலை அளவீடுகளின் அட்டவணை கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. பகல் மற்றும் இரவின் பொருத்தமான நேரத்துடன் வெப்பநிலையை பொருத்தவும்.



ணிதப்
பச்சு

வெப்பநிலை
14°C
8°C
-2°C
-4°C

நேரம்
காலை 02:00 மணி.
இரவு 11:00 மணி.
பிற்பகல் 02:00 மணி.
காலை 11:00 மணி.

ஆசிரியரின் குறிப்பு

வெப்பமானிகள் மற்றும் வெப்பநிலையை அளவிட அவை எவ்வாறு பயன்படுத்தப்படுகின்றன என்பதைப் பற்றி பேசுங்கள். ஆய்வக வெப்பநிலைமானியை வகுப்பிற்கு கொண்டு வந்து சூடான நீர் மற்றும் குளிர்ந்த நீரின் வெப்பநிலையை அளவிடவும். தெர்மாமீட்டரில் 0°C க்குக் கீழே குறியீடுகள் உள்ளனவா என்று குழந்தைகளுக்குச் சுட்டிக்காட்டவும். என்னவென்று விவாதம் செய்யுங்கள் 0°C என்பது நீரின் உறைநிலையைக் குறிக்கிறது.

10.4 முழு எண்களைக் கொண்ட ஆய்வுகள்

ஒரு குழிற முழு எண் கட்டம்

4	-1	-3	5	-3	-5
-3		1	0		-5
-1	-1	2	-8	-2	7

இந்த இரண்டு கட்டங்களில் உள்ள எண்களில் ஏதோ சிறப்பு உள்ளது. அது என்ன என்பதை ஆராய்வோம்.

மேல் வரிசை:	$4 + (-1) + (-3) = 0$	$5 + (-3) + (-5) = \underline{\quad}$
கீழ் வரிசை:	$(-1) + (-1) + 2 = 0$	$(-8) + (-2) + 7 = \underline{\quad}$
இடது நெடுவரிசை:	$4 + (-3) + (-1) = 0$	$5 + 0 + (-8) = \underline{\quad}$
வலது நெடுவரிசை:	$(-3) + 1 + 2 = 0$	$(-5) + (-5) + 7 = \underline{\quad}$

ஒவ்வொரு கட்டத்திலும், இரண்டு வரிசைகளில் ஒவ்வொன்றிலும் உள்ள எண்கள் (மேல் வரிசை மற்றும் கீழ் வரிசை) மற்றும் இரண்டு நெடுவரிசைகளில் ஒவ்வொன்றிலும் உள்ள எண்கள் (இடது நெடுவரிசை மற்றும் வலது நெடுவரிசை) ஒரே எண்ணைக் கொடுக்கின்றன. இந்தத் தொகையை 'பார்டர் சம்' என்று அழைப்போம். முதல் கட்டத்தின் பார்டர் கூட்டுத்தொகை '0' ஆகும்.

☀ அதைக் கண்டுபிடியுங்கள்

1. மேலே உள்ள இரண்டாவது கட்டத்திற்கான கணக்கீடுகளைச் செய்து பார்டர் தொகையைக் கண்டறியவும்.

2. தேவையான பார்டர் தொகையை உருவாக்க கட்டங்களை முடிக்கவும்:

-10		
		-5
9		

பார்டர்
கூட்டுத்தொகை +4

6	8	
		-5
	-2	

பார்டர்
கூட்டுத்தொகை - 2

7		
		-5

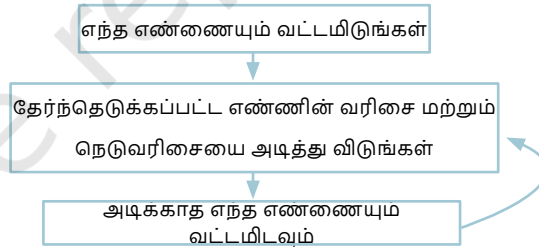
பார்டர்
கூட்டுத்தொகை
- 4

- மேலே உள்ள கடைசி கட்டத்திற்கு, பார்டர் தொகை - 4 ஐப் பெற எண்களை நிரப்ப ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட வழிகளைக் கண்டறியவும்.
- வேறு எந்த கட்டங்களை பல வழிகளில் நிரப்ப முடியும்? என்ன காரணம் இருக்க முடியும்?
- ஒரு எல்லை முழு எண் சதுர புதிரை உருவாக்கி உங்கள் வகுப்பு தோழர்களுக்கு சவால் விடுங்கள்.

எண்களின் அற்புதமான கட்டம்!

கீழே சில எண்களைக் கொண்ட கட்டம் உள்ளது. எந்த எண்ணும் இல்லாத வரை காட்டப்பட்டுள்ளபடி படிகளைப் பின்பற்றவும்.

3	4	0	9
-2	-1	-5	4
1	2	-2	7
-7	-6	-10	-1



அடிக்காத எண்கள் இல்லாதபோது, நிறுத்துங்கள். வட்டமிடப்பட்ட எண்களைக் கூட்டவும்.

கீழேயுள்ள எடுத்துக்காட்டில், வட்டமிடப்பட்ட எண்கள் - 1, 9, -7, -2. நீங்கள் அவற்றைச் சேர்த்தால், நீங்கள் பெறுவீர்கள் -1.

3	4	0	9
-2	-1	-5	4
1	2	-2	7
-7	-6	-10	-1

3	4	0	9
-2	-1	-5	4
1	2	-2	7
-7	-6	-10	-1

3	4	0	9
-2	-1	-5	4
1	2	-2	7
-7	-6	-10	-1

3	4	0	9
-2	-1	-5	4
1	2	-2	7
-7	-6	-10	-1

☀ அதைக் கண்டுபிடியுங்கள்

1. புதிதாக முயற்சிக்கவும், இந்த முறை வெவ்வேறு எண்களைத் தேர்ந்தெடுக்கவும். உங்களுக்கு என்ன தொகை கிடைத்தது? முதல் முறை வித்தியாசமாக இருந்ததா? இன்னும் சில முறை முயற்சிக்கவும்!
2. கீழே உள்ள கட்டங்களுடன் அதே விளையாட்டை விளையாடுங்கள். என்ன பதில் கிடைத்தது?

