



0674CH05

5.1 பொதுவான மடங்குகள் மற்றும் பொதுவான காரணிகள்

இட்லி விளையாட்டு

குழந்தைகள் வட்டமாக அமர்ந்து எண்களை வைத்து விளையாடுவார்கள்.

குழந்தைகளில் ஒருவர் '1' என்று தொடங்குகிறார். இரண்டாவது வீரர் '2' என்று கூறுகிறார், மற்றும் பல. ஆனால் 3, 6, 9 என்ற முறை வரும்போது... (3 இன் மடங்குகள்), வீரர் எண்ணுக்கு பதிலாக 'இட்லி' என்று சொல்ல வேண்டும். 5, 10 என்று கூறும் போது, ... (5 இன் மடங்குகள்), வீரர் எண்ணுக்கு பதிலாக 'வடை' என்று சொல்ல வேண்டும். ஒரு எண் 3-ன் பெருக்குத் தொகையாகவும் 5-ன் பெருக்குத் தொகையாகவும் இருக்கும்போது, ஆட்டக்காரர் 'இட்லி-வடை' என்று சொல்ல வேண்டும்! ஒரு வீரர் ஏதேனும் தவறு செய்தால், அவர்கள் அவுட்.

ஒரு நபர் மட்டுமே இருக்கும் வரை விளையாட்டு சுற்றுகளில் தொடர்கிறது.

எந்த எண்களுக்கு வீரர்கள் எண்ணைச் சொல்லாமல் 'இட்லி' என்று சொல்ல வேண்டும்? இவை 3, 6, 9, 12, 18, ... மற்றும் பல.

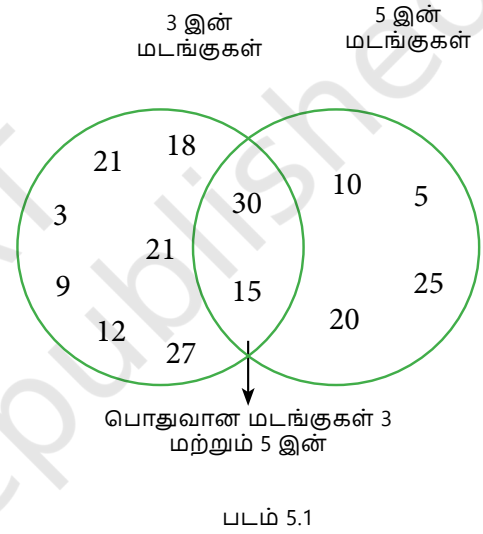
எந்த எண்ணுக்கு வீரர்கள் 'வடா' என்று சொல்ல வேண்டும்? இவை 5, 10, 20, ... மற்றும் பல.

'இட்லி-வடை' என்று வீரர்கள் சொல்ல வேண்டிய முதல் எண் எது? இது 15 ஆகும், இது 3 இன் பெருக்குத் தொகையாகும், மேலும் 5 இன் பெருக்குத் தொகையும் ஆகும். 3 மற்றும் 5 இரண்டின் மடங்குகளாக இருக்கும் பிற எண்களைக் கண்டறியவும். இந்த எண்கள் _____ என்று அழைக்கப்படுகின்றன.

☀ அதைக் கண்டுபிடியுங்கள்

- 10-வது முறையாக 'இட்லி-வடை' எந்த எண்ணில் கூறப்படுகிறது?
- 1 முதல் 90 வரையிலான எண்கள் வரையில் விளையாடப்பட்டால், கண்டுபிடிக்கவும்:
 - குழந்தைகள் எத்தனை முறை 'இட்லி' என்று சொல்வார்கள் (அவர்கள் 'இட்லி-வடை' என்று சொல்லும் நேரங்கள் உட்பட)?
 - குழந்தைகள் எத்தனை முறை 'வடை' என்று சொல்வார்கள் (அவர்கள் 'இட்லி-வடை' என்று சொல்லும் நேரங்கள் உட்பட)?
 - குழந்தைகள் எத்தனை முறை 'இட்லி-வடை' சொல்வார்கள்?
- 900 வரை ஆட்டம் ஆடினால் என்ன? உங்கள் பதில்கள் எப்படி மாறும்?
- இந்த எண்ணிக்கை 'இட்லி-வடை' விளையாட்டுடன் தொடர்புடையதா?

குறிப்பு: 30 என்ற எண் வரை விளையாடுவதை கற்பனை செய்து பாருங்கள். 60 என்ற வரை விளையாடுவதற்கு படம் வரையவும்.



☀ இப்போது வெவ்வேறு ஜோடி எண்களுடன் 'இட்லி-வடை' விளையாட்டை விளையாடுவோம்:

- 2 மற்றும் 5,
- 3 மற்றும் 7,
- 4 மற்றும் 6.

சிறிய எண்ணின் மடங்குகளுக்கு 'இட்லி', பெரிய எண்ணின் மடங்குகளுக்கு 'வடை' மற்றும் பொதுவான மடங்குகளுக்கு 'இட்லி-வடை' என்று சொல்வோம். 60 வயது வரை விளையாடினால் படம் 5.1ல் காட்டியுள்ளவாறு படம் வரையவும்.

நேற்று, இந்த விளையாட்டை இரண்டு எண்களுடன் விளையாடினோம் 'இட்லி' அல்லது 'இட்லி-வடை' என்று மட்டும் கூறினோம், யாரும் 'வடை' என்று சொல்லவில்லை!



அதில் ஒரு எண் 4.

ஓ, அந்த எண்கள் என்னவாக இருக்கும்!?



☀ பின்வருவனவற்றில் எது மற்ற எண்ணாக இருக்கலாம்:

2, 3, 5, 8, 10?

