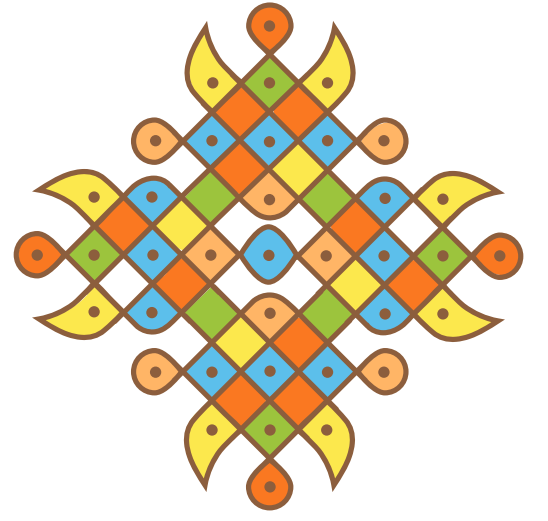




0674CH09



## சமச்சீர்

உங்களைச் சுற்றிப் பாருங்கள் - உங்கள் கவனத்தை ஈர்க்கும் பல பொருட்களை நீங்கள் காணலாம். அத்தகைய சில விஷயங்கள் கீழே காட்டப்பட்டுள்ளன:



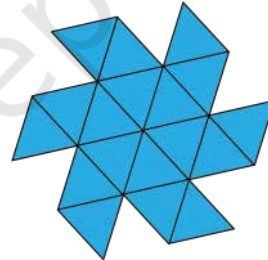
மலர்



வண்ணத்துப்பூச்சி



ரங்கோலி



பின்வீல்

மேலே உள்ள படங்களில் ஏதோ ஒரு அழகு இருக்கிறது.

மலர் பல கோணங்களில் ஒரே மாதிரியாக இருக்கும். பட்டாம்பூச்சி பற்றி என்ன? வண்ணங்கள் மிகவும் கவர்ச்சிகரமானவை என்பதில் சந்தேகமில்லை. ஆனால் பட்டாம்பூச்சி பற்றி வேறு என்ன உங்களை ஈர்க்கிறது?

இந்தப் படங்களில், உருவத்தின் சில பகுதிகள் திரும்பத் திரும்ப வருவது போலவும், இந்த மறுபடியும் ஒரு திட்டவட்டமான வடிவத்தில் நடப்பது போலவும் தோன்றுகிறது. அழகில் என்ன திரும்பத் திரும்ப வருகிறது என்று பார்க்க முடியுமா ரங்கோலி உரு? உள்ள ரங்கோலி,

மலரை  $90^\circ$  சுழற்றும் போது சிவப்பு இதழ்கள் மீண்டும் தானாகவே வருகின்றனமையத்தைச் சுற்றி மற்றும் மற்ற பகுதிகளும் அவ்வாறு செய்கின்றன ரங்கோலி.

பின்வீல் பற்றி என்ன? எந்த முறை மீண்டும் மீண்டும் வருகிறது என்பதைக் கண்டுபிடிக்க முடியுமா?

குறிப்பு: முதலில் அறுகோணத்தைப் பாருங்கள்.

இப்போது, அறுகோணத்தின் ஒவ்வொரு பக்கத்திலும் எந்த உருவம் மீண்டும் மீண்டும் வருகிறது என்று சொல்ல முடியுமா? ஒவ்வொரு பக்கத்திலும் ஒட்டிக்கொண்டிருக்கும் உருவத்தின் வடிவம் என்ன? அதை நீங்கள் அடையாளம் காண்கிறீர்களா? அறுகோணத்தின் எல்லையில் நீங்கள் நகரும்போது இந்த வடிவங்கள் எவ்வாறு நகர்கின்றன? மற்ற படங்களைப் பற்றி என்ன - உங்களை ஈர்க்கும் அந்த கட்டமைப்புகளைப் பற்றி என்ன, மீண்டும் மீண்டும் அந்த கட்டமைப்புகளில் உள்ள வடிவங்கள் என்ன?



மேகங்கள்

மறுபுறம், மேகங்களின் இந்த படத்தைப் பாருங்கள். அப்படி திரும்பத் திரும்ப நிகழும் முறை இல்லை.

முதல் நான்கு உருவங்கள் சமச்சீரானவை என்றும் கடைசி உருவம் சமச்சீரற்றது என்றும் நாம் கூறலாம். ஒரு சமச்சீர் என்பது ஒரு குறிப்பிட்ட வடிவத்தில் மீண்டும் மீண்டும் செய்யப்படும் ஒரு உருவத்தின் பகுதி அல்லது பகுதிகளைக் குறிக்கிறது.



தாஜ் மகால்

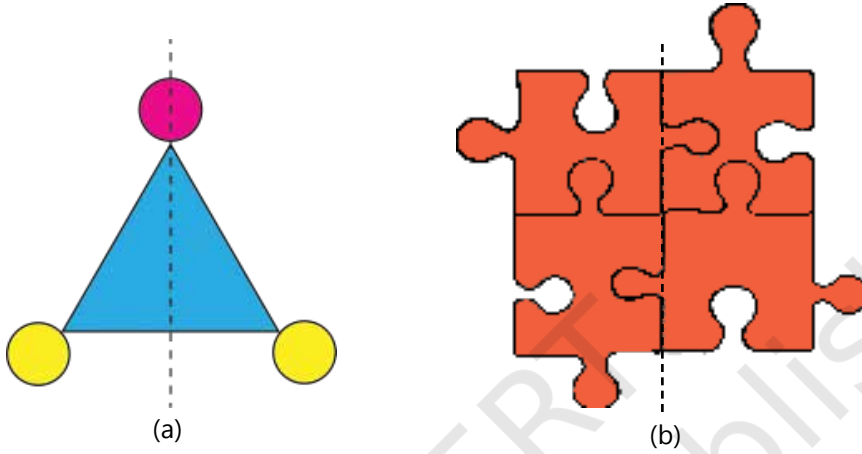


கோபுரம்

இந்த அழகான கட்டமைப்புகளில் நீங்கள் காணும் சமச்சீர்மைகள் என்ன?

## 9.1 சமச்சீர் கோடு

படம் (a) ஒரு புள்ளியிடப்பட்ட கோடுடன் நீல முக்கோணத்தின் படத்தைக் காட்டுகிறது. புள்ளியிடப்பட்ட கோட்டுடன் முக்கோணத்தை மடித்தால் என்ன செய்வது? ஆம், முக்கோணத்தின் ஒரு பாதி மற்ற பாதியை முழுமையாக உள்ளடக்கியது. இவை என்று அழைக்கப்படுகின்றன **கண்ணாடி பாதிகள்[தொகு]!**

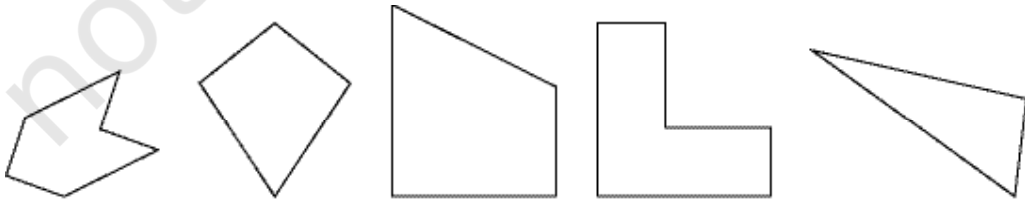


படம் (B) நான்கு புதிர் துண்டுகள் மற்றும் நடுவில் ஒரு புள்ளியிடப்பட்ட கோடு கடந்து செல்கிறது? அவை கண்ணாடி பாதிகளா? இல்லை, நாம் கோட்டில் மடிக்கும்போது, இடது பாதி வலது பாதியில் சரியாக பொருந்தாது.

ஒரு உருவத்தை இரண்டாக வெட்டும் கோடு அந்த கோட்டில் மடிக்கப்படும் போது சரியாக ஒன்றுடன் ஒன்று சேரும் பகுதிகள் ஒரு என்று அழைக்கப்படுகின்றன **சமச்சீர் கோடு** உருவம்.

### ☀ அதைக் கண்டுபிடியுங்கள்

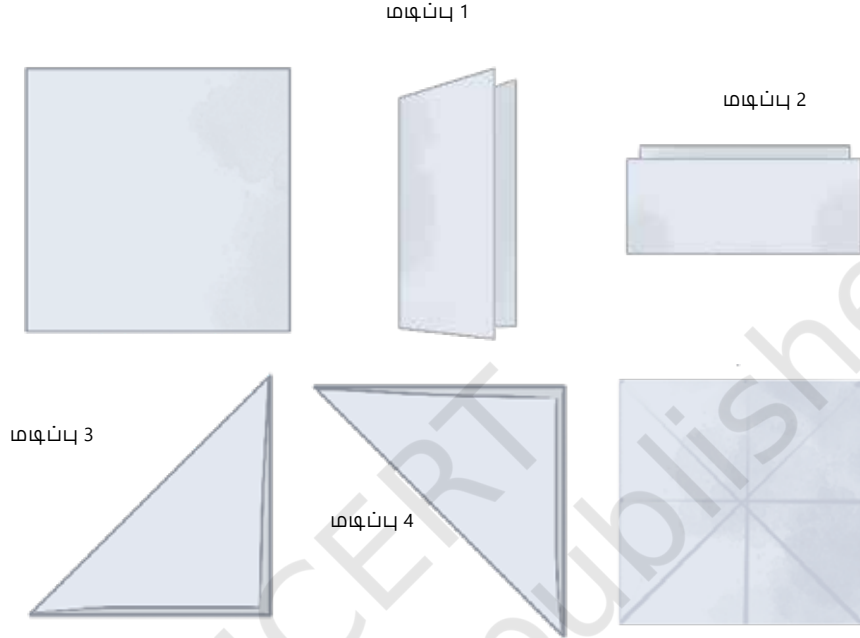
1. அத்தியாயத்தின் தொடக்கத்தில் உள்ள எண்களில் ஏதேனும் சமச்சீர் கோடு தெரிகிறதா? மேகத்தின் படத்தில் என்ன?
2. பின்வரும் ஒவ்வொரு படத்திற்கும், சமச்சீர் கோடு (களை) அது இருந்தால் அடையாளம் காணவும்.



## ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட சமச்சீர் கோடுகளைக் கொண்ட உருவங்கள்

ஒரு சதுரத்திற்கு ஒரே ஒரு சமச்சீர் கோடு மட்டுமே உள்ளதா?

ஒரு சதுர துண்டு காகிதத்தை எடுத்துக் கொள்ளுங்கள். மடிப்பதன் மூலம், அதன் அனைத்து சமச்சீர் கோடுகளையும் கண்டறியவும்.



வெவ்வேறு மடிப்புகள் வெவ்வேறு சமச்சீர் கோடுகளைக் கொடுக்கின்றன.

- காகிதத்தை செங்குத்தாக பாதிமாக மடியுங்கள்.
- அதை மீண்டும் பாதிமாக பாதிமாக மடியுங்கள் (அதாவது, நீங்கள் அதை இரண்டு முறை மடித்துள்ளீர்கள்). இப்போது மடிப்புகளைத் திறக்கவும்.

செங்குத்து மடிப்பு



கிடைமட்ட மடிப்பு

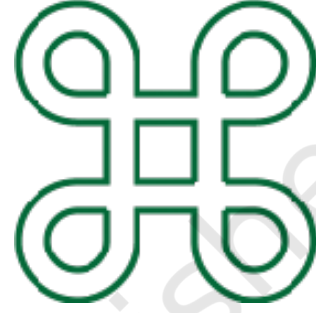
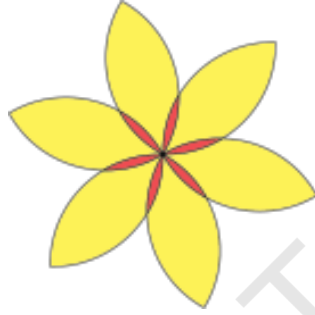
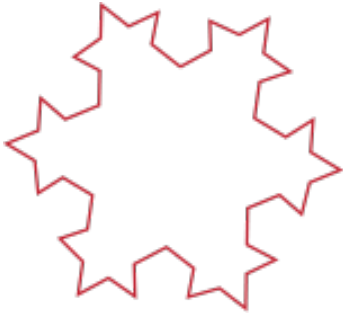


மீண்டும் சதுரத்தை பாதிமாக மடியுங்கள் (இப்போது மூன்றாவது முறையாக), ஆனால் இந்த முறை படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ளபடி, மூலைவிட்டத்துடன். மீண்டும், அதைத் திறக்கவும்.

அதை பாதியாக (நான்காவது முறையாக) மடியுங்கள், ஆனால் இந்த முறை படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ளபடி, மற்ற மூலைவிட்டத்தில். மடிப்பைத் திறக்கவும்.

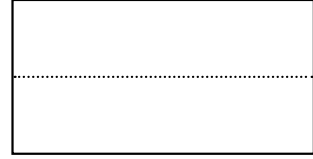
☀ இரண்டு பாதிகளும் ஒன்றுடன் ஒன்று சேரும்படி சதுரத்தை மடிக்க வேறு வழி உள்ளதா? சதுர வடிவத்தில் எத்தனை சமச்சீர் கோடுகள் உள்ளன?

இவ்வாறு, புள்ளிவிவரங்கள் சமச்சீர்மையின் பல கோடுகளைக் கொண்டிருக்கலாம். கீழேயுள்ள படங்களிலும் பல சமச்சீர் கோடுகள் உள்ளன. உங்களால் கண்டுபிடிக்க முடியுமா அவர்கள் அனைவரும்?



☀ ஒரு சதுரத்தின் மூலைவிட்டமும் ஒரு சமச்சீர் கோடே என்று பார்த்தோம். சதுரமாக இல்லாத ஒரு செவ்வகத்தை எடுத்துக் கொள்வோம். அதன் மூலைவிட்டம் சமச்சீர் கோடா?

முதலில், செவ்வகத்தைப் பார்த்து இந்த கேள்விக்கு பதிலளிக்கவும். பின்னர், ஒரு செவ்வக காகிதத் துண்டை எடுத்து, அதன் மூலைவிட்டத்துடன் மடிப்பதன் மூலம் இரண்டு பகுதிகளும் ஒன்றின் மீது ஒன்று உள்ளதா என்று சரிபார்க்கவும். நீங்கள் என்ன கவனிக்கிறீர்கள்?

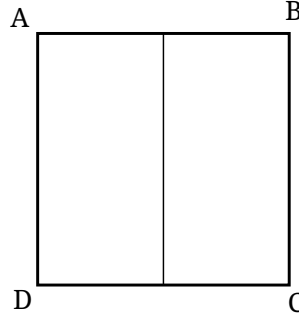


## பிரதிபிம்பம்

ஒரு உருவத்தை சமச்சீர் கோட்டில் மடிக்கும்போது, இரண்டு பகுதிகளும் முழுமையாக ஒன்றுடன் ஒன்று இணைகின்றன என்று இதுவரை கூறி வந்தோம். சமச்சீர் கோட்டின் ஒரு பக்கத்தில் உள்ள உருவத்தின் பகுதி மறுபுறம் உள்ள கோட்டால் பிரதிபலிக்கிறது என்றும் நாம் கூறலாம்; இதேபோல், சமச்சீர் கோட்டின் மறுபக்கத்தில் உள்ள உருவத்தின் பகுதி முதல் பக்கத்தில் பிரதிபலிக்கிறது! படத்தில் சில புள்ளிகளை லேபிளிடுவதன் மூலம் இதைப் புரிந்துகொள்வோம்.

படம் ஒரு சதுரத்தைக் காட்டுகிறது, அதன் மூலைகள் A, B, C மற்றும் D என்று பெயரிடப்பட்டுள்ளன. முதலில் செங்குத்துக் கோட்டின் சமச்சீர்க் கோட்டைக் கருத்தில் கொள்வோம். இந்தக் கோட்டின் வழியே சதுரத்தை எதிரொளிக்கும்

போது, வலப்புறமுள்ள B, C புள்ளிகள் இடப்புறம் எதிரொளிக்கப்பட்டு, A, D முன்பு ஆக்கிரமித்த இடங்களை அடைத்துக் கொள்கின்றன. A, D புள்ளிகளுக்கு என்ன நிகழ்கிறது? B இடம் A இடத்தையும், D ஆனது C இடத்தையும் வகிக்கின்றன!



☀ நாம் மூலைவிட்டத்தில் A முதல் C வரை எதிரொளித்தால் என்ன செய்வது? A, B, C மற்றும் D புள்ளிகள் எங்கு செல்கின்றன? சமச்சீர்மையின் கிடைமட்டக் கோட்டில் நாம் எதிரொளித்தால் என்ன செய்வது? ஒரு கோடு அல்லது சமச்சீர் கோடுகளைக் கொண்ட ஒரு உருவம் பின்வருமாறு கூறப்படுகிறது **பிரதிபலிப்புச் சமச்சீர்**.

### சமச்சீர் கோடுகளைக் கொண்ட வடிவங்களை உருவாக்குதல்

இதுவரை நாம் சமச்சீர் உருவங்கள் மற்றும் சமச்சீரற்ற உருவங்களைப் பார்த்தோம் புள்ளிவிவரங்கள். இத்தகைய சமச்சீர் உருவங்களை ஒருவர் எவ்வாறு உருவாக்குகிறார்? இதை ஆராய்வோம்.

#### இங்கு ப்ளாட் டெவில்ஷ்

ஐந்தாம் வகுப்பில் இப்படி செய்து மகிழ்ந்திருப்பீர்கள். ஒரு துண்டு காகிதத்தை எடுத்துக் கொள்ளுங்கள். அதை பாதியாக மடியுங்கள். காகிதத்தைத் திறந்து ஒரு பாதியில் சில துளிகள் இங்கு (அல்லது வண்ணம்) சிந்தவும்.

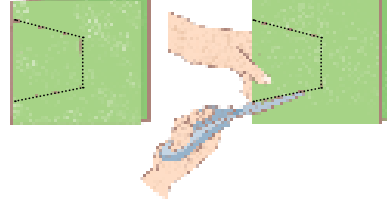
இப்போது பகுதிகளை ஒன்றாக அழுத்தி, பின்னர் மீண்டும் காகிதத்தைத் திறக்கவும்.

- நீ என்ன பார்க்கிறாய்?
- இதன் விளைவாக உருவம் சமச்சீர் உள்ளதா?
- ஆம் எனில், சமச்சீர் கோடு எங்கே?
- ஒரே மாதிரியான இரண்டு பாகங்களை உருவாக்க அதை மடிக்கக்கூடிய வேறு ஏதேனும் கோடு உள்ளதா?
- இதுபோன்ற வடிவங்களை மேலும் உருவாக்க முயற்சிக்கவும்.

## காகித மடிப்பு மற்றும் வெட்டுதல்

சமச்சீர் வடிவங்களை உருவாக்குவதற்கான மற்றொரு வழி இங்கே!

இந்த இரண்டு படங்களிலும், ஒரு காகிதத் தாள் மடிக்கப்பட்டு, காட்டப்பட்டுள்ள புள்ளியிடப்பட்ட கோட்டில் ஒரு வெட்டு செய்யப்படுகிறது. காகிதத்தை விரிக்கும்போது எப்படி இருக்கும் என்பதற்கான ஒரு வரைபடத்தை வரையவும்.