7	10	13	16	-11	-10	-9	-8
-2	1	4	7	-7	-6	-5	-4
-11	-8	-5	-2	-3	-2	-1	0
-20	-7	-14	-11	1	2	3	4

3. இந்த கட்டங்களில் அப்படி என்ன சிறப்பு இருக்க முடியும்? எண்களில் உள்ள மந்திரம் அல்லது அவை ஒழுங்கமைக்கப்பட்ட விதம் அல்லது இரண்டும் உள்ளதா? இதுபோன்ற கட்டங்களை மேலும் உருவாக்க முடியுமா?



☀ அதைக் கண்டுபிடியுங்கள்

1. கொடுக்கப்பட்ட ஜோடிகளுக்கு இடையே உள்ள அனைத்து முழு எண்களையும் ஏறுவரிசையில் எழுதுக.
 - a. 0 மற்றும் -7
 - b. -4 மற்றும் 4
 - c. -8 மற்றும் -15
 - d. -30 மற்றும் -23
2. மூன்று எண்களை அவற்றின் கூட்டுத்தொகை - 8 ஆக இருக்குமாறு கொடுங்கள்.
3. இரண்டு பகடைகள் உள்ளன, அவற்றின் முகங்கள் இந்த எண்களைக் கொண்டுள்ளன: - 1, 2, - 3, 4, - 5, 6. இந்த பகடைகளை உருட்டும்போது சாத்தியமான மிகச்சிறிய தொகை $-10 = (-5) + (-5)$ மற்றும் மிகப்பெரிய கூட்டுத்தொகை $12 = (6) + (6)$ ஆகும். (-10) மற்றும் (+12) க்கு இடையில் உள்ள சில எண்களை இந்த இரண்டு பகடைகளில் எண்களைக் கூட்டுவதன் மூலம் பெற முடியாது. அந்த எண்களைக் கண்டுபிடியுங்கள்.
4. இவற்றைத் தீர்க்கவும்:

$8 - 13$	$(-8) - (13)$	$(-13) - (-8)$	$(-13) + (-8)$
$8 + (-13)$	$(-8) - (-13)$	$(13) - 8$	$13 - (-8)$

5. கீழே உள்ள ஆண்டுகளைக் கண்டறியவும்.
 - a. தற்போதைய ஆண்டிலிருந்து, 150 ஆண்டுகளுக்கு முன்பு எந்த ஆண்டு? _____
 - b. தற்போதைய ஆண்டிலிருந்து, 2200 ஆண்டுகளுக்கு முன்பு எந்த ஆண்டு? _____

குறிப்பு: ஆண்டு 0 என்று ஒன்று இருந்ததை நினைவு கூருங்கள்.

c. BCE 680 க்குப் பிறகு 320 ஆண்டுகளுக்குப் பிறகு என்ன ஆண்டு இருக்கும்? _____

6. பின்வரும் வரிசைகளை முடிக்கவும்:

a. (-40), (-34), (-28), (-22), _____, _____, _____

b. 3, 4, 2, 5, 1, 6, 0, 7, _____, _____, _____

c. _____, _____, 12, 6, 1, (-3), (-6), _____, _____, _____

7. இங்கே ஆறு முழு எண் அட்டைகள் உள்ளன: (+ 1), (+ 7), (+ 18), (-5), (-2), (-9). இவற்றில் ஏதேனும் ஒன்றைத் தேர்ந்தெடுத்து கூட்டல்(கள்) மற்றும் கழித்தல்(கள்) ஆகியவற்றைப் பயன்படுத்தி ஒரு கோவையை உருவாக்கலாம்.

இங்கே ஒரு வெளிப்பாடு: (+ 18) + (+ 1) - (+ 7) - (- 2) இது (+ 14) மதிப்பைக் கொடுக்கிறது. இப்போது, அட்டைகளை எடுத்து, அதன் மதிப்பு (-30) க்கு நெருக்கமாக இருக்கும் வகையில் ஒரு வெளிப்பாட்டை உருவாக்கவும்.

8. இரண்டு நேர்மறை முழு எண்களின் கூடுதல் எப்போதும் நேர்மறையாக இருக்கும், ஆனால் ஒரு (நேர்மறை முழு எண்) - (நேர்மறை முழு எண்) நேர்மறை அல்லது எதிர்மறையாக இருக்கலாம். இது பற்றி என்ன

a. (நேர்மறை) - (எதிர்மறை) b. (நேர்மறை) + (எதிர்மறை)

c. (எதிர்மறை) + (எதிர்மறை) d. (எதிர்மறை) - (எதிர்மறை)

e. (எதிர்மறை) - (நேர்மறை) f. (எதிர்மறை) + (நேர்மறை)

9. இந்த சரத்தில் ஒரு குறிப்பிட்ட வடிவத்தில் ஏற்பாடு செய்யப்பட்ட மொத்தம் 100 டோக்கன்கள் உள்ளன. சரத்தின் மதிப்பு என்ன?



10.5 ஒரு சிட்டிகை வரலாறு

பொது பின்னங்களைப் போலவே, பொது முழு எண்களும் (பூஜ்ஜியம் மற்றும் எதிர்ம எண்கள் உட்பட) முதன்முதலில் ஆசியாவில் ஆயிரக்கணக்கான ஆண்டுகளுக்கு முன்பு கருத்தரிக்கப்பட்டு பயன்படுத்தப்பட்டன, அவை இறுதியில் நவீன காலங்களில் உலகம் முழுவதும் பரவுவதற்கு முன்பு.

எதிர்மறை எண்களின் பயன்பாட்டின் முதல் அறியப்பட்ட நிகழ்வுகள் கணக்கியலின் சூழலில் நிகழ்ந்தன. சீனாவின் மிக முக்கியமான கணித படைப்புகளில் ஒன்றில், கணிதக் கலை பற்றிய ஒன்பது அத்தியாயங்கள் (ச்சியுட்சாங் சுவான்ஷு)—இது CE முதல் அல்லது இரண்டாம் நூற்றாண்டில் முடிக்கப்பட்டது - நேர்மறை மற்றும் எதிர்மறை எண்கள் சிவப்பு மற்றும் கருப்பு தண்டுகளைப் பயன்படுத்தி குறிப்பிடப்பட்டன, சிவப்பு மற்றும் கருப்பு டோக்கன்களைப் பயன்படுத்தி நாங்கள் அவற்றை பிரதிநிதித்துவப்படுத்திய விதத்தைப் போலவே!