ஜம்ப் ஜாக்பாட்

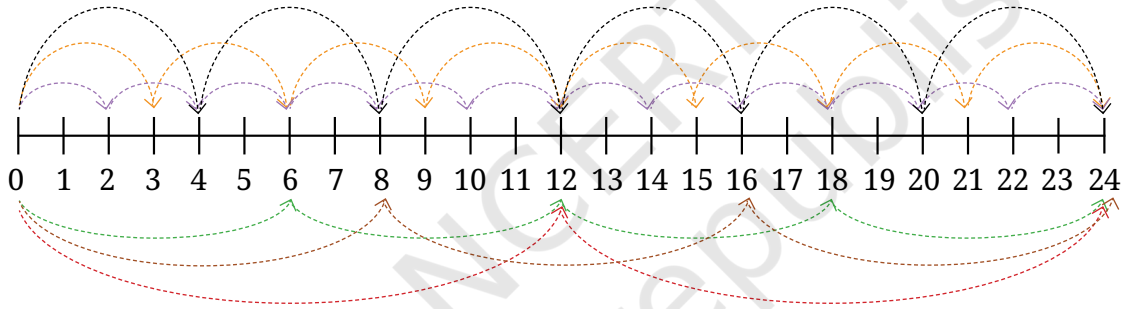
ஜம்பி மற்றும் க்ரம்பி ஒரு விளையாட்டை விளையாடுகிறார்கள்.

- கிரம்பி ஏதோ ஒரு எண்ணில் ஒரு புதையலை வைக்கிறார். உதாரணமாக, அவர் அதை 24 இல் வைக்கலாம்.
- ஜம்பி ஒரு ஜம்ப் அளவைத் தேர்வு செய்கிறார். அவர் 4 ஐத் தேர்ந்தெடுத்தால், அவர் 0 இல் தொடங்கி 4 இன் மடங்குகளில் மட்டுமே குதிக்க வேண்டும்.
- க்ரம்பி வைத்த எண்ணில் இறங்கினால் ஜம்பி புதையலைப் பெறுகிறார்.

எந்த ஜம்ப் அளவுகள் ஜம்பியை 24 இல் தரையிறக்கும்?

அவர் 4 ஐ தேர்வு செய்தால்: ஜம்பி 4 இல் தரையிறங்குகிறார் $4 \rightarrow 8 \rightarrow 12 \rightarrow 16 \rightarrow 20 \rightarrow 24 \rightarrow 28 \rightarrow \dots$

மற்ற சரியான ஜம்ப் அளவுகள் 2, 3, 6, 8 மற்றும் 12 ஆகும்.



1 மற்றும் 24 அளவுகளின் ஜம்ப் பற்றி என்ன? ஆம், அவைகளும் 24 இல் தரையிறங்குவார்கள்.

1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24 ஆகிய எண்கள் அனைத்தும் சரியாக 24 ஐ வகுக்கின்றன. அத்தகைய எண்கள் அழைக்கப்படுகின்றன என்பதை நினைவில் கொள்க 24 என்ற எண்ணின் **காரணிகள்** அல்லது **வகுத்தல்கள்**.

கிரம்பி விளையாட்டின் அளவை அதிகரிக்கின்றாள். இரண்டு வெவ்வேறு எண்களில் இரண்டு பொக்கிஷங்கள் வைக்கப்பட்டுள்ளன. ஜம்பி ஒரு ஜம்ப் அளவைத் தேர்ந்தெடுத்து அதில் ஓட்டிக்கொள்ள வேண்டும். தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட ஜம்ப் அளவுடன் இரண்டு எண்களிலும் இறங்கினால் மட்டுமே ஜம்பி புதையல்களைப் பெறுகிறார். முன்பு போலவே, ஜம்பி 0 இல் தொடங்குகிறான்.

கிரம்பி 14 மற்றும் 36 ஆகிய தேதிகளில் பொக்கிஷங்களை வைத்துள்ளார். மேலும், ஜம்பி 7 ஜம்ப் அளவைத் தேர்வு செய்கிறார்.

இரண்டு பொக்கிஷங்களிலும் ஜம்பி இறங்குவாரா? 0 இல் தொடங்கி, அவர் 7 க்கு தாவுகிறார் $\rightarrow 14 \rightarrow 21 \rightarrow 28 \rightarrow 35 \rightarrow 42 \dots$ அவர் 14 இல் இறங்கினார்,

ஆனால் 36 இல் இறங்கவில்லை, எனவே அவருக்கு புதையல் கிடைக்கவில்லை. அவர் என்ன ஜம்ப அளவைத் தேர்ந்தெடுத்திருக்க வேண்டும்?

14 இன் காரணிகள்: 1, 2, 7, 14. எனவே, இந்த ஜம்ப அளவுகள் 14 இல் இறங்கும்.

36 இன் காரணிகள்: 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18 மற்றும் 36. இந்த ஜம்ப அளவுகள் 36 இல் இறங்கும்.

எனவே, 1 அல்லது 2 என்ற ஜம்ப அளவுகள் 14 மற்றும் 36 இரண்டிலும் இறங்கும். 1 மற்றும் 2 ஆகியவை 14 மற்றும் 36 இன் பொதுவான காரணிகள் என்பதை கவனிக்கவும்.

இரண்டு பொக்கிஷங்களையும் அடையக்கூடிய ஜம்ப அளவுகள் இரண்டு எண்களின் **பொதுவான காரணிகளில்** பொக்கிஷங்கள் வைக்கப்பட்டுள்ளன.

☀ என்ன ஜம்ப அளவு 15 மற்றும் 30 இரண்டையும் அடைய முடியும்? பல ஜம்ப அளவுகள் சாத்தியமாகும். அவை அனைத்தையும் கண்டுபிடிக்க முயற்சிக்கவும்.

☀ கீழே உள்ள அட்டவணையைப் பாருங்கள். நீங்கள் என்ன கவனிக்கிறீர்கள்?

31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70

அட்டவணையில்,

1. நிழலிடப்பட்ட எண்களில் பொதுவான ஏதாவது உள்ளதா?
2. வட்டமிடப்பட்ட எண்களில் பொதுவான ஏதாவது உள்ளதா?
3. எந்த எண்கள் நிழல் மற்றும் வட்டமிடப்படுகின்றன? இந்த எண்கள் என்ன அழைக்கப்படுகின்றன?