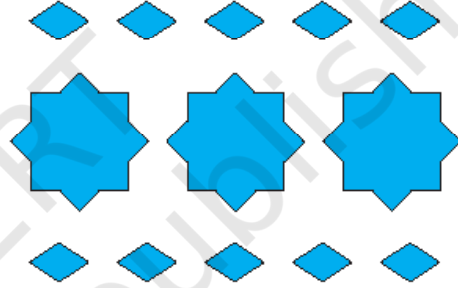


இந்த படத்தில் ஒரு சமச்சீர் கோட்டை நீங்கள் காண்கிறீர்களா? அது என்ன?

மடிப்பு மற்றும் வெட்டுதல் மூலம் வெவ்வேறு சமச்சீர் வடிவங்களை உருவாக்கவும்.

சமச்சீர் வடிவங்களைப் பெற காகிதத் துண்டுகளை மடிப்பதற்கும் வெட்டுவதற்கும் இன்னும் பல வழிகள் உள்ளன!

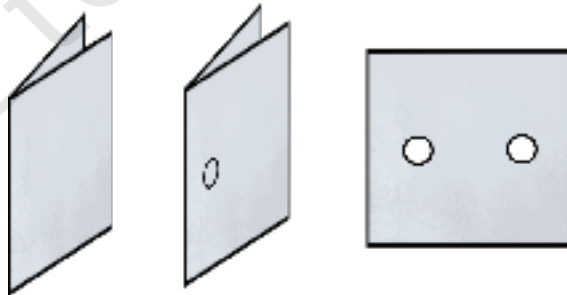
மெல்லிய செவ்வக நிற காகிதத்தைப் பயன்படுத்தவும். அதை பல முறை மடித்து, இங்கே காட்டப்பட்டுள்ளதைப் போல காகிதத்தை வெட்டுவதன் மூலம் சில சிக்கலான வடிவங்களை உருவாக்கவும். மீண்டும் மீண்டும் வடிவமைப்பில் சமச்சீர் கோடுகளை அடையாளம் காணவும். பண்டிகை சந்தர்ப்பங்களில் இதுபோன்ற அலங்கார காகித கட்-அவுட்களைப் பயன்படுத்துங்கள்.



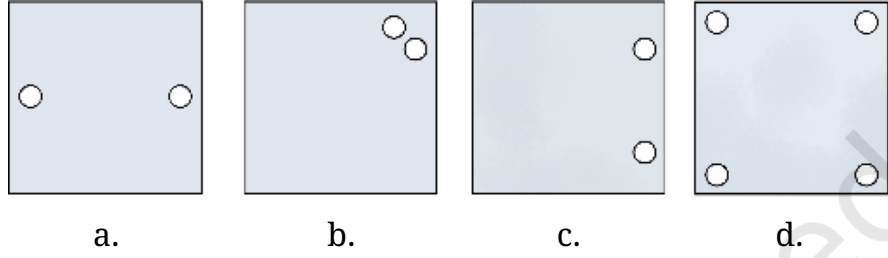
## ☀ அதைக் கண்டுபிடியுங்கள்

### குத்து விளையாட்டு

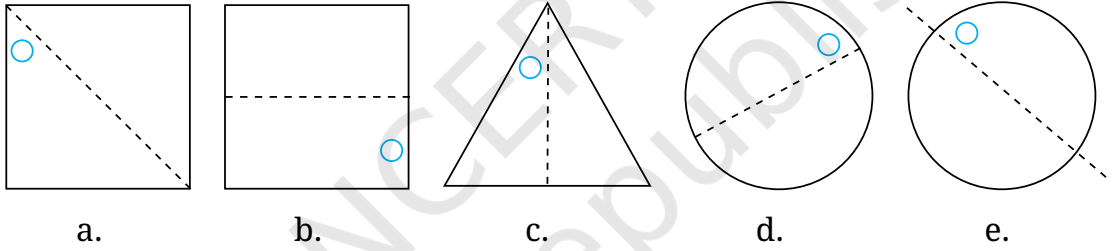
மடிப்பு என்பது சமச்சீர் கோடு. ஒரு துளையிடும் இயந்திரத்தைப் பயன்படுத்தி மடிக்கப்பட்ட சதுர காகிதத்தின் வெவ்வேறு இடங்களில் துளையிட்டு வெவ்வேறு சமச்சீர் வடிவங்களை உருவாக்கவும்.



- பின்வரும் ஒவ்வொரு படத்திலும், மடிக்கப்பட்ட சதுரத் தாளில் ஒரு துளை துளைக்கப்பட்டு, பின்னர் காகிதம் திறக்கப்பட்டது. காகிதம் மடிக்கப்பட்ட கோட்டை அடையாளம் காணவும்.  
படம் (d) ஒரு துளை குத்துவதன் மூலம் உருவாக்கப்பட்டது. காகிதம் எப்படி மடிக்கப்பட்டது?



- சமச்சீர்மையின் கோடு(கள்) கொடுக்கப்பட்டால், மற்ற துளை(கள்) ஐக் கண்டறியவும்:



- காகித வெட்டுதல் குறித்த சில கேள்விகள் இங்கே.  
ஒரு செங்குத்து மடிப்பைக் கவனியுங்கள். நாங்கள் அதை இந்த வழியில் பிரதிநிதித்துவப்படுத்துகிறோம்:

செங்குத்து மடிப்பு



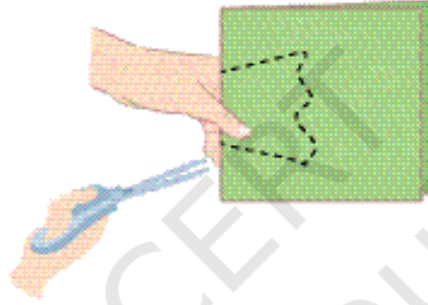
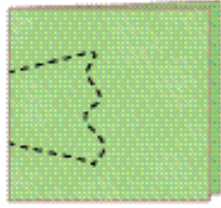
இதேபோல், ஒரு கிடைமட்ட மடிப்பு பின்வருமாறு குறிப்பிடப்படுகிறது:

கிடைமட்ட மடிப்பு

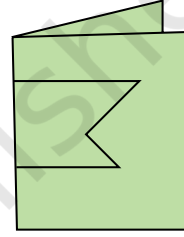


4. பின்வரும் ஒவ்வொரு வெட்டுக்குப் பிறகும், காகிதத்தைத் திறக்கும்போது துளையின் வடிவத்தைக் கணிக்கவும். உங்கள் கணிப்பைச் செய்தபிறகு, கட்அவுட்களை உருவாக்கி உங்கள் பதிலைச் சரிபார்க்கவும்.

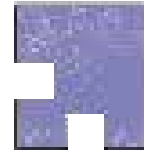
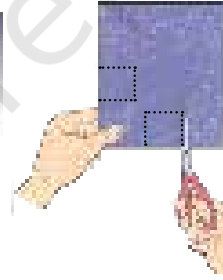
a.



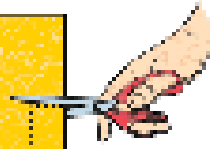
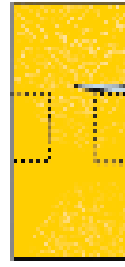
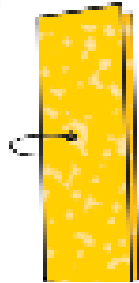
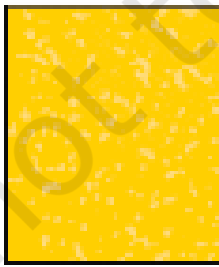
b.



c.

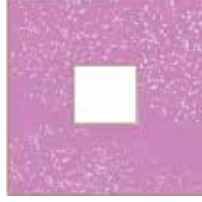


d.



- 5 இந்த வடிவங்கள் ஒவ்வொன்றையும் சில மடிப்புகள் மற்றும் ஒரு நேரான வெட்டுடன் பெற வேண்டும் என்று வைத்துக்கொள்வோம். நீங்கள் அதை எப்படி செய்வீர்கள்?

a. மையத்தில் உள்ள துளை ஒரு சதுரம்.



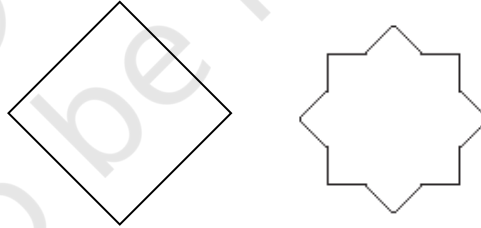
b. மையத்தில் உள்ள துளை ஒரு சதுரம்.



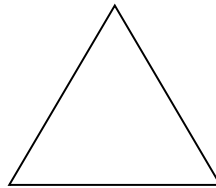
குறிப்பு: மேற்கண்ட இரண்டு கேள்விகளுக்கு, மையத்தில் உள்ள 4-பக்க உருவங்கள் ஒரு சதுரத்தின் இரண்டு பண்புகளையும் பூர்த்தி செய்கிறதா என்று சரிபார்க்கவும்.

6. இந்த வடிவங்களுக்கு எத்தனை சமச்சீர் கோடுகள் உள்ளன?

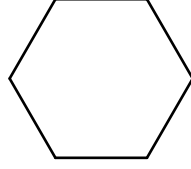
i.