பண்டைய காலங்களில் இந்தியாவிலும் ஒரு வலுவான கணக்கியல் கலாச்சாரம் இருந்தது. கௌடில்யர் தனது அர்த்தசாஸ்திரத்தில் (c.BC 300) கடன்

மற்றும் பற்று பற்றிய கருத்தை விரிவாக எழுதினார், இதில் கணக்கு இருப்பு எதிர்மறையாக இருக்கலாம் என்ற அங்கீகாரமும் அடங்கும். கணக்கியலின் சூழலில் எதிர்மறை எண்களின் வெளிப்படையான பயன்பாடு பல பண்டைய இந்திய படைப்புகளில் காணப்படுகிறது, இதில் BC 300 ஆம் ஆண்டு பகூலி கையெழுத்துப் பிரதியும் அடங்கும், அங்கு எதிர்மறை எண் எண்ணுக்குப் பிறகு வைக்கப்பட்ட ஒரு சிறப்பு சின்னத்தைப் பயன்படுத்தி எழுதப்பட்டது (இன்று நாம் செய்வது போல எண்ணுக்கு முன் அல்ல).

நேர்மறை எண்கள், எதிர்மறை எண்கள் மற்றும் பூஜ்ஜியத்தின் முதல் பொதுவான சிகிச்சை - அனைத்தும் சமமான செல்லுபடியாகும் என்களாக சமமான நிலையில் - கூட்டல், கழித்தல், பெருக்கல் மற்றும் வகுத்தல் ஆகியவற்றின் அடிப்படை செயல்பாடுகளைச் செய்யக்கூடியது - பிரம்மகுப்தர் தனது பிரம்ம-ஸ்பூத-சித்தாந்தத்தில் CE 628 ஆம் ஆண்டில் வழங்கினார். நேர்மறை, எதிர்மறை மற்றும் பூஜ்ஜிய ஆகிய அனைத்து எண்களின் செயல்பாடுகளுக்கும் பிரம்மகுப்தர் தெளிவான மற்றும் வெளிப்படையான விதிகளை வழங்கினார் - இவை இன்றும் நாம் பயன்படுத்தும் இந்த எண்களைப் புரிந்துகொள்வதற்கான நவீன வழியை உருவாக்கின

நேர்மறை எண்கள், எதிர்மறை எண்கள் மற்றும் பூஜ்ஜியத்தின் கூட்டல் மற்றும் கழித்தலுக்கான பிரம்மகுப்தரின் சில முக்கிய விதிகள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன:

பிரம்மகுப்தரின் கூட்டல் விதிகள் (பிரம்மா-ஸ்பூத-சித்தாந்தம் 18.30, CE 628)

1. இரண்டு நேர்மறைகளின் கூட்டுத்தொகை நேர்மறையானது (எ.கா., $2 + 3 = 5$).
2. இரண்டு எதிர்மறைகளின் கூட்டுத்தொகை எதிர்மறையானது. இரண்டு எதிர்மறைகளைச் சேர்க்க, எண்களைச் சேர்க்கவும் (அறிகுறிகள் இல்லாமல்), பின்னர் முடிவைப் பெற ஒரு கழித்தல் அடையாளத்தை வைக்கவும் (எ.கா., $(-2) + (-3) = -5$).
3. ஒரு நேர்மறை எண்ணையும் எதிர்மறை எண்ணையும் கூட்ட, பெரிய எண்ணிலிருந்து (அடையாளம் இல்லாமல்) சிறிய எண்ணைக் கழித்து, முடிவைப் பெற பெரிய எண்ணின் அடையாளத்தை வைக்கவும் (எ.கா., $-5 + 3 = -2$, $2 + (-3) = -1$ மற்றும் $-3 + 5 = 2$).
4. ஒரு எண் மற்றும் அதன் தலைகீழ் ஆகியவற்றின் கூடுதல் பூச்சியமாகும் (எ.கா., $2 + (-2) = 0$).
5. எந்த எண் மற்றும் பூஜ்ஜியத்தின் கூட்டுத்தொகையும் ஒரே எண்ணாகும் (எ.கா., $-2 + 0 = -2$ மற்றும் $0 + 0 = 0$).

கழித்தலுக்கான பிரம்மகுப்தரின் விதிகள் பிரம்ம-ஸ்புத-சித்தாந்தம் 18.31-18.32)

1. ஒரு சிறிய நேர்மறையை ஒரு பெரிய நேர்மறையிலிருந்து கழித்தால், முடிவு நேர்மறையாகும் (எ.கா., $3 - 2 = 1$).
2. ஒரு பெரிய நேர்மறையை சிறிய நேர்மறையிலிருந்து கழித்தால், முடிவு எதிர்மறையாக இருக்கும் (எ.கா., $2 - 3 = -1$).
3. ஒரு எதிர்மறை எண்ணைக் கழிப்பது தொடர்புடைய நேர்மறை எண்ணைக் கூட்டுவதற்கு சமம் (எ.கா., $2 - (-3) = 2 + 3$).
4. ஒரு எண்ணை அதிலிருந்து கழித்தால் பூஜ்ஜியம் கிடைக்கிறது (எ.கா., $2 - 2 = 0$ மற்றும் $-2 - (-2) = 0$).
5. ஒரு எண்ணிலிருந்து பூஜ்ஜியத்தைக் கழித்தால் அதே எண் கிடைக்கும் (எ.கா., $-2 - 0 = -2$ மற்றும் $0 - 0 = 0$). பூஜ்ஜியத்திலிருந்து ஒரு எண்ணைக் கழித்தால் அந்த எண்ணின் தலைகீழ் கிடைக்கும் (எ.கா., $0 - (-2) = 2$).

பிரம்மகுப்தரின் விதிகளை நீங்கள் புரிந்துகொண்டால், நேர்மறை, எதிர்மறை மற்றும் பூஜ்ஜியம் என எந்த எண்களுடனும் கூட்டல் மற்றும் கழித்தல் செய்யலாம்!