☀ **அதைக் கண்டுபிடியுங்கள்**

1. 310 மற்றும் 410 க்கு இடையில் உள்ள 40 இன் அனைத்து மடங்குகளையும் கண்டுபிடி.

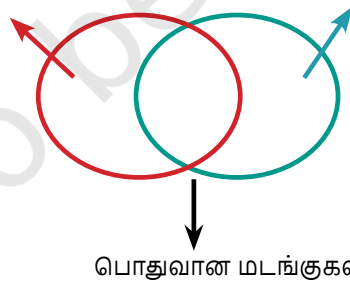


2. நான் யார்?
 - a. நான் 40 க்கும் குறைவான எண். என் காரணிகளில் ஒன்று 7. எனது இலக்கங்களின் கூட்டுத்தொகை 8.
 - b. நான் 100 க்கும் குறைவான எண். எனது இரண்டு காரணிகள் 3 மற்றும் 5 ஆகும். எனது இலக்கங்களில் ஒன்று மற்றொன்றை விட 1 அதிகம்.
3. ஒரு எண்ணின் அனைத்து காரணிகளின் கூட்டுத்தொகை எண்ணின் இரு மடங்குக்குச் சமமாக இருந்தால் அது ஒரு **சரியான எண்** என்று அழைக்கப்படுகிறது. 28 என்ற எண் ஒரு சரியான எண். அதன் காரணிகள் 1, 2, 4, 7, 14 மற்றும் 28 ஆகும். அவற்றின் கூட்டுத்தொகை 56, அதாவது 28 மடங்கு. 1 மற்றும் 10 க்கு இடையில் சரியான எண்ணைக் கண்டறியவும்.
4. பொதுவான காரணிகளைக் கண்டறியவும்:

அ. 20 மற்றும் 28	ஆ. 35 மற்றும் 50
இ. 4, 8 மற்றும் 12	ஈ. 5, 15 மற்றும் 25
5. 25 இன் மடங்குகளாக இருக்கும் ஆனால் 50 இன் மடங்குகள் இல்லாத ஏதேனும் மூன்று எண்களைக் கண்டறியவும்.
6. அன்ஷூவும் அவரது நண்பர்களும் 10 ஐ விட சிறிய இரண்டு எண்களைக் கொண்ட 'இட்லி-வடை' விளையாட்டை விளையாடுகிறார்கள். முதன்முதலாக ஒருவர் 'இட்லி-வடை' என்று சொல்வது 50 என்ற எண்ணுக்குப் பிறகுதான். 'இட்லி', 'வடை' என்று ஒதுக்கப்பட்ட இரண்டு எண்கள் என்னவாக இருக்கும்?
7. புதையல் வேட்டை விளையாட்டில், க்ரம்பி 28 மற்றும் 70 இல் பொக்கிஷங்களை வைத்துள்ளார். இரண்டு எண்களிலும் என்ன ஜம்ப அளவுகள் இறங்கும்?
8. கீழே உள்ள வரைபடத்தில், குணா பொதுவான மடங்குகளைத் தவிர அனைத்து எண்களையும் அழித்துவிட்டார். அந்த எண்கள் என்னவாக இருக்கும் என்பதைக் கண்டுபிடித்து, வெற்றுப் பகுதிகளில் விடுபட்ட எண்களை நிரப்பவும்.



— இன் மடங்குகள் — இன் மடங்குகள்



9. 7 தவிர, 1 முதல் 10 வரையிலான அனைத்து எண்களின் மடங்காக இருக்கும் மிகச்சிறிய எண்ணைக் கண்டறியவும்.
10. 1 முதல் 10 வரையிலான அனைத்து எண்களின் மடங்காக இருக்கும் மிகச்சிறிய எண்ணைக் கண்டறியவும்.



5.2 பகா எண்கள்

குணாவும் அன்ஷுவும் தங்கள் பண்ணையில் வளரும் அத்திப்பழங்களைக் கட்ட விரும்புகிறார்கள் . குணா ஒவ்வொரு பெட்டியிலும் 12 அத்திப்பழங்களை வைக்க விரும்புகிறார், அன்ஷு ஒவ்வொரு பெட்டியிலும் 7 அத்திப்பழங்களை வைக்க விரும்புகிறார்.

எத்தனை வழிகளில் வைக்க இயலும்?

சிந்தித்து பல்வேறு வழிகளைக் கண்டுபிடியுங்கள்.

1. குணாவால் 12 அத்திப் பழங்களை செவ்வக வடிவில் அடுக்கி வைக்க முடியும்.
2. அன்ஷு 7 அத்திப்பழங்களை செவ்வக வடிவில் அடுக்கி வைக்க முடியும்.

குணா இந்த சாத்தியக்கூறுகளை பட்டியலிட்டுள்ளார்.

ஒவ்வொரு அமைப்பிலும் உள்ள வரிசைகள் மற்றும் நெடுவரிசைகளின் எண்ணிக்கையை கவனிக்கவும். 12 க்கும் இதற்கும் என்ன சம்பந்தம்?

இரண்டாவது ஏற்பாட்டில், எடுத்துக்காட்டாக, 12 அத்திப்பழங்கள் ஒவ்வொன்றும் 6 அல்லது 12 என்ற இரண்டு நெடுவரிசைகளில் ஏற்பாடு செய்யப்பட்டுள்ளன = 2×6 .

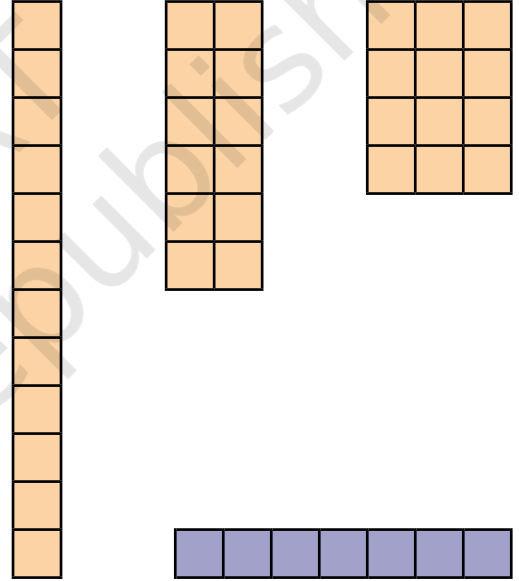
அன்ஷுவால் ஒரே ஒரு ஏற்பாட்டை மட்டுமே செய்ய முடிந்தது: 7×1 அல்லது 1×7 . வேறு செவ்வக அமைப்புகள் சாத்தியமில்லை.