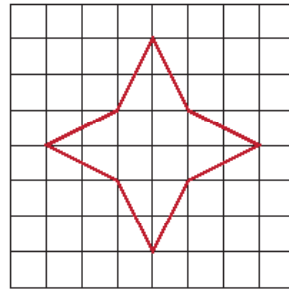
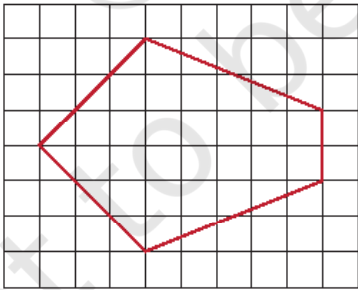
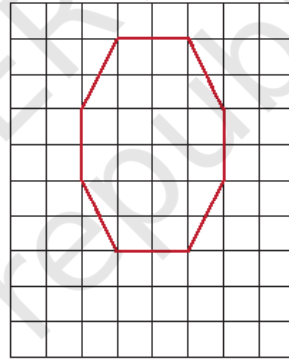
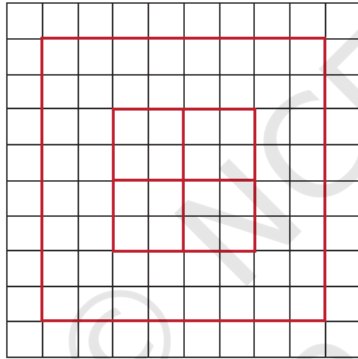
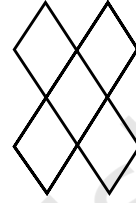
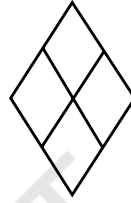
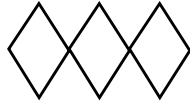
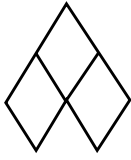
ii. சம பக்கங்கள் மற்றும் சம கோணங்கள் கொண்ட ஒரு முக்கோணம்.



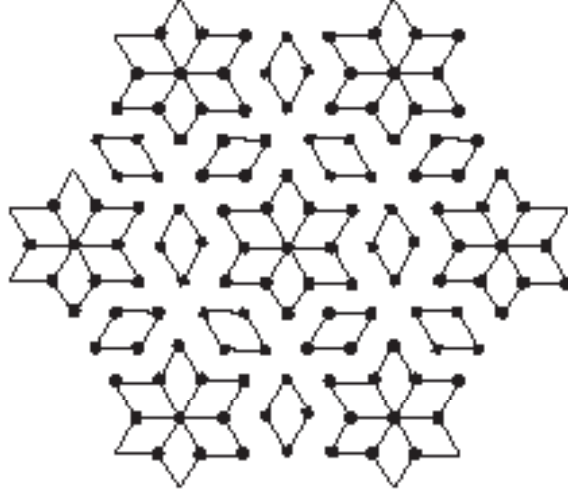
- iii. சம பக்கங்கள் மற்றும் சம கோணங்கள் கொண்ட ஒரு அறுகோணம்.



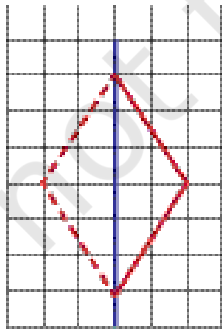
7. ஒவ்வொரு உருவத்தையும் கண்டுபிடித்து, சமச்சீர் கோடுகள் ஏதேனும் இருந்தால் வரையவும்:



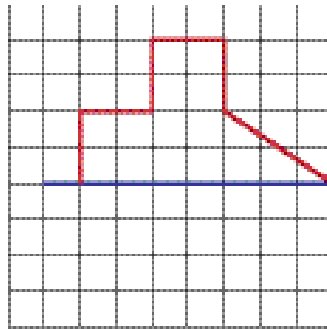
8. கீழே உள்ள கோலத்திற்கான சமச்சீர் கோடுகளைக் கண்டறியவும்.



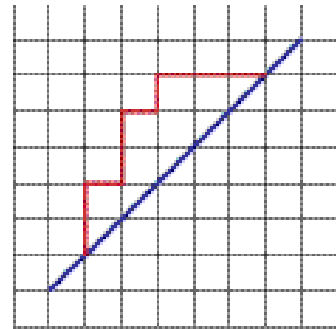
9. பின்வருவனவற்றை வரையவும்.
- சரியாக ஒரு கோடு சமச்சீர் கொண்ட முக்கோணம்.
  - சரியாக மூன்று கோடுகள் சமச்சீர் கொண்ட முக்கோணம்.
  - சமச்சீர் கோடு இல்லாத முக்கோணம்.
- சரியாக இரண்டு சமச்சீர் கோடுகளைக் கொண்டு ஒரு முக்கோணத்தை வரைய முடியுமா?
10. பின்வருவனவற்றை வரையவும். ஒவ்வொரு சந்தர்ப்பத்திலும், உருவம் குறைந்தது ஒரு வளைந்த எல்லையைக் கொண்டிருக்க வேண்டும்.
- சரியாக ஒரு கோடு சமச்சீர் கொண்ட உருவம்.
  - சரியாக இரண்டு கோடுகள் சமச்சீர் கொண்ட உருவம்.
  - சரியாக நான்கு கோடுகள் சமச்சீர் கொண்ட உருவம்.
11. பின்வருவனவற்றை சதுர காகிதத்தில் பிரதியெடுக்கவும். அவற்றை முடிக்கவும், அதனால் நீல நிறம் கோடு என்பது சமச்சீர் கோடு. பிரச்சனை (அ) உங்களுக்காக செய்யப்பட்டுள்ளது.



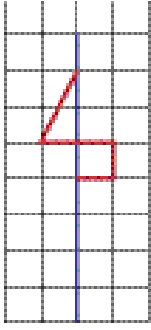
(a)



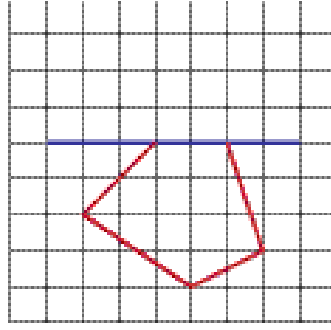
(b)



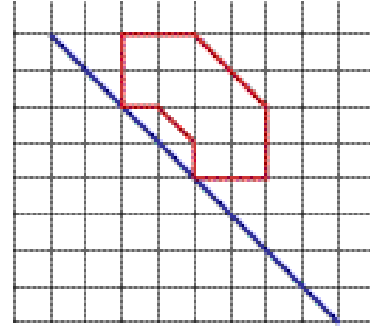
(c)



(d)



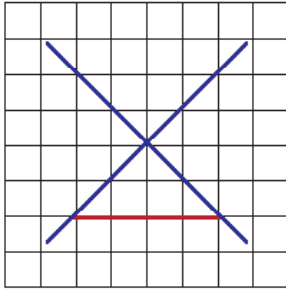
(e)



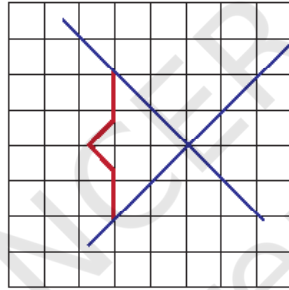
(f)

குறிப்பு: (c) மற்றும் (f) க்கு, புத்தகத்தை சமீர்ந்துவது உதவுகிறதா என்று பாருங்கள்!

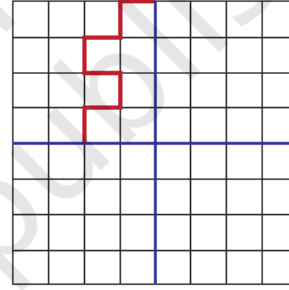
12. பின்வரும் வரைபடத்தை சதுர காகிதத்தில் நகலெடுத்து வரைதல். அவை ஒவ்வொன்றையும் முடிக்கவும், இதனால் கிடைக்கும் உருவத்தில் இரண்டு நீல கோடுகள் சமச்சீர் கோடுகளாக இருக்கும்.



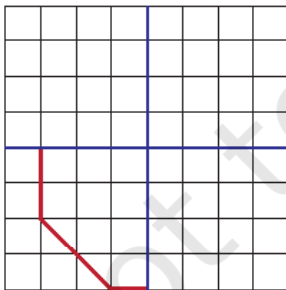
(a)



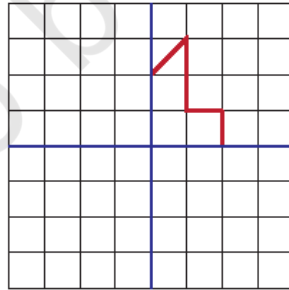
(b)



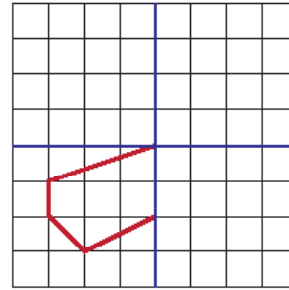
(c)



(d)

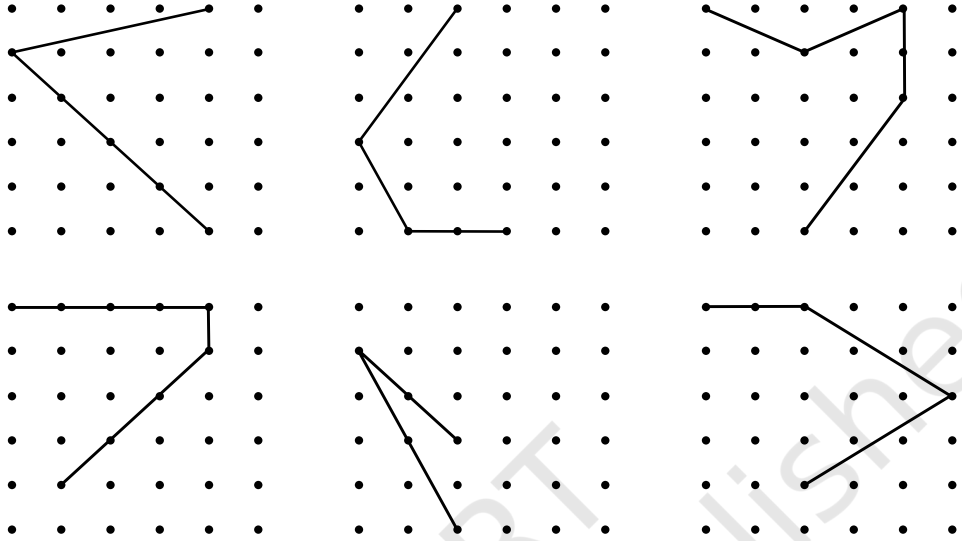


(e)



(f)

13. பின்வருவனவற்றை புள்ளி கட்டத்தில் நகலெடுக்கவும். ஒவ்வொரு உருவத்திற்கும் சமச்சீர் கோடு கொண்ட ஒரு வடிவத்தை உருவாக்க மேலும் இரண்டு கோடுகளை வரையவும்.