☀ அதைக் கண்டுபிடியுங்கள்

1. பிரம்மகுப்தரின் ஒவ்வொரு விதிகளையும் பேலாவின் பில்டிங் ஆஃப் ஃபன் அடிப்படையில் அல்லது எண் கோட்டின் அடிப்படையில் விளக்க முடியுமா?
2. ஒவ்வொரு விதிக்கும் உங்கள் சொந்த உதாரணங்களைக் கொடுங்கள்.

பிரம்மகுப்தர் முதன்முதலில் பூஜ்ஜியத்தை நேர்மறை எண்கள் மற்றும் எதிர்மறை எண்களுடன் சமமான அளவில் ஒரு எண்ணாக விவரித்தார், மேலும் செயல்திறனுக்கான வெளிப்படையான விதிகளை முதன்முதலில் வழங்கினார் நேர்மறை, எதிர்மறை மற்றும் பூஜ்ஜியம் போன்ற அனைத்து எண்களிலும் எண்கணித செயல்பாடுகள் - இப்போது ஒரு என்று அழைக்கப்படுவதை உருவாக்குகின்றன மோதிரம். இது உலகம் கணிதத்தை செய்யும் முறையை மாற்றும்.

இருப்பினும், பூஜ்ஜியம் மற்றும் எதிர்மறை எண்களை எண்களாக ஏற்றுக்கொள்ள உலகின் பிற பகுதிகளுக்கு பல நூற்றாண்டுகள் பிடித்தன. இந்த எண்கள் 13 ஆம் நூற்றாண்டில் ஐரோப்பாவிற்குச் செல்வதற்கு முன்பு, 9 ஆம் நூற்றாண்டில் அரபு உலகிற்கு அனுப்பப்பட்டன, ஏற்றுக்கொள்ளப்பட்டன, மேலும் ஆய்வு செய்யப்பட்டன.

ஆச்சரியப்படும் விதமாக, 18 ஆம் நூற்றாண்டில் கூட பல ஐரோப்பிய கணிதவியலாளர்களால் எதிர்மறை எண்கள் இன்னும் ஏற்றுக்கொள்ளப்படவில்லை. 18 ஆம் நூற்றாண்டில் பிரெஞ்சு கணிதவியலாளர் லாசரே கார்னோட் எதிர்மறை எண்களை 'அபத்தம்' என்று அழைத்தார். ஆனால்

காலப்போக்கில், பூஜ்ஜியமும் எதிர்மறை எண்களும் உலகளாவிய கணிதம் மற்றும் அறிவியலில் இன்றியமையாதவை என்பதை நிரூபித்தன, மேலும் அவை இப்போது நேர்மறை எண்களுக்கு சமமான மற்றும் முக்கியமான எண்களாகக் கருதப்படுகின்றன - CE 628 ஆம் ஆண்டில் பிரம்மகுப்தர் பரிந்துரைத்து வெளிப்படையாக விவரித்தது போல! அனைத்து எண்களிலும் எண்கணித விதிகளின் இந்த சுருக்கம் இயற்கணிதத்தின் நவீன வளர்ச்சிக்கு வழி வகுத்தது, இதைப் பற்றி எதிர்கால வகுப்புகளில் நாம் அறிந்து கொள்வோம்..

சுருக்கம்

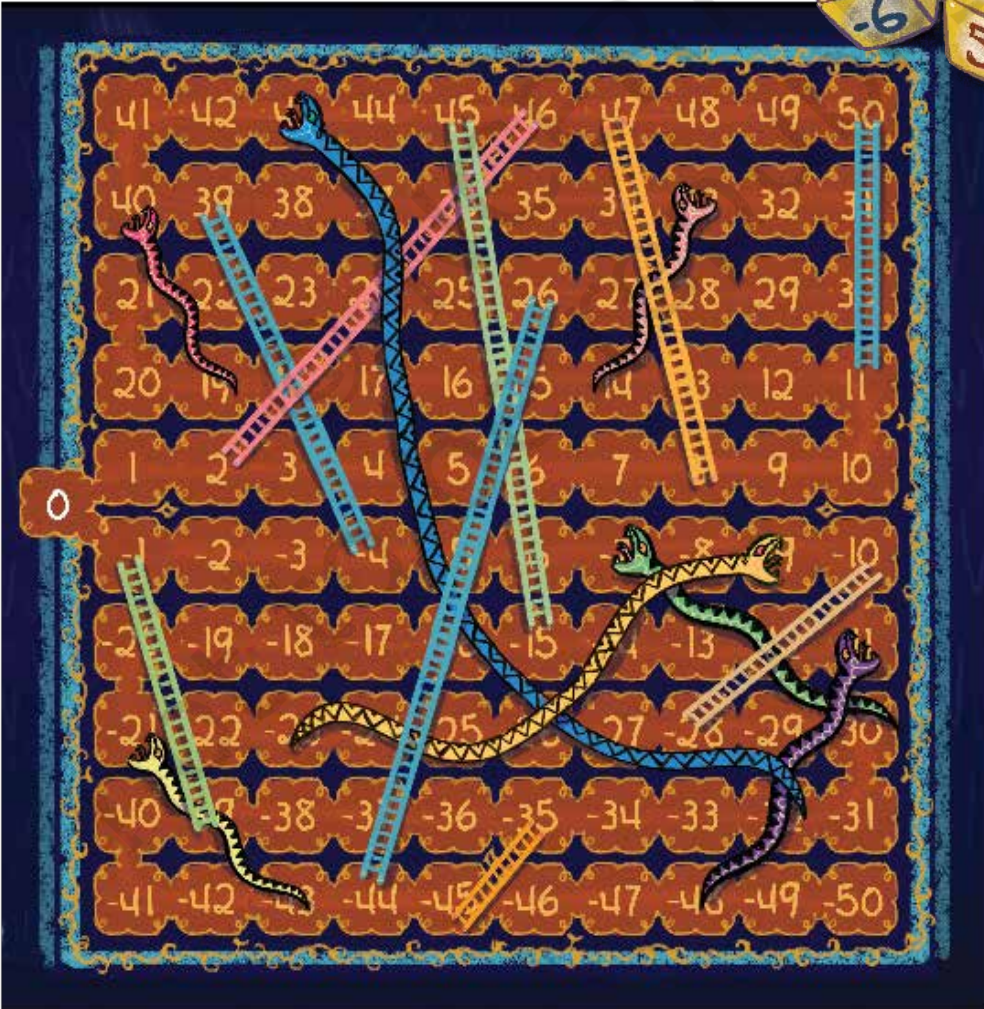
- பூஜ்ஜியத்திற்கும் குறைவான எண்கள் உள்ளன. அவை ஒரு ' உடன் எழுதப்பட்டுள்ளன-' அவர்கள் முன் கையொப்பமிடுங்கள் (எ.கா., -2), மற்றும் அழைக்கப்படும் **எதிர்மறை எண்கள்**. அவை எண் கோட்டில் பூஜ்ஜியத்தின் இடதுபுறத்தில் உள்ளன.
- எண்கள் ..., -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, ... என்று அழைக்கப்படுகின்றன **முழு எண்கள்**. எண்கள் 1, 2, 3, 4, ... என்று அழைக்கப்படுகின்றன **நேர்மறை முழு எண்கள்** எண்களும்..., -4, -3, -2, -1 என்று அழைக்கப்படுகிறது **எதிர்மறை முழு எண்கள்**. பூஜ்ஜியம் (0) நேர்மறையாகவோ அல்லது எதிர்மறையாகவோ இல்லை.
- கொடுக்கப்பட்ட ஒவ்வொரு எண்ணும் அதனுடன் தொடர்புடைய மற்றொரு எண்ணைக் கொண்டுள்ளது, கொடுக்கப்பட்ட எண்ணுடன் கூட்டப்பட்டால் பூஜ்ஜியம் கிடைக்கும். இது என்று அழைக்கப்படுகிறது **கூட்டல் நேர்மாறு** என்ற எண்ணிக்கை. எடுத்துக்காட்டாக, 7 இன் கூட்டல் நேர்மாறு -7 மற்றும் கூட்டல் தலைகீழ் -543 என்பது 543.
- கூட்டல் என்பதை பின்வருமாறு விளக்கலாம். **தொடக்க நிலை + இயக்கம் = இலக்கு நிலை**.
- கூட்டல் என்பதை இயக்கங்களின் கலவையாகவும் அல்லது அதிகரிக்கிறது / குறைகிறது என்றும் விளக்கலாம்: **இயக்கம் 1 + இயக்கம் 2 = மொத்த இயக்கம்**.
- கழித்தலை பின்வருமாறு விளக்கலாம். **இலக்கு நிலை - தொடக்க நிலை = இயக்கம்**.