குணாவின் ஒவ்வொரு அமைப்பிலும், வரிசைகளின் எண்ணிக்கையை நெடுவரிசைகளின் எண்ணிக்கையால் பெருக்கினால் 12 என்ற எண் கிடைக்கிறது. எனவே, வரிசைகள் அல்லது நெடுவரிசைகளின் எண்ணிக்கை 12 இன் காரணிகளாகும்.

12 என்ற எண்ணை இரண்டுக்கும் மேற்பட்ட காரணிகள் கொண்டிருப்பதால், 12 ஐ ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட வழிகளில் செவ்வகத்தில் அமைக்க முடியும் என்று பார்த்தோம். எண் 7 ஐ ஒரே ஒரு வழியில் மட்டுமே ஏற்பாடு செய்ய முடியும், ஏனெனில் அது 1 மற்றும் 7 என்ற இரண்டு காரணிகள் மட்டுமே கொண்டுள்ளது.

இரண்டு காரணிகளை மட்டுமே கொண்ட எண்கள் இவ்வாறு அழைக்கப்படுகின்றன **பகா எண்கள்** அல்லது பிரீமியங்கள். இங்கு சில பகா இங்கே உள்ளன - 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19. ஒரு பகா எண்ணின் காரணிகள் 1 மற்றும் அந்த எண் என்பதை கவனிக்கவும்.

இரண்டுக்கும் மேற்பட்ட காரணிகளைக் கொண்ட எண்கள் எவ்வாறு கூறப்படுகின்றன? அவை பின்வருமாறு அழைக்கப்படுகின்றன **கூட்டு எண்கள்**. முதல் சில கூட்டு எண்கள் - 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18, 20.



ஒரே ஒரு காரணியைக் கொண்ட 1 பற்றி என்ன? எண் 1 ஒரு பகா எண்ணோ அல்லது கூட்டு எண்ணோ அல்ல.

☀ 21 முதல் 30 வரை எத்தனை பகா எண்கள் உள்ளன? 21 முதல் 30 வரை எத்தனை கூட்டு எண்கள் உள்ளன?

1 முதல் 100 வரையிலான அனைத்து பகா எண்களையும் பட்டியலிட முடியுமா? பகா எண்களைக் கண்டறிய ஒரு சுவாரஸ்யமான வழி இங்கே. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள படிகளைப் பின்பற்றி என்ன நடக்கிறது என்பதைப் பாருங்கள்.

படி 1: 1 ஐ குறுக்குக் கோடு இடவும், ஏனெனில் இது பகா அல்லது கலப்பு அல்ல.

படி 2: எண் 2ஐ வட்டம் இடவும்., பின்னர் அதன் பிறகு 2 இன் அனைத்து மடங்குகளையும் கடக்கவும், அதாவது 4, 6, 8, மற்றும் பல.

படி 3: அடுத்த கோடு இடாதா எண் 3 என்பதை நீங்கள் காண்பீர்கள். 3 ஐ வட்டம் இடவும். பின்னர் அதன் பிறகு 3 இன் அனைத்து மடங்குகளையும் கடக்கவும், அதாவது 6, 9, 12, மற்றும் பல.

படி 4: அடுத்த கோடு இடாத எண் 5 ஆகும். 5 ஐ வட்டமிட்டு, அதன் பிறகு 5 இன் அனைத்து மடங்குகளையும் கடக்கவும், அதாவது 10, 15, 20 மற்றும் பல.

படி 5: பட்டியலில் உள்ள அனைத்து எண்களும் வட்டமிடப்படும் வரை அல்லது கடக்கப்படும் வரை இந்த செயல்முறையைத் தொடரவும்.

வட்டமிடப்பட்ட அனைத்து எண்களும் பகா எண்கள். 1 ஐத் தவிர மற்ற அனைத்து குறுக்கு கோடு இட்ட எண்களும் கூட்டு எண்கள். இந்த முறை எரடோஸ்தனிஸின் சல்லடை என்று அழைக்கப்படுகிறது.

100 க்கும் மேற்பட்ட எண்களுக்கும் இந்த நடைமுறையை மேற்கொள்ளலாம். எரடோஸ்தனிஸ் ஒரு கிரேக்க கணிதவியலாளர் ஆவார், அவர் சுமார் 2200 ஆண்டுகளுக்கு முன்பு வாழ்ந்தார் மற்றும் பிரைம்களை பட்டியலிடும் இந்த முறையை உருவாக்கினார்.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

இது நிச்சயமாக சில அல்ல மந்திரம்; இருக்க வேண்டும் ஒரு இது ஏன் வேலை செய்கிறது என்பதற்கான காரணம் இருக்க வேண்டும்.



குணாவும் அன்ஷுவும் எப்படி என்று யோசிக்கத் தொடங்கினர் இந்த எளிய முறை பகா எண்களைக் கண்டுபிடிக்க முடியும்! இந்த முறை எவ்வாறு செயல்படுகிறது என்று சிந்தியுங்கள். மேலே கொடுக்கப்பட்டுள்ள படிகளை மீண்டும் படித்து, ஒவ்வொரு படியும் நிறைவேற்றப்பட்ட பிறகு என்ன நடக்கிறது என்பதைப் பாருங்கள்.