## 9.2 சுழற்சி சமச்சீர்

படத்தில் உள்ள காகித காற்றாலை சமச்சீராகத் தெரிகிறது, ஆனால் சமச்சீர் கோடு இல்லை! இருப்பினும், நீங்கள் அதை மடித்தால், இரண்டு பகுதிகளும் சரியாக ஒன்றுடன் ஒன்று இருக்காது. மறுபுறம், நீங்கள் அதை மையத்தில் உள்ள சிவப்பு புள்ளியைப் பற்றி  $90^\circ$  சுழற்றினால், காற்றாலை சரியாக ஒரே மாதிரியாகத் தெரிகிறது.



காற்றாலை **சுழற்சி சமச்சீர்** உள்ளது என்று சொல்கிறோம்.

சுழற்சி சமச்சீர்மையைப் பற்றி பேசும்போது, எப்போதும் ஒரு நிலையான புள்ளி உள்ளது, அதைப் பற்றி பொருள் சுழற்றப்படுகிறது. இந்த நிலையான புள்ளி என்று அழைக்கப்படுகிறது **சுழற்சி மையம்**.

மேலே உள்ள காற்றாலை  $90^\circ$  க்கும் குறைவான கோணத்தில் சுழற்றும்போது சரியாக ஒரே மாதிரியாக இருக்குமா?

இல்லை!

ஒரு உருவத்தை ஒரே மாதிரியாகத் தோற்றமளிக்க சுழற்றக்கூடிய ஒரு கோணம் என்று அழைக்கப்படுகிறது **சுழற்சி சமச்சீர் கோணம்**, அல்லது சுருக்கமாக ஒரு **சமச்சீர் கோணம்**.

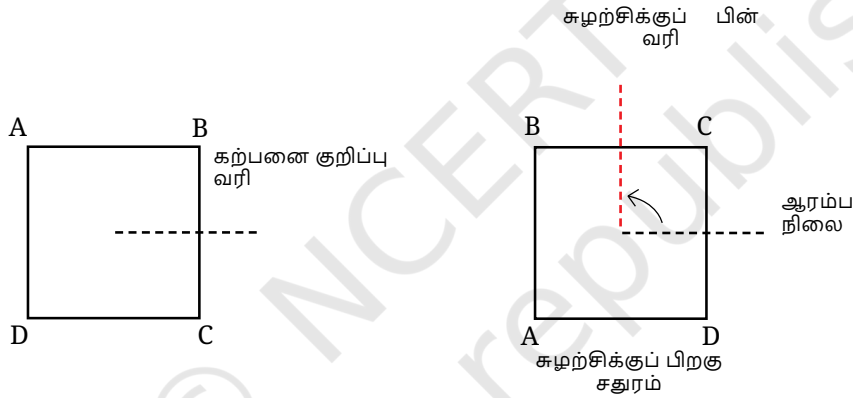
காற்றாலையைப் பொறுத்தவரை, சமச்சீர் கோணங்கள்  $90^\circ$  (கால் திருப்பம்),  $180^\circ$  (அரை திருப்பம்),  $270^\circ$  (முக்கால் சுற்று) மற்றும்  $360^\circ$  (முழு திருப்பம்) ஆகும். எந்தவொரு உருவத்தையும்  $360^\circ$  சுழற்றும்போது, அது அதன் அசல் நிலைக்குத் திரும்புவதைக் கவனிக்கவும், எனவே  $360^\circ$  எப்போதும் சமச்சீர் கோணமாகும்.

எனவே, காற்றாலை 4 சமச்சீர் கோணங்களைக் கொண்டிருப்பதைக் காண்கிறோம்.

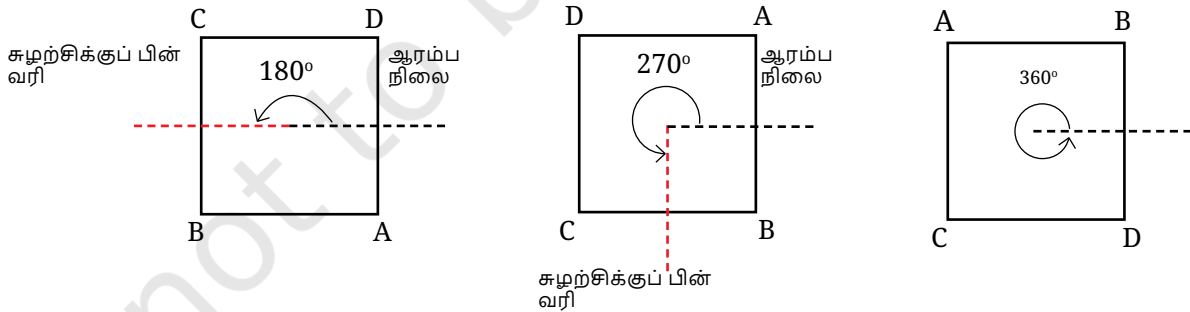
சரியாக நான்கு கோண சமச்சீர் கொண்ட வேறு எந்த வடிவமாவது உங்களுக்குத் தெரியுமா?

ஒரு சதுரத்திற்கு எத்தனை சமச்சீர் கோணங்கள் உள்ளன? ஆரம்ப சதுரத்தைப் பெற எவ்வளவு சுழற்சி தேவை?

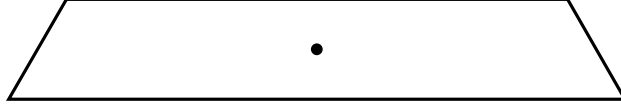
$90^\circ$  சுழற்சிக்குப் பிறகு ஒரு சதுரத்தை தன்னுடன் ஒன்றுடன் ஒன்று மீண்டும் பெறுகிறோம். இது A புள்ளியை B என்ற புள்ளியின் நிலைக்கும், B புள்ளியை C என்ற புள்ளியின் நிலைக்கும், C புள்ளி D ஐ D என்ற புள்ளியின் நிலைக்கும், D என்ற புள்ளியை மீண்டும் A புள்ளியின் நிலைக்கும் கொண்டு செல்கிறது. சுழற்சி மையத்தை எங்கு குறிக்க வேண்டும் என்று உங்களுக்குத் தெரியுமா?



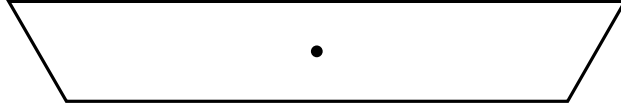
சமச்சீர்மையின் மற்ற கோணங்கள் யாவை?



**உதாரணம்:** பின்வரும் பட்டையின் சமச்சீர் கோணங்களைக் கண்டுபிடி.



தீர்வு: துண்டுகளை அதன் மையத்தைச் சுற்றி வலஞ்சுழியாக சுழற்றுவோம்.



$180^\circ$  சுழற்சி மேலே உள்ள படத்தில் விளைகிறது. இது அசல் உருவத்துடன் ஒன்றுடன் ஒன்று பொருந்துகிறது.

இல்லை. ஏன்?

இந்த நிலையிலிருந்து  $180^\circ$  வழியாக மற்றொரு சுழற்சி அசல் வடிவத்தைக் கொடுக்கிறது.

இந்த உருவம் அதன் அசல் வடிவத்திற்கு வந்த பின்னரே வருகிறது **ஒன்று**  $360^\circ$  மூலம் முழுமையான சுழற்சி. எனவே, இந்த எண்ணிக்கை **சுழற்சி சமச்சீர் இல்லை**. என்று நாங்கள் சொல்கிறோம்

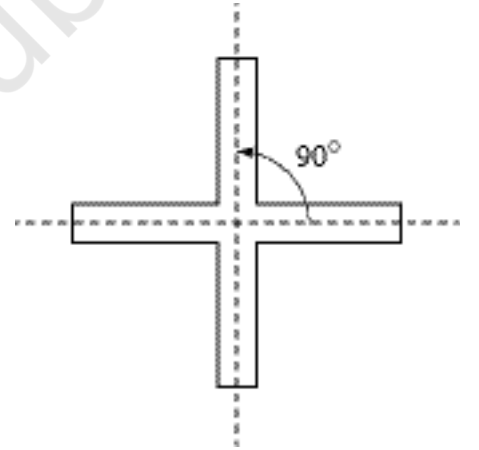
**ஆரக்கரங்களுடன் உருவங்களின் சுழற்சி சமச்சீர்மை**

இந்த உருவத்தைக் கவனியுங்கள், 4 ரேடியல் கைகள் கொண்ட படம். இது எத்தனை சமச்சீர் கோணங்கள் வைத்திருக்கிறீர்களா? அவை என்ன? அடுத்தடுத்த மைய புள்ளியிடப்பட்ட கோடுகளுக்கு இடையிலான கோணம்  $90^\circ$  என்பதை நினைவில் கொள்க.

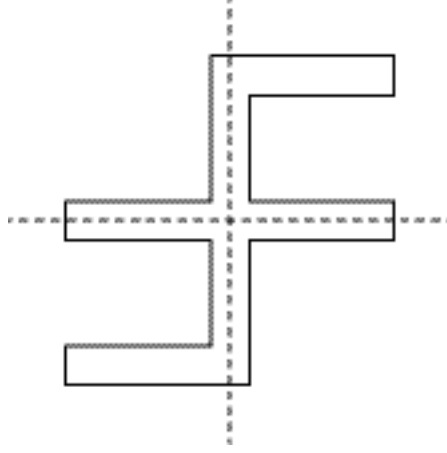
ஆரக் கரங்களுக்கு இடையிலான கோணங்களை மாற்ற முடியுமா, இதனால் உருவம் இன்னும் 4 சமச்சீர் கோணங்களைக் கொண்டுள்ளது? அதை வரைய முயற்சிக்கவும்.