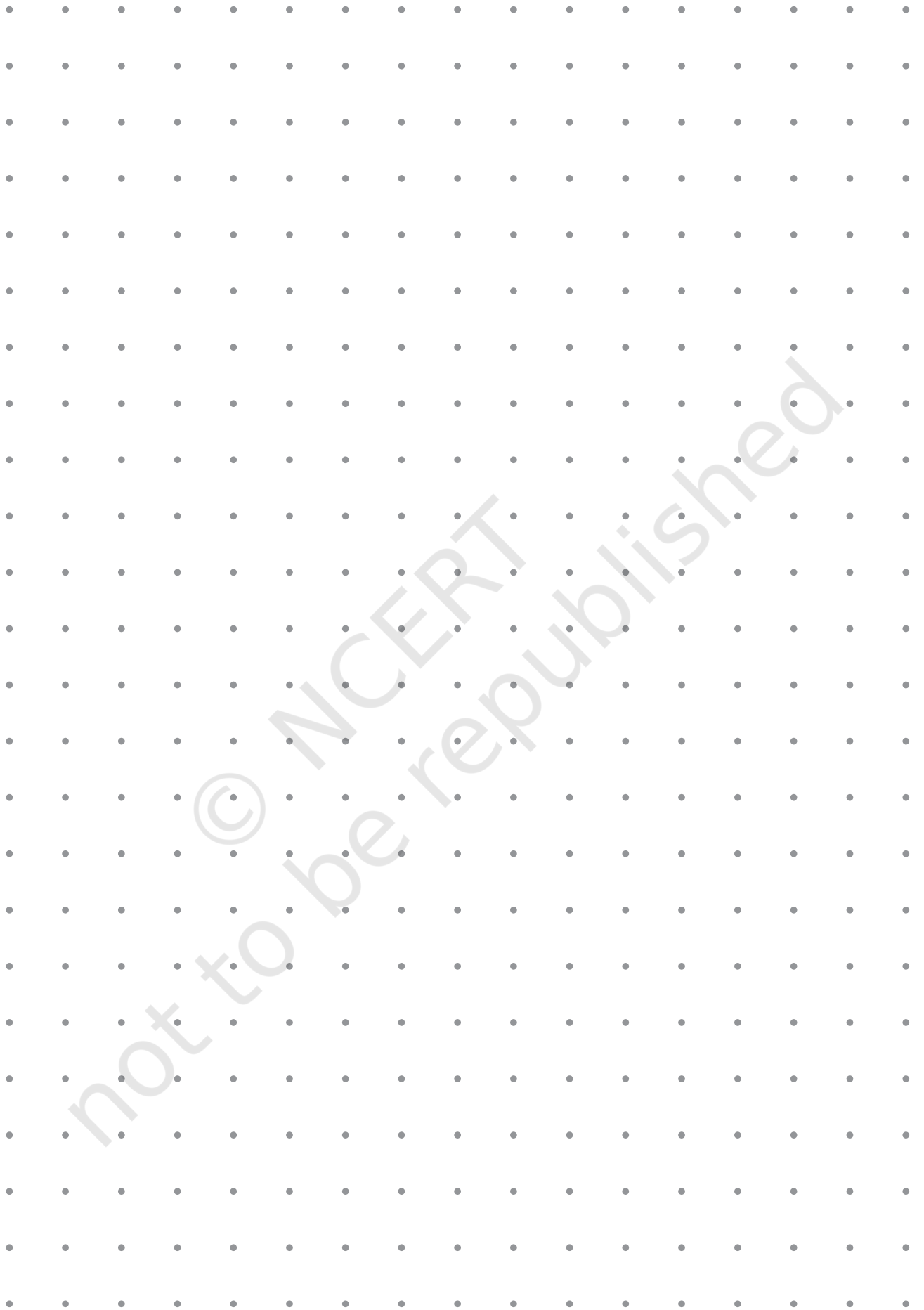
- பொதுவாக, பிரம்மகுப்தரின் கூட்டல் விதிகளைப் பின்பற்றுவதன் மூலம் இரண்டு எண்களைக் கூட்டலாம்:
 - a. இரண்டு எண்களும் நேர்மறையாக இருந்தால், எண்களைக் கூட்டவும், இதன் விளைவாக நேர்மறை எண் (எ.கா., $2 + 3 = 5$).
 - b. இரண்டு எண்களும் எதிர்மறையாக இருந்தால், எண்களைச் சேர்க்கவும் (அறிகுறிகள் இல்லாமல்), பின்னர் முடிவைப் பெற கழித்தல் அடையாளத்தை வைக்கவும் ($-2 + (-3) = -5$).
 - c. ஒரு எண் நேர்மறையாகவும் மற்றொன்று எதிர்மறையாகவும் இருந்தால், பெரிய எண்ணிலிருந்து (அடையாளம் இல்லாமல்) சிறிய எண்ணைக் கழித்து, முடிவைப் பெற பெரிய எண்ணின் அடையாளத்தை வைக்கவும் (எ.கா., $-5 + 3 = -2$).
 - d. ஒரு எண் மற்றும் அதன் கூட்டல் நேர்மாறு பூச்சியம் (எ.கா., $2 + (-2) = 0$).
 - e. ஒரு எண் மற்றும் பூஜ்ஜியம் அதே எண்ணைத் தருகிறது (எ.கா., $-2 + 0 = -2$).
- சிக்கலை ஒரு கூட்டல் கணக்காக மாற்றுவதன் மூலம் இரண்டு முழு எண்களைக் கழிக்கலாம், பின்னர் கூட்டல் விதிகளைப் பின்பற்றலாம். ஒரு முழு எண்ணின் கழித்தலும் அதன் கூட்டல் நேர்மாறு கூட்டலும் ஒன்றுதான்.
- முழு எண்களை ஒப்பிடலாம்: ... $-3 < -2 < -1 < 0 < +1 < +2 < +3 < \dots$ சிறிய எண்கள் எண் கோட்டில் பெரிய எண்களின் இடதுபுறத்தில் உள்ளன.
- நேர் மற்றும் எதிர் எண்களை வரவு மற்றும் பற்று என விளக்குவதன் மூலம் அவற்றுக்கு நாம் பொருள் கொடுக்கலாம். நேர் எண்களை தரை மட்டம் போன்ற ஒரு குறிப்புப் புள்ளிக்கு மேலே உள்ள தொலைவுகள் என்றும் நாம் விளக்கலாம். இதேபோல், எதிர்மறை எண்கள் தரை மட்டத்திற்கு கீழே உள்ள தூரங்கள் என்று விளக்கப்படலாம். டிகிரி செல்சியஸில் வெப்பநிலையை அளவிடும்போது, நேர்மறை வெப்பநிலை என்பது நீரின் உறைநிலைக்கு மேலே உள்ளவை, மற்றும் எதிர்மறை வெப்பநிலைகள் நீரின் உறைநிலைக்குக் கீழே உள்ளன.