☀ அதைக் கண்டுபிடியுங்கள்

1. 2 ஒரு பகா எண் மற்றும் இரட்டைப்படை எண் என காண்கிறோம். வேற ஏதாவது ப்ரைம் இருக்கா?
2. 100 வரையிலான ப்ரைம்களின் பட்டியலைப் பாருங்கள். அடுத்தடுத்த இரண்டு பகாஎண்களுக்கு இடையிலான மிகச்சிறிய வேறுபாடு என்ன? மிகப்பெரிய வேறுபாடு என்ன?
3. முந்தைய பக்கத்தில் உள்ள அட்டவணையில் ஒவ்வொரு வரிசையிலும் சம எண்ணிக்கையிலான பகாஎண்கள் உள்ளனவா? எந்த தசாப்தங்களில் குறைந்த எண்ணிக்கையிலான பிரைம்கள் உள்ளன? அதிக எண்ணிக்கையிலான பிரைம்களைக் கொண்டவை எவை?

யுகங்களினூடாக பிரைம்ஸ்

பகா எண்கள் அனைத்து முழு எண்களின் கட்டுமான தொகுதிகள். கிரேக்க நாகரிகத்தின் காலத்திலிருந்து (2000 ஆண்டுகளுக்கு முன்பு) தொடங்கி இன்றுவரை, கணிதவியலாளர்கள் தங்கள் ரகசியங்களை வெளிக்கொணர இன்னும் போராடி வருகின்றனர்!

சிந்தனைக்கு உணவு: மிகப்பெரிய பகா எண் உள்ளதா? அல்லது பகா எண்களின் பட்டியல் முடிவில்லாமல் நீண்டு கொண்டே செல்கிறதா? யூக்ளிட் என்ற கணிதவியலாளர் இதற்கான விடையை கண்டுபிடித்தார்.

வேடிக்கையான உண்மை: யாரும் 'எழுதி' வைத்த மிகப்பெரிய பகா எண் மிகப் பெரியது, அதை எழுத சுமார் 6500 பக்கங்கள் ஆகும்! அதனால் அவர்களால் அதை கம்ப்யூட்டரில் மட்டுமே எழுத முடியும்!


4. பின்வரும் எண்களில் எது பகா எண்கள்: 23, 51, 37, 26?
5. 20 க்கும் குறைவான மூன்று சோடி பகா எண்களை எழுதுக, அவற்றின் கூடுதல் 5 இன் பெருக்குத் தொகையாகும்.
6. 13 மற்றும் 31 ஆகிய எண்கள் பகா எண்கள். இந்த இரண்டு எண்களும் 1 மற்றும் 3 என்ற ஒரே இலக்கங்களைக் கொண்டுள்ளன. 100 வரையிலான அத்தகைய பகா எண்களின் ஜோடிகளைக் கண்டறியவும்.
7. 1 மற்றும் 100 க்கு இடையில் ஏழு தொடர்ச்சியான கூட்டு எண்களைக் காண்க.
8. **இரட்டை இரட்டை பகா எண்** என்பவை 2 வித்தியாசம் கொண்ட பகா எண்களின் ஜோடிகளாகும். எடுத்துக்காட்டாக, 3 மற்றும் 5 ஆகியவை இரட்டை பகாஎண்கள். 17 மற்றும் 19 வயதும் அப்படித்தான். 1 மற்றும் 100 க்கு இடையில் உள்ள மற்ற இரட்டை பகாஎண்களைக் காண்க

9. ஒவ்வொரு கூற்றும் சரியா அல்லது தவறா எனக் கண்டறிக. தெளிவுபடுத்து.
- அலகு இலக்கம் 4 கொண்ட பகா எண் எதுவும் இல்லை.
 - பகா எண்களின் பெருக்கற்பலன் பகா எண்களாகவும் இருக்கலாம்.
 - பகா எண்களுக்கு எந்த காரணிகளும் இல்லை.
 - அனைத்து இரட்டை எண்களும் பகா எண்கள்.
 - 2 ஒரு பகா எண், எனவே அடுத்த எண், 3. மற்ற ஒவ்வொரு பகா எண்ணுக்கும், அடுத்த எண் பகா எண் ஆகும்.
10. பின்வரும் எண்களில் எது சரியாக மூன்று தனித்துவமான பகா எண்களின் பெருக்கற்பலன்: 45, 60, 91, 105, 330?
11. 2, 4 மற்றும் 5 ஒவ்வொன்றையும் ஒரு முறை பயன்படுத்தி எத்தனை மூன்று இலக்க பகா எண்களை உருவாக்க முடியும்?
12. 3 ஒரு பகா எண் என்றும், 2 என்றும் கவனிக்கவும் $\times 3 + 1 = 7$ என்பதும் ஒரு பகா அளவுதான். 1 ஐ இரட்டிப்பாக்கி கூட்டினால் மற்றொரு பகா எண் கிடைக்கும் வேறு பகா எண்கள் உள்ளனவா? இதுபோன்ற குறைந்தது ஐந்து உதாரணங்களைக் கண்டறியவும்.

5.3 பொக்கிஷங்களை பாதுகாக்க இணை பகா எண்கள்

எந்த ஜோடிகள் பாதுகாப்பானவை?

மீண்டும் புதையல் தேடும் விளையாட்டுக்கு வருவோம். இந்த முறை, பொக்கிஷங்கள் இரண்டு எண்களில் வைக்கப்பட்டுள்ளன. ஒரே ஜம்ப அளவுடன் இரண்டு எண்களையும் அடைய முடிந்தால் மட்டுமே ஜம்பிக்கு புதையல் கிடைக்கும். ஒரு புதிய விதியும் உள்ளது - 1 ஜம்ப அளவு அனுமதிக்கப்படாது.

 ஜம்பி இரண்டு பொக்கிஷங்களையும் அடைய முடியாதபடி பொக்கிஷங்களை எங்கே வைக்க வேண்டும்?

12 மற்றும் 26 இல் புதையலை வைப்பது வேலை செய்யுமா? இல்லை! ஜம்ப அளவு 2 ஆகத் தேர்ந்தெடுக்கப்பட்டால், ஜம்பி 12 மற்றும் 26 இரண்டையும் எட்டும்.