வரையப்பட்ட உருவம் உண்மையில் 4 சமச்சீர் கோணங்களைக் கொண்டுள்ளதா என்பதைச் சரிபார்க்க, நீங்கள் அந்த உருவத்தை இரண்டு வெவ்வேறு காகிதத் துண்டுகளில் வரையலாம். காகிதங்களில் ஒன்றிலிருந்து ரேடியல் கைகளை வெட்டுங்கள். காகிதத்தில் உள்ள உருவத்தை நிலையாக வைத்து, சுழற்சி சமச்சீர்த்தன்மையை சரிபார்க்க கட்அவுட்டை சுழற்றவும்.

மேலே உள்ள படத்தை இரண்டு சமச்சீர் கோணங்கள் மட்டுமே கொண்டிருக்கும் வகையில் எவ்வாறு மாற்றியமைப்பீர்கள்?



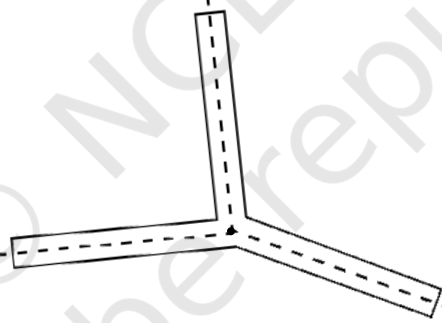
இதோ ஒரு வழி:



4 மற்றும் 2 சமச்சீர் கோணங்களைக் கொண்ட உருவங்களைப் பார்த்தோம். சரியாக 3 சமச்சீர் கோணங்களைக் கொண்ட ஒரு உருவத்தைப் பெற முடியுமா? இதற்கு ரேடியல் ஆர்ம்களைப் பயன்படுத்தலாமா?

கீழே உள்ள படத்தில் உள்ளது போல் 3 ஆர கரங்களைக் கொண்டு முயற்சிப்போம். அதற்கு எத்தனை சமச்சீர் கோணங்கள் உள்ளன, அவை என்ன?

இங்கே மூன்று ஆரக் கரங்களுடன் ஒரு உருவம் உள்ளது.



இந்த உருவத்தின் நகலை கண்டுபிடித்து வெட்டுங்கள். இந்த உருவத்தின் மீது கட்அவுட்டை சுழற்றுவதன் மூலம் அதன் சுழற்சி கோணங்களை தீர்மானிக்கவும்.

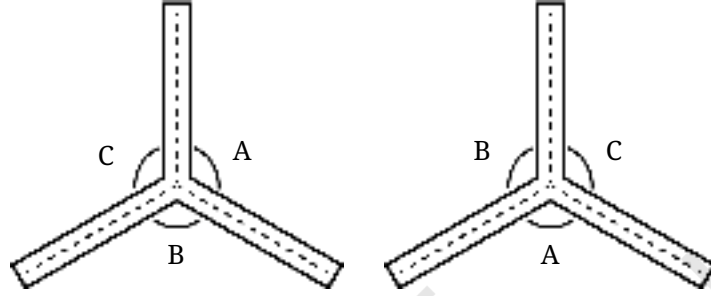
ஒரு முழு திருப்பம் அல்லது 360 சுழற்சி மட்டுமே இருப்பதைக் காண்கிறோம். உருவத்தை மீண்டும் தன்னுள் கொண்டு வரும். எனவே 360 டிகிரி மட்டுமே அதன் சமச்சீர் கோணம் என்பதால் இந்த உருவத்திற்கு சுழற்சி சமச்சீர் இல்லை.

இருப்பினும், படத்தில் உள்ள எதையும் 3 சமச்சீர் கோணங்களைக் கொண்டிருக்க மாற்ற முடியுமா?

புள்ளியிடப்பட்ட கோடுகளுக்கு இடையிலான கோணங்களை மாற்றுவதன் மூலம் இதைச் செய்ய முடியுமா?

மூன்று ஆரக் கரங்களைக் கொண்ட ஒரு உருவம் சுழற்சி சமச்சீர்மையைக் கொண்டிருக்க வேண்டும் என்றால், அதன் சுழலும் பதிப்பு அசலுடன் ஒன்றுடன் ஒன்று இருக்க வேண்டும். அவை இரண்டின் தோராயமான வரைபடங்கள் இங்கே.

இந்த இரண்டு உருவங்களும் ஒன்றுடன் ஒன்று சேர வேண்டும் என்றால், கோணங்களைப் பற்றி நீங்கள் என்ன சொல்ல முடியும்?



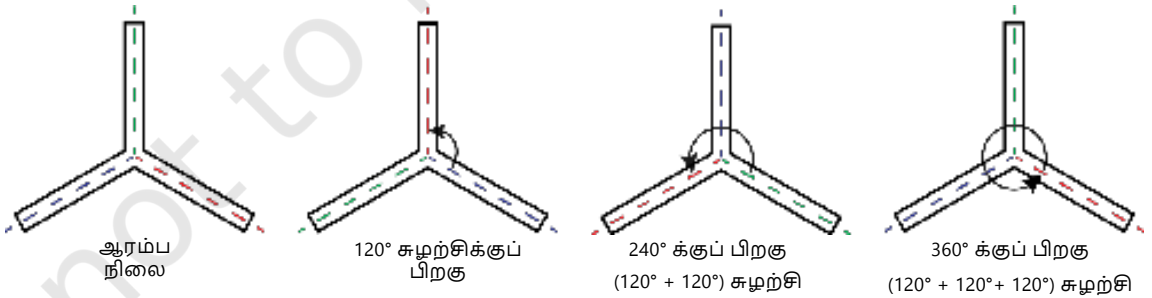
பின்வருவனவற்றை கவனிக்கவும்.  $\angle A$  ஒன்றுடன் ஒன்று இருக்க வேண்டும்  $\angle B$ ,  $\angle B$  ஒன்றுடன் ஒன்று இருக்க வேண்டும்  $\angle C$  மற்றும்  $\angle C$  ஒன்றுடன் ஒன்று இருக்க வேண்டும்  $\angle A$ .

எனவே  $\angle A = \angle B = C$ . இந்தக் கோணம் என்னவாக இருக்க வேண்டும்?

ஒரு முழு திருப்பம் 360 டிகிரி கொண்டது என்பதை நாம் அறிவோம். இது இந்த மூன்று கோணங்களுக்கும் சமமாக விநியோகிக்கப்படுகிறது. எனவே ஒவ்வொரு கோணமும் இருக்க வேண்டும்  $\frac{360^\circ}{3} = 120^\circ$ .

எனவே, அடுத்தடுத்த புள்ளியிடப்பட்ட கோடுகளுக்கு இடையிலான கோணம் 120 ஆக இருக்கும்போது, 3 கரங்கள் கொண்ட ஆரவடிவம் சுழற்சி சமச்சீர்மையைக் காட்டுகிறது. இந்த அவதானிப்பை சரிபார்க்க காகித கட்டிவைப்பைப் பயன்படுத்தவும்.

இப்போது படத்தில் எத்தனை சுழற்சி கோணங்கள் உள்ளன, அவை என்ன?



குறிப்பு: சுழற்சிகளைக் காட்ட வண்ணங்கள் சேர்க்கப்பட்டுள்ளன.

மேலும் புள்ளிவிவரங்களை ஆராய்வோம்.

☀ a) சரியாக 5 சமச்சீர் கோணங்கள், b) 6 சமச்சீர் கோணங்களைக் கொண்ட ஆரக் கரங்களைக் கொண்ட ஒரு உருவத்தை உங்களால் வரைய முடியுமா? மேலும் ஒவ்வொரு நேர்விலும் சமச்சீர் கோணங்களைக் காண்க.

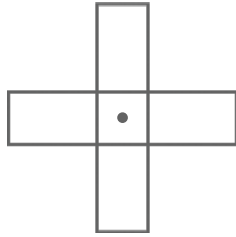
குறி: முதல் வழக்குக்கு 5 ரேடியல் ஆயுதங்களைப் பயன்படுத்தவும். அடுத்தடுத்த இரண்டு ஆரக் கரங்களுக்கு இடைப்பட்ட கோணம் என்னவாக இருக்க வேண்டும்?

☀ சரியாக 7 சமச்சீர் கோணங்களைக் கொண்ட ஆரக் கரங்களைக் கொண்ட ஒரு உருவத்தைக் கருதுவோம். அதன் மிகச்சிறிய சமச்சீர் கோணம் என்னவாக இருக்கும்? இந்த வழக்கில் டிகிரிகளின் எண்ணிக்கை முழு எண்ணா? இல்லையெனில், அதை ஒரு கலப்பு பின்னமாக வெளிப்படுத்தவும்.

மற்ற வகை உருவங்களுக்கான சமச்சீர் கோணங்களைக் கண்டுபிடிப்போம்.

☀ **அதைக் கண்டுபிடியுங்கள்**

- குறிக்கப்பட்ட புள்ளியைப் பற்றி கொடுக்கப்பட்ட படங்களின் சமச்சீர் கோணங்களைக் காண்க •.