முழு எண்கள்: பாம்புகள் மற்றும் ஏணிகள்

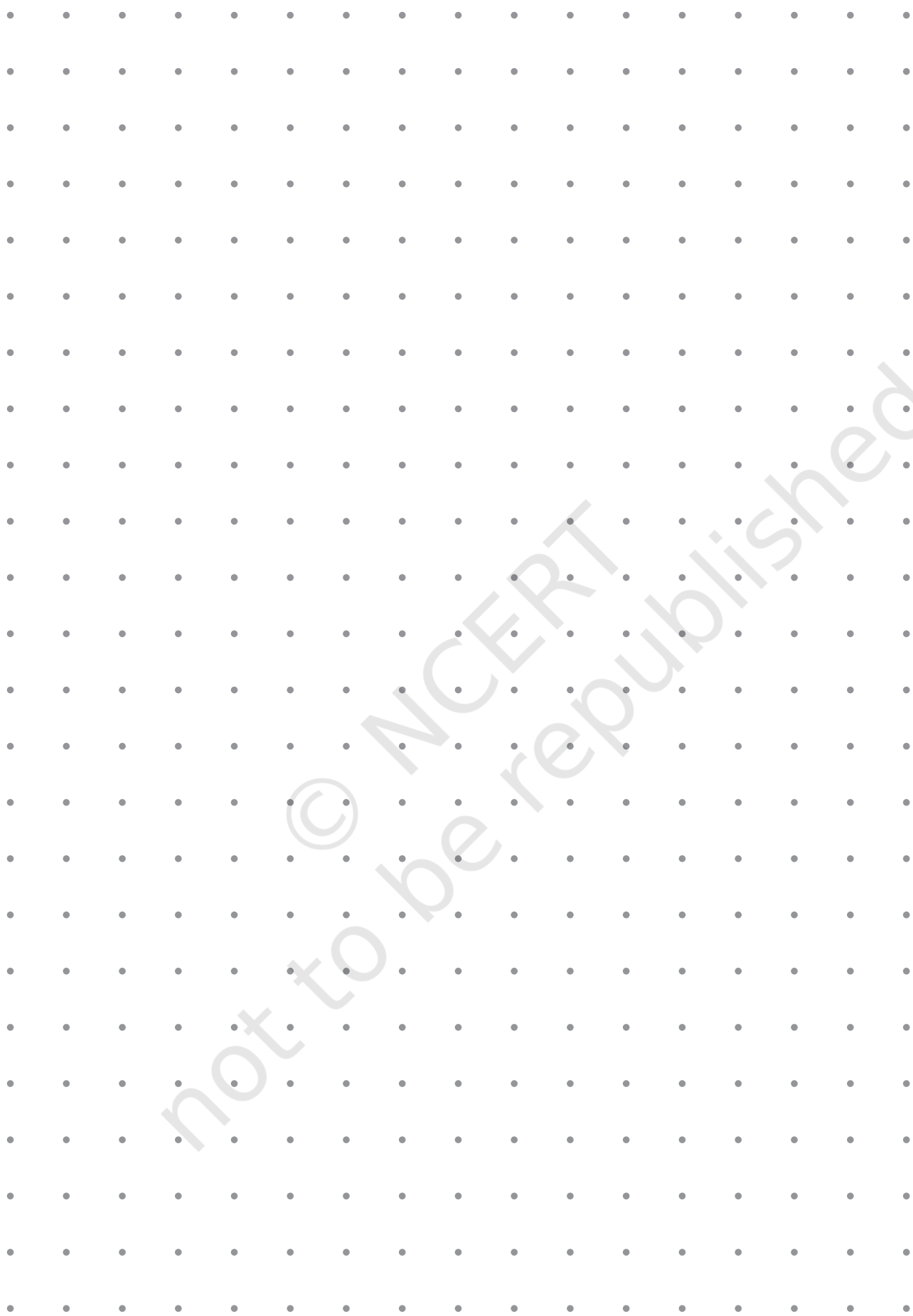
விதிகள்

- இது இரண்டு பே விளையாடும் விளையாட்டு. ஒவ்வொரு வீரருக்கும் 1 சிப்பாய் உள்ளது. இரு வீரர்களும் 0 இல் தொடங்குகிறார்கள். வீரர்கள் ஒன்று அடைய முடியும் - வெற்றி பெற 50 அல்லது + 50 ஆனால் விளையாட்டு முன் அல்லது போது இந்த முடிவு அல்லது சரி செய்ய தேவையில்லை.
- ஒவ்வொரு வீரரும் ஒரு நேரத்தில் இரண்டு பகடைகளை உருட்டுகிறார்கள். ஒரு பகடையில் +1 முதல் +6 வரையிலான எண்களும், மற்ற பகடையில் -1 முதல் -6 வரையிலான எண்களும் உள்ளன.