4 மற்றும் 9 என்றால் என்ன? 1 தவிர வேறு எந்த ஜம்ப அளவையும் பயன்படுத்தி ஜம்பி இரண்டையும் அடைய முடியாது. எனவே, ஜோடி 4 மற்றும் 9 பாதுகாப்பானது என்பதை க்ரம்பி அறிவார்.

இந்த ஜோடிகள் பாதுகாப்பானதா என்று சரிபார்க்கவும்:

- | | |
|------------------|------------------|
| அ. 15 மற்றும் 39 | ஆ. 4 மற்றும் 15 |
| இ. 18 மற்றும் 29 | ஈ. 20 மற்றும் 55 |

பாதுகாப்பான ஜோடிகளின் சிறப்பு என்ன? அவற்றுக்கு 1 தவிர வேறு பொதுவான காரணி இல்லை. இரண்டு எண்கள் என்று கூறப்படுகிறது **கோ-பிரைம்** 1 ஐத் தவிர வேறு பொதுவான காரணி இல்லை என்றால் ஒருவருக்கொருவர்.

உதாரணம்: 15 மற்றும் 39 ஆகியவை 3 ஐ ஒரு பொதுவான காரணியாக கொண்டிருப்பதால், அவை இணை சார்பகா இல்லை. ஆனால் 4 மற்றும் 9 ஆகியவை இணை சார் பகா எண்கள்.

☀ பின்வரும் ஜோடி எண்களில் எது இணை-பகா எண்?

- அ. 18 மற்றும் 35 ஆ. 15 மற்றும் 37 இ. 30 மற்றும் 415
ஈ. 17 மற்றும் 69 ஈ. 81 மற்றும் 18

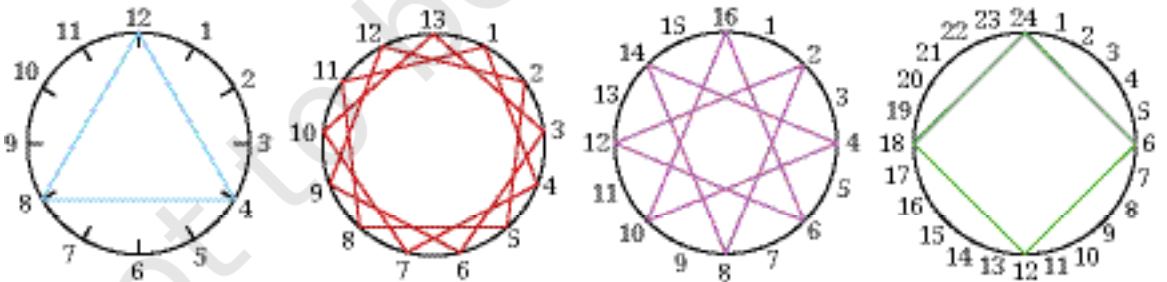
☀ விளையாடும் போது 'இட்லி-வடை' வெவ்வேறு எண் ஜோடிகளுடன் விளையாட, அன்ஷு ஒரு சுவாரஸ்யமான விஷயத்தைக் கவனித்தார்!

1. சில நேரங்களில் முதல் பொது பெருக்கல் இரண்டு எண்களின் பெருக்கற்பலனைப் போலவே இருக்கும்.
2. மற்ற நேரங்களில் முதல் பொது பெருக்கல் இரண்டு எண்களின் பெருக்கற்பலனை விட குறைவாக இருந்தது.

மேலே உள்ள ஒவ்வொன்றிற்கும் எடுத்துக்காட்டுகளைக் கண்டறியவும். எண் ஜோடி இணை-பிரைமாக இருப்பதற்கும் இதற்கும் என்ன தொடர்பு?

இணை-பிரதம கலை

☀ பின்வரும் நூல் கலையை உற்றுநோக்குக. முதல் வரைபடத்தில் 12 முளைகள் உள்ளன மற்றும் நூல் ஒவ்வொரு நான்காவது முளையுடனும் கட்டப்பட்டுள்ளது (நூல்-இடைவெளி 4 என்று சொல்கிறோம்). இரண்டாவது வரைபடத்தில் 13 முளைகள் உள்ளன மற்றும் நூல்-இடைவெளி 3 ஆகும். மற்ற வரைபடங்கள் பற்றி என்ன? இந்தப் படங்களை உற்றுநோக்கி, உங்கள் கண்டுபிடிப்புகளை வகுப்பில் பகிர்ந்து, விவாதிக்கவும்.



சில வரைபடங்களில், நூல் ஒவ்வொரு முளையுடனும் கட்டப்பட்டுள்ளது சிலவற்றில், இது இல்லை. இது இரண்டு எண்கள் (முளைகளின் எண்ணிக்கை மற்றும் நூல்-இடைவெளி) இணை-பகா இருப்புடன் தொடர்புடையதா?

கணிதம் பேசு

கணிதம் பேசு

பின்வருவனவற்றிற்கு அத்தகைய படங்களை உருவாக்கவும்:

அ. 15 முளைகள், நூல்-இடைவெளி 10
இடைவெளி 7

ஆ. 10 முளைகள், நூல்-

இ. 14 முளைகள், 6 இன் நூல்-இடைவெளி
இடைவெளி 3

ஈ. 8 முளைகள், நூல்-

5.4 பிரீமியம் காரணி

இரண்டு எண்கள் இணை-பகா எண்களாக உள்ளதா என்று சரிபார்த்தல்

ஆசிரியர்:

56 மற்றும் 63 இணை பிரைம்களா?

அன்ஷு மற்றும் குணா:

அவை 1 ஐத் தவிர வேறு பொதுவான காரணியைக் கொண்டிருந்தால், அவை இணை-பிரைம் அல்ல. சரி பார்க்கலாம்.


அன்ஷு:

என்னால் 56 எழுத முடியும் = 14×4 மற்றும் $63 = 21 \times 3$. எனவே, 14 மற்றும் 4 ஆகியவை 56 இன் காரணிகள். மேலும், 21 மற்றும் 3 ஆகியவை 63 இன் காரணிகள். எனவே, பொதுவான காரணிகள் எதுவும் இல்லை. எண்கள் இணை-பிரைம்.