(a)

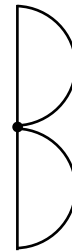
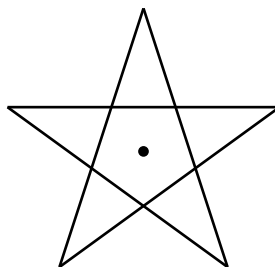
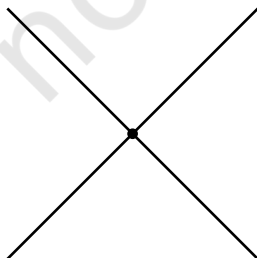
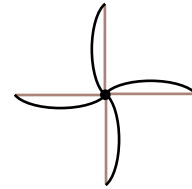
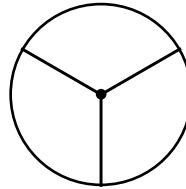
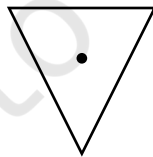
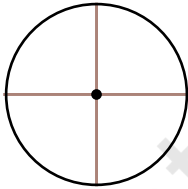


(b)

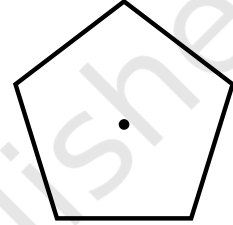
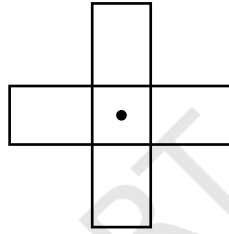
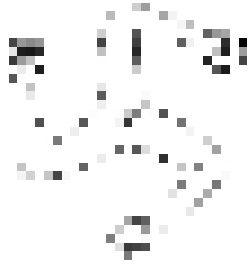
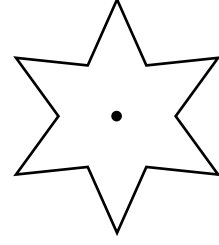
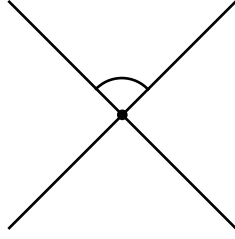
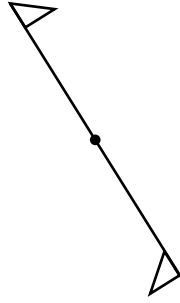


(c)

- பின்வரும் படங்களில் எது ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட சமச்சீர் கோணங்களைக் கொண்டுள்ளது?



3. ஒவ்வொரு படத்திற்கும் சுழற்சி சமச்சீர் வரிசையைக் கொடுங்கள்:



மேலே உள்ள அனைத்து நிகழ்வுகளுக்கும் சமச்சீர் கோணங்களை பட்டியலிடுவோம்.

- அவற்றில் சரியாக 2 இருக்கும்போது சமச்சீர் கோணங்கள்:  $180^\circ$ ,  $360^\circ$ .
- அவற்றில் சரியாக 3 இருக்கும்போது சமச்சீர் கோணங்கள்:  $120^\circ$ ,  $240^\circ$ ,  $360^\circ$ .
- அவற்றில் சரியாக 4 இருக்கும்போது சமச்சீர் கோணங்கள்:  $90^\circ$ ,  $180^\circ$ ,  $270^\circ$ ,  $360^\circ$ .

இந்த நேர்வுகளில் சமச்சீர் கோணங்களில் பொதுவான ஒன்றை நீங்கள் கவனிக்கிறீர்களா? முதல் தொகுதி எண்கள் அனைத்தும்  $180$  இன் மடங்குகளாகும். இரண்டாவது அனைத்தும்  $120$  இன் மடங்குகள். மூன்றாவது அனைத்தும்  $90$  இன் மடங்குகள்.

☀ ஒவ்வொரு நிகழ்வினும், கோணங்கள் மிகச்சிறிய கோணத்தின் மடங்குகள். இது எப்போதும் நடக்குமா என்று நீங்கள் ஆச்சரியப்படலாம் மற்றும் கேட்கலாம். நீங்கள் என்ன நினைக்கிறீர்கள்?

### ☀ சரியா தவறா

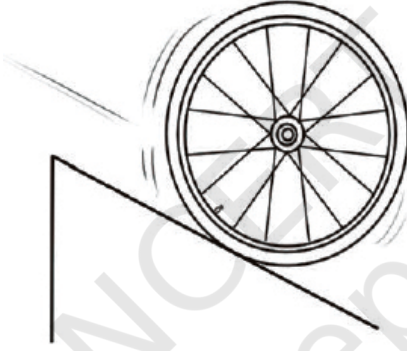
- ஒவ்வொரு உருவமும்  $360$  டிகிரி சமச்சீர் கோணத்தைக் கொண்டிருக்கும்.

- ஒரு உருவத்தின் மிகச்சிறிய சமச்சீர் கோணம் டிகிரிகளில் இயல் எண்ணாக இருந்தால், அது ஒரு காரணி உடைய 360.

எல்லா உருவங்களுக்கும் ஒரு சிறிய சமச்சீர் கோணம் உள்ளதா? வட்டம் போன்ற மிகவும் சமச்சீர் வடிவங்களைத் தவிர, பெரும்பாலான உருவங்களுக்கு இதுதான் நிலை என்று மாறிவிடும், அவற்றின் சமச்சீர்மைகளை நாம் இப்போது விவாதிக்கிறோம்.

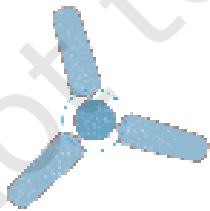
## ஒரு வட்டத்தின் சமச்சீர்மைகள்

வட்டம் ஒரு கவர்ச்சிகரமான உருவம். ஒரு வட்டத்தை அதன் மையத்தில் வலஞ்சுழியாகச் சுழற்றினால் என்ன நிகழும்? அது தன்னுடன் ஒத்துப்போகிறது. நீங்கள் அதை எந்த கோணத்தில் சுழற்றுகிறீர்கள் என்பது முக்கியமல்ல! எனவே, ஒரு வட்டத்திற்கு, ஒவ்வொரு கோணமும் சமச்சீர் கோணமாகும்.

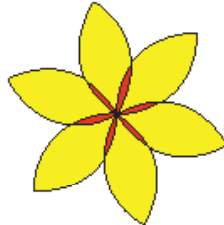


இப்போது வட்டத்தின் விளிம்பில் ஒரு புள்ளியை எடுத்து அதை மையத்துடன் இணைக்கவும். வட்டத்தின் விட்டத்திற்கு துண்டை நீட்டவும். அந்த விட்டம் எதிரொளிப்பு சமச்சீர் கோடா? இது. ஒவ்வொரு விட்டமும் சமச்சீர் கோடு!

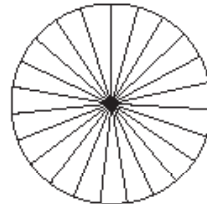
சக்கரங்களைப் போலவே, நம்மைச் சுற்றியுள்ள மற்ற பொருட்களும் சுழற்சி சமச்சீர் கொண்டிருப்பதைக் காணலாம். அவற்றைக் கண்டுபிடியுங்கள். அவற்றில் சில கீழே காட்டப்பட்டுள்ளன:



விசிறி



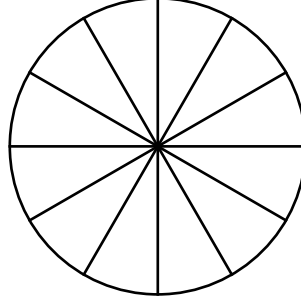
மலர்



சக்கரம்

 **அதைக் கண்டுபிடியுங்கள்**

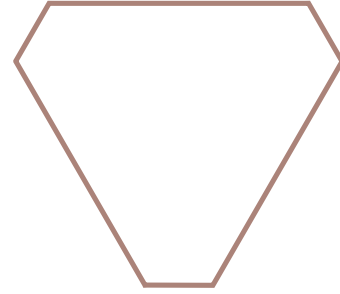
1. 3 சமச்சீர் கோணங்கள், ii) 4 சமச்சீர் கோணங்கள், iii) வெவ்வேறு வழிகளில் பிரிவுகளை வண்ணமயமாக்குவதன் மூலம் நீங்கள் பெறக்கூடிய சமச்சீர் கோணங்களின் சாத்தியமான எண்ணிக்கை என்ன?



2. ஒரு வட்டம் மற்றும் ஒரு சதுரத்தைத் தவிர பிரதிபலிப்பு சமச்சீர் மற்றும் சுழற்சி சமச்சீர் இரண்டையும் கொண்ட இரண்டு உருவங்களை வரையவும்.
3. முடிந்த இடங்களில், ஒரு தோராயமான ஒவியத்தை வரையவும்:
  - a. குறைந்தது இரண்டு சமச்சீர் கோடுகளையும் குறைந்தது இரண்டு சமச்சீர் கோணங்களையும் கொண்ட ஒரு முக்கோணம்.
  - b. ஒரே ஒரு கோடு சமச்சீர் கொண்ட ஆனால் சுழற்சி சமச்சீர் இல்லாத ஒரு முக்கோணம்.
  - c. சுழற்சி சமச்சீர் ஆனால் எதிரொளிப்பு சமச்சீர் இல்லாத ஒரு நாற்கரம்.
  - d. எதிரொளிப்புச் சமச்சீர் கொண்ட ஆனால் சுழற்சிச் சமச்சீர் இல்லாத நாற்கரம்.
4. ஒரு படத்தில்,  $60^\circ$  என்பது சமச்சீர்மையின் மிகச்சிறிய கோணம். இந்த உருவத்தின் சமச்சீர் கோணங்களின் மற்ற கோணங்கள் யாவை?
5. ஒரு படத்தில்,  $60^\circ$  என்பது சமச்சீர் கோணம். இந்த உருவம்  $60^\circ$  க்கும் குறைவான சமச்சீர் கோணங்களைக் கொண்டுள்ளது. அதன் மிகச்சிறிய சமச்சீர் கோணம் என்ன?
6. சுழற்சி சமச்சீர் கொண்ட ஒரு உருவத்தை நாம் கொண்டிருக்க முடியுமா, அதன் மிகச்சிறிய சமச்சீர் கோணம்:
  - அ.  $45^\circ$ ?
  - ஆ.  $17^\circ$ ?




7. டெல்லியில் புதிதாக கட்டப்பட்டுள்ள நாடாளுமன்ற கட்டிடத்தின் படம் இது.