- இரண்டு பகடைகளின் ஒவ்வொரு ரோலுக்குப் பிறகும், வீரர் அவற்றை எந்த வரிசையிலும் சேர்க்கலாம் அல்லது கழிக்கலாம், பின்னர் முடிவைக் குறிக்கும் படிகளை நகர்த்தலாம். ஒரு நேர்மறையான முடிவு + 50 ஐ நோக்கி நகர்வதைக் குறிக்கிறது மற்றும் எதிர்மறை முடிவு - 50 ஐ நோக்கி நகர்வதாகும்.





© NCERT
not to be republished



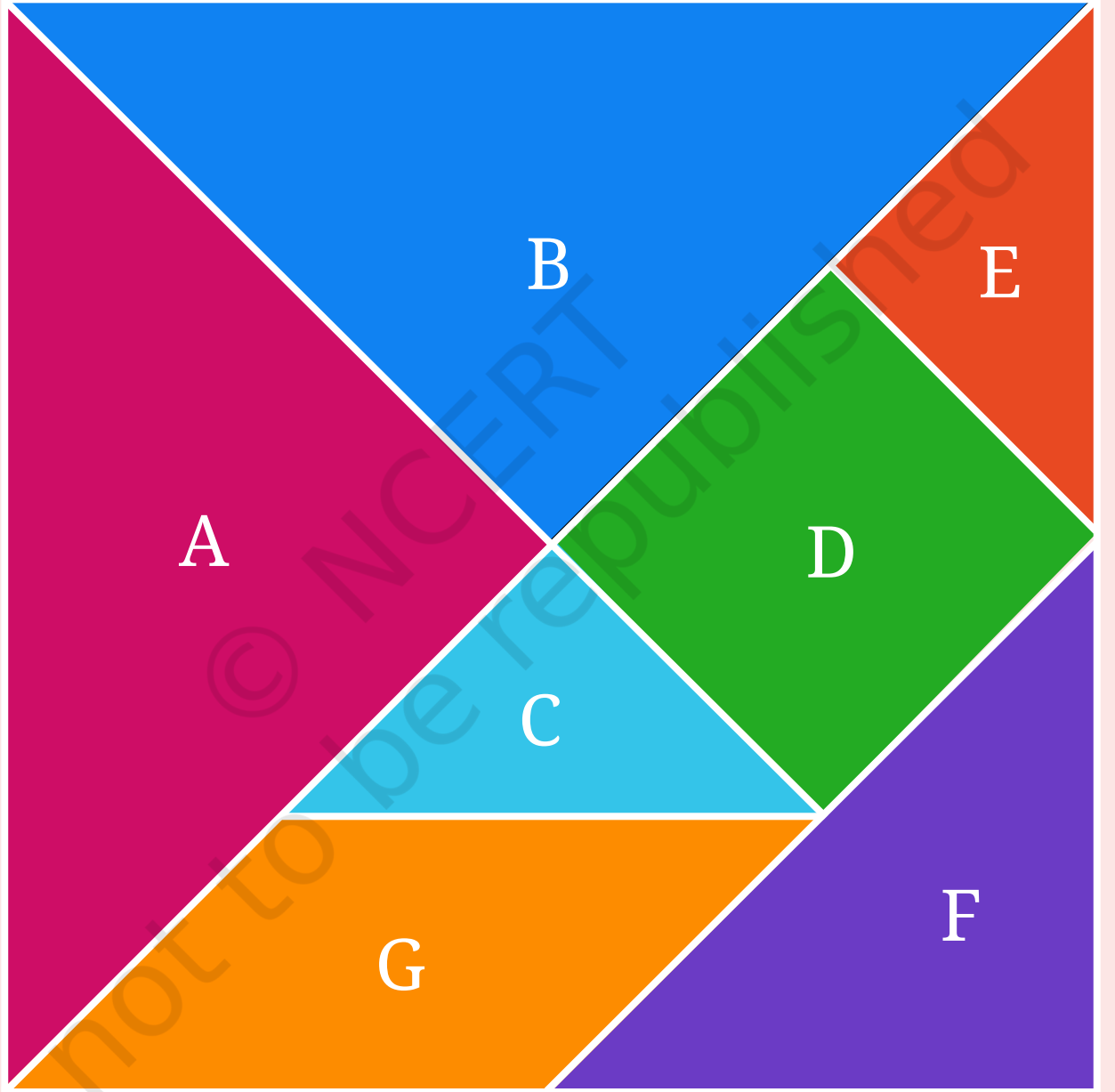
© NCERT
not to be republished





டான்கிராம்

குறிப்பு: ஒவ்வொரு வடிவத்தையும் வெள்ளை எல்லையில் வெட்டுங்கள்.