குணா:

சற்றுப்பொரு. 56 என்றும் எழுதலாம் = 7×8 மற்றும் $63 = 9 \times 7$. 7 என்பது இரண்டு எண்களின் காரணி என்பதைக் காண்கிறோம், எனவே, அவை இணை-பகா அல்ல.

7 என்பது ஒரு பொதுவான காரணி என்பதால் குணா சொல்வது சரிதான் என்பது தெளிவு.

 ஆனால் அன்ஷு எங்கே தவறு செய்தார்?

எழுத்து $56 = 14 \times 4$ மற்றும் 4 இரண்டும் 56 இன் காரணிகள் என்று 4 நமக்குச் சொல்கிறது, ஆனால் அது 56 இன் அனைத்து காரணிகளையும் சொல்லவில்லை. 63 இன் காரணிகளுக்கும் இது பொருந்தும்.

மற்றொரு உதாரணத்தை முயற்சிக்கவும்: 80 மற்றும் 63. இரண்டு எண்களையும் காரணியாக்க பல வழிகள் உள்ளன.

$$80 = 40 \times 2 = 20 \times 4 = 10 \times 8 = 16 \times 5 = ???$$

$$63 = 9 \times 7 = 3 \times 21 = ???$$

இந்த எண்களை காரணியாக்க இன்னும் பல வழிகள் இருக்கலாம் என்று சொல்ல '???' எழுதியுள்ளோம். ஆனால் காட்டாக, கொடுக்கப்பட்ட காரணிப்படுத்தல்களில் ஏதேனும் ஒன்றை எடுத்துக் கொள்வோமானால், $80 = 16 \times 5$ மற்றும் $63 = 9 \times 7$, பின்னர் பொதுவான காரணிகள் எதுவும் இல்லை. 80 மற்றும் 63 ஆகியவை இணை பிரைம் என்று நாம் முடிவு செய்ய முடியுமா? மேலே உள்ள அன்ஷுவின் தவறு காட்டுவது போல, எண்களை காரணியாக்க வேறு வழிகள் இருக்கலாம் என்பதால் நாம் முடிவு செய்ய முடியாது.

இதன் பொருள் என்னவென்றால், இரண்டு எண்கள் இணை-பகா எண்களா என்பதை சரிபார்க்க நமக்கு இன்னும் முறையான அணுகுமுறை தேவை.

பகாக் காரணியாக்கம்

56 போன்ற எண்ணை எடுத்துக் கொள்ளுங்கள். இது பகு எண்ணாகும், இதை இவ்வாறு எழுதலாம் என்று பார்த்தோம் $56 = 4 \times 14$. எனவே, 4 மற்றும் 14 இரண்டும் 56 இன் காரணிகள். இப்போது இவற்றில் ஒன்றை எடுத்துக் கொள்ளுங்கள், 14 என்று சொல்லுங்கள். இது பகு எண் மற்றும் 14 என எழுதலாம் $= 2 \times 7$. எனவே $56 = 4 \times 2 \times 7$. இப்போது 4 பகு எண் மற்றும் என எழுதலாம் $4 = 2 \times 2$. எனவே, $56 = 2 \times 2 \times 2 \times 7$. இங்கு காணப்படும் அனைத்து காரணிகளும், 2 மற்றும் 7, பகா எண்கள். எனவே, அவற்றை மேலும் பிரிக்க முடியாது.

முடிவில், 56 ஐ பகா எண்களின் பெருக்கற்பலனாக எழுதியுள்ளோம். இது என்று அழைக்கப்படுகிறது **பகாக் காரணியாக்கம்** 56 ஆக உள்ளது. தனிப்பட்ட காரணிகள் என்று அழைக்கப்படுகின்றன பிரதான காரணிகள். எடுத்துக்காட்டாக, 56 இன் பிரதான காரணிகள் 2 மற்றும் 7 ஆகும்.

1 ஐ விட அதிகமான ஒவ்வொரு எண்ணுக்கும் ஒரு பகாக் காரணியாக்கம் உள்ளது. யோசனை ஒன்றுதான்: பகா எண்கள் மட்டுமே எஞ்சியிருக்கும் வரை கூட்டு எண்களை காரணிகளாக உடைத்துக் கொண்டே இருங்கள்.

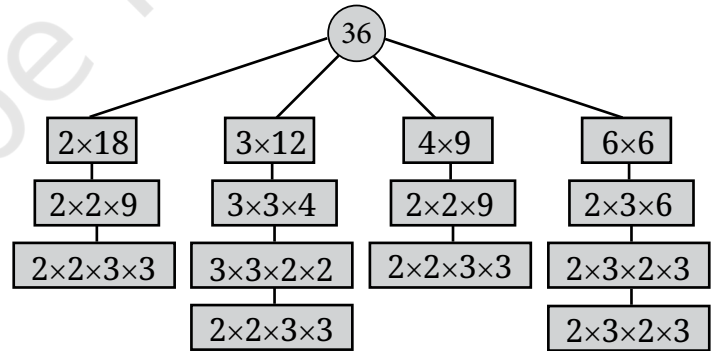
எண் 1 க்கு எந்த பகா காரணியாக்கமும் இல்லை. இது எந்த பகா எண்ணாலும் வகுபடாது.

7 போன்ற ஒரு பகா எண்ணின் பகா காரணியாக்கம் என்ன? இது வெறும் 7 (இதை மேலும் உடைக்க முடியாது).

இன்னும் சில உதாரணங்களைப் பார்ப்போம்.

எண்ணை உடைக்க பல்வேறு வழிகளில் சென்று, 63 ஐ 3 ஆக எழுதினோம் $\times 3 \times 7$ மற்றும் என $3 \times 7 \times 3$. அவை வேறுபட்டவையா? உண்மையிலே இல்லை! ஒரே பகா எண்கள் 3 மற்றும் 7 இரண்டு நிகழ்வுகளிலும் நிகழ்கின்றன. மேலும், இரண்டிலும் 3 இரண்டு முறையும், 7 ஒரு முறையும் தோன்றும்.