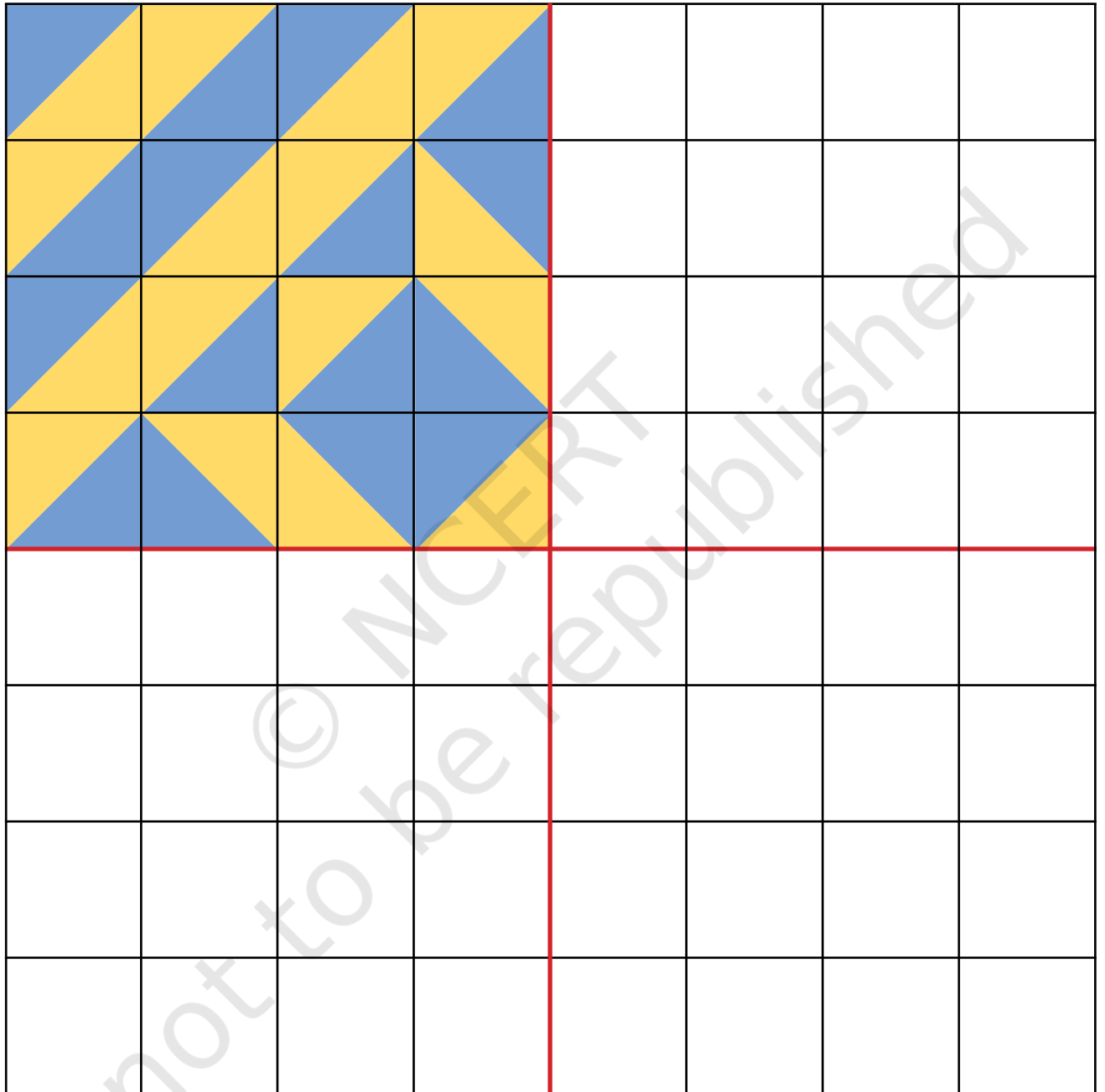


- a. படத்தின் வெளிப்புற எல்லை பிரதிபலிப்புச் சமச்சீர்மையைக் கொண்டுள்ளதா? அப்படியானால், சமச்சீர் கோடுகளை வரையவும். அவர்கள் எத்தனை பேர்?
- b. அதன் மையத்தைச் சுற்றி சுழற்சிச் சமச்சீர் உள்ளதா? அப்படியானால், சுழற்சி சமச்சீர் கோணங்களைக் காண்க.
8. அத்தியாயம் 1, அட்டவணை 3, ஒழுங்கான பலகோணங்களில் முதல் வடிவ வரிசையில் உள்ள வடிவங்கள் எத்தனை சமச்சீர் கோடுகளைக் கொண்டுள்ளன? உங்களுக்கு என்ன எண் வரிசை கிடைக்கும்?
9. வடிவங்கள் எத்தனை சமச்சீர் கோணங்களில் உள்ளன முதல் வடிவ வரிசை அத்தியாயம் 1, அட்டவணை 3, வழக்கமான பலகோணங்கள், வேண்டும்? உங்களுக்கு என்ன எண் வரிசை கிடைக்கும்?
10. அத்தியாயம் 1, அட்டவணை 3, கோச் ஸ்னோஃப்ளேக் வரிசையில் கடைசி வடிவ வரிசையில் உள்ள வடிவங்களுக்கு எத்தனை சமச்சீர் கோடுகள் உள்ளன? சமச்சீர் கோணங்கள் எத்தனை?
11. எத்தனை சமச்சீர் கோடுகள் மற்றும் சமச்சீர் கோணங்கள் உள்ளன அசோக சக்கரம் வைத்திருக்கிறீர்களா?



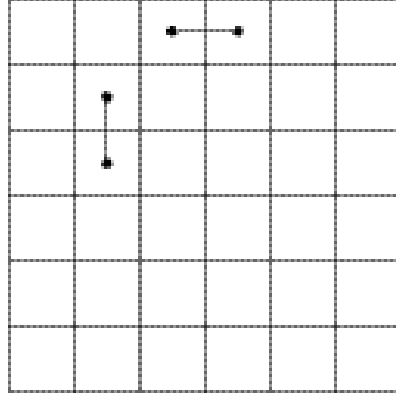
#### 14. ஓடுகளுடன் விளையாடுதல்

- a. வண்ண ஓடுகளைப் பயன்படுத்துங்கள்  புத்தகத்தின் இறுதியில் பின்வரும் படத்தை முடிக்க கொடுக்கப்பட்டுள்ளது, இதனால் அது சரியாக 2 சமச்சீர் கோடுகளைக் கொண்டிருக்கும்.
- b. சரியாக உள்ள புள்ளிவிவரங்களை உருவாக்க இதுபோன்ற 16 ஓடுகளைப் பயன்படுத்தவும்:  
1 கோடு சமச்சீர்  
2 கோடு சமச்சீர்
- c. படைப்பு சமச்சீர் வடிவமைப்புகளை உருவாக்க இந்த ஓடுகளைப் பயன்படுத்தவும்.

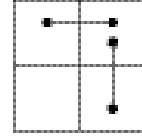


## ☀ விளையாட்டு

6 க்கு 6 கட்டத்தை வரையவும். இரண்டு வீரர்கள் ஒரு கோட்டை வரைவதன் மூலம் அடுத்தடுத்த இரண்டு சதுரங்களை மாற்றி மாற்றி மறைக்கிறார்கள். கோட்டை எந்த வழியிலும் வைக்கலாம்: கிடைமட்டமாக அல்லது செங்குத்தாக. கோடுகள் ஒன்றுடன் ஒன்று பொருந்த முடியாது. ஒரு வீரர் மேலும் கோடுகளை வைக்க முடியாத வரை விளையாட்டு தொடர்கிறது. ஒரு கோட்டை வைக்க முடியாத வீரர் இழக்கிறார்.



Not allowed



இந்த விளையாட்டை வெல்ல என்ன உத்தியுடன் விளையாட முடியும்?

## சுருக்கம்

- ஒரு உருவம் ஒரு திட்டவட்டமான வடிவத்தில் திரும்பத் திரும்ப வரும் பகுதிகளால் ஆனது என்றால், அந்த உருவம் பின்வருவனவற்றைக் கொண்டுள்ளது என்று சமச்சீர் சொல்கிறோம். அத்தகைய எண்ணிக்கை **சமச்சீர்**. என்ற நாங்கள் சொல்கிறோம்
- ஒரு தள உருவத்தை இரண்டு பகுதிகளாக வெட்டும் ஒரு கோடு, அந்த கோட்டில் மடிக்கும்போது சரியாக ஒன்றுடன் ஒன்று சேரும் ஒரு கோடு, **சமச்சீர் கோடு** அல்லது **சமச்சீர் அச்சு** உருவம் என்று அழைக்கப்படுகிறது.
- ஒரு உருவம் பல சமச்சீர் கோடுகளைக் கொண்டிருக்கலாம்.
- சில நேரங்களில் ஒரு உருவம் ஒரு நிலையான புள்ளியைப் பற்றி ஒரு கோணத்தால் சுழற்றப்படும்போது சரியாக ஒரே மாதிரியாகத் தெரிகிறது. அத்தகைய கோணம் ஒரு என்று அழைக்கப்படுகிறது **சமச்சீர் கோணம்** உருவம். 0 மற்றும் 360 டிகிரிகளுக்கு இடையில் கண்டிப்பாக சமச்சீர் கோணத்தைக் கொண்ட ஒரு உருவம் பின்வருமாறு கூறப்படுகிறது **சுழற்சி சமச்சீர்**. சுழற்சி நிகழும் உருவத்தின் புள்ளி என்று அழைக்கப்படுகிறது **சுழற்சி மையம்**.
- ஒரு உருவம் பல சமச்சீர் கோணங்களைக் கொண்டிருக்கலாம்.
- சில உருவங்களில் சமச்சீர் கோடுகள் இருக்கலாம், ஆனால் சமச்சீர் கோணம் இல்லாமல் இருக்கலாம், மற்றவர்கள் சமச்சீர் கோணங்களைக் கொண்டிருக்கலாம், ஆனால் சமச்சீர் கோடுகள் இல்லாமல் இருக்கலாம். சில உருவங்கள் சமச்சீர் கோடுகளையும் சமச்சீர் கோணங்களையும் கொண்டிருக்கலாம்.