© NCERT
not to be republished





பின்ன சுவரீ

குறிப்பு: ஓவ்வொரு வடிவத்தையும் வெள்ளை எல்லையில் வெட்டுங்கள்..

1 அலகு									
$\frac{1}{2}$		$\frac{2}{2}$		$\frac{3}{3}$		$\frac{4}{4}$		$\frac{5}{5}$	
$\frac{1}{3}$		$\frac{2}{3}$		$\frac{3}{4}$		$\frac{4}{5}$		$\frac{5}{6}$	
$\frac{1}{4}$		$\frac{2}{4}$		$\frac{3}{5}$		$\frac{4}{6}$		$\frac{5}{7}$	
$\frac{1}{5}$		$\frac{2}{5}$		$\frac{3}{6}$		$\frac{4}{7}$		$\frac{5}{8}$	
$\frac{1}{6}$		$\frac{2}{6}$		$\frac{3}{7}$		$\frac{4}{8}$		$\frac{5}{9}$	
$\frac{1}{7}$		$\frac{2}{7}$		$\frac{3}{8}$		$\frac{4}{9}$		$\frac{5}{10}$	
$\frac{1}{8}$		$\frac{2}{8}$		$\frac{3}{9}$		$\frac{4}{10}$		$\frac{5}{10}$	
$\frac{1}{9}$		$\frac{2}{9}$		$\frac{3}{10}$		$\frac{4}{10}$		$\frac{5}{10}$	
$\frac{1}{10}$		$\frac{2}{10}$		$\frac{3}{10}$		$\frac{4}{10}$		$\frac{5}{10}$	

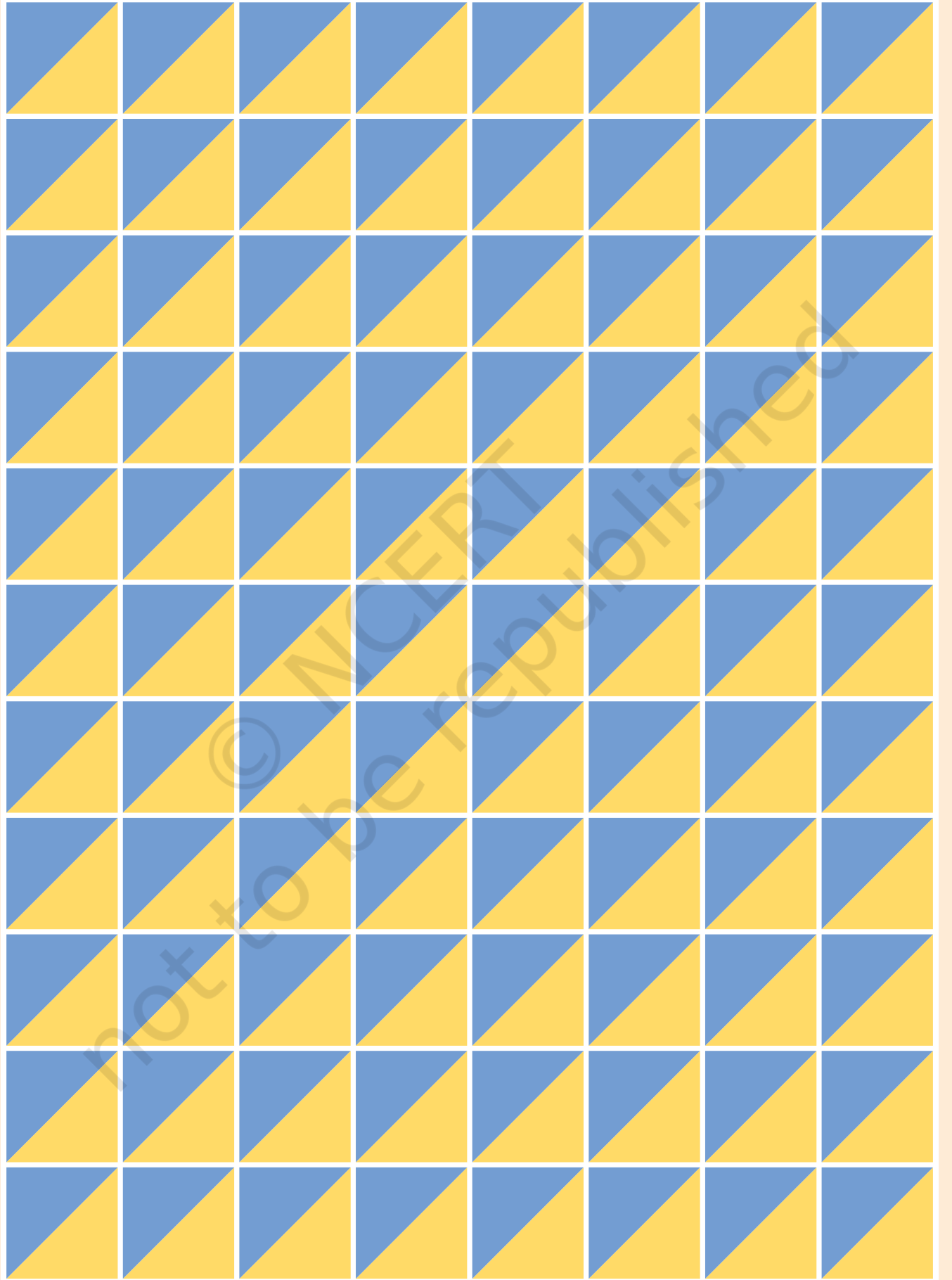


© NCERT
not to be republished





குறிப்பு: வெள்ளை எல்லையில் ஓடுகளை வெட்டுங்கள்



© NCERT
not to be republished



குறிப்புகள்

© NCERT
not to be republished

குறிப்புகள்

© NCERT
not to be republished