இங்கே, 36 இன் பகாக் காரணியாக்கத்தைப் பெற நான்கு வெவ்வேறு வழிகளைக் காண்கிறீர்கள். நான்கு நேர்வுகளிலும், நமக்கு இரண்டு 2கள் மற்றும் இரண்டு 3கள் கிடைப்பதை கவனிக்கவும்.



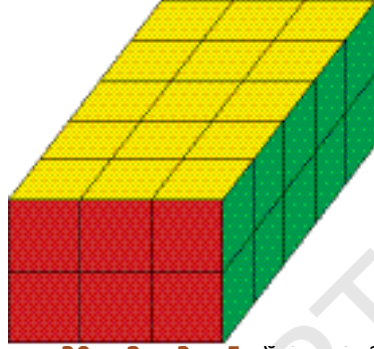
நான்கு நிகழ்வுகளிலும் நீங்கள் 36 ஐப் பெறுகிறீர்கள் என்பதைக் காண மீண்டும் பெருக்கவும்.

எந்தவொரு எண்ணுக்கும், பகாக் காரணிகள் வெவ்வேறு வரிசைகளில்

வரக்கூடும் என்பதைத் தவிர, ஒரே ஒரு பகாக் காரணியாக்கம் மட்டுமே உள்ளது என்பது குறிப்பிடத்தக்க உண்மை. நாங்கள் கீழே விளக்குவது போல், வரிசை முறை முக்கியமல்ல. இருப்பினும், இந்த எடுத்துக்காட்டுகளில் நாம் பார்த்தபடி, பிரதான காரணியாக்கத்திற்கு வர பல வழிகள் உள்ளன!

வரிசைமுறை முக்கியமா?

இந்த வரைபடத்தைப் பயன்படுத்தி,



ஏன் என்று விளக்க முடியுமா $30 = 2 \times 3 \times 5$, நங்கள் 2, 3 மற்றும் 5 ஐ எந்த வழியில் பெருக்கினாலும் பரவாயில்லை?

எண்களைப் பெருக்கும்போது, நாம் எந்த வரிசையிலும் பெருக்கலாம். இறுதி முடிவு ஒன்றுதான். எனவேதான், இரண்டு 2 கள் மற்றும் இரண்டு 3 கள் ஏதேனும் ஒரு வரிசையில் பெருக்கப்பட்டால், நமக்கு 36 கிடைக்கிறது. இதைப் பின்வரும் பெயர்களில் காண்போம். **பெருக்கலின் பரிமாற்று மற்றும் இணைத்தன்மை.**

எனவே, வரிசை ஒரு பொருட்டல்ல. வழக்கமாக பகா எண்களை ஏறுவரிசையில் எழுதுவோம். உதாரணத்திற்கு, $225 = 3 \times 3 \times 5 \times 5$ அல்லது $30 = 2 \times 3 \times 5$.

இரண்டு எண்களின் பெருக்கற்பலனின் பகாக் காரணியாக்கம்

ஒரு எண்ணின் பகாக் காரணியாக்கத்தைக் கண்டறிந்தால், முதலில் அதை இரண்டு காரணிகளின் பெருக்கற்பலனாக எழுதுகிறோம். உதாரணத்திற்கு, $72 = 12 \times 6$. பின்னர், நாம் பகா ஒன்றைக் காண்கிறோம் ஒவ்வொரு காரணிகளின் காரணியாக்கம். மேலே உள்ள எடுத்துக்காட்டில், $12 = 2 \times 2 \times 3$ மற்றும் $6 = 2 \times 3$. இப்போது, 72 இன் பகாக் காரணியாக்கம் என்ன என்று உங்களால் கூற முடியுமா?

இவற்றை ஒன்றிணைப்பதன் மூலம் அசல் எண்ணின் பகா காரணியாக்கம் பெறப்படுகிறது.

$$72 = 2 \times 2 \times 3 \times 2 \times 3$$

இதை 2 என்றும் எழுதலாம் $\times 2 \times 2 \times 3 \times 3$. பெருக்கி 72 திரும்ப கிடைக்கிறதா என்று சரிபார்க்கவும்!

72 இன் காரணியாக்கத்தில் ஒவ்வொரு பகாக் காரணியும் எத்தனை முறை நிகழ்கிறது என்பதைக் கவனியுங்கள்.

12 மற்றும் 6 இன் காரணியாக்கங்களில் இது எத்தனை முறை நிகழ்கிறது என்பதோடு ஒப்பிடுக.

காரணியாக்கத்தைக் கண்டுபிடி

1. பின்வரும் எண்களின் முதன்மை காரணியாக்கங்களைக் கண்டறியவும்:
64, 104, 105, 243, 320, 141, 1728, 729, 1024, 1331, 1000.
2. ஒரு எண்ணின் முதன்மை காரணியாக்கத்தில் ஒன்று 2 இரண்டு 3 கள் மற்றும் ஒரு 11 உள்ளது எனில் அந்த எண் என்ன?
3. மூன்று பிரதான எண்களைக் கண்டறியவும், அனைத்தும் 30 க்கும் குறைவானது, அதன் கூட்டுத்தொகை 1955 ஆகும்.
4. இந்த எண்களின் பிரதான காரணியாக்கத்தை பெருக்காமல் கண்டறியவும் முதலில்
அ. 56×25 ஆ. 108×75 இ. 1000×81
5. பகாக் காரணியாக்கத்தைக் கொண்ட மிகச்சிறிய எண் எது:
அ. மூன்று வெவ்வேறு பகா எண்கள்?
ஆ. நான்கு வெவ்வேறு பகா எண்கள்?

எண்களைப் பற்றிய ஆய்வில் பகாக் காரணியாக்கம் அடிப்படை முக்கியத்துவம் வாய்ந்தது. இது பயனுள்ளதாக இருக்கும் இரண்டு வழிகளைப் பற்றி விவாதிப்போம்.

இரண்டு எண்கள் இணை-பகா எண்களா என்பதை சரிபார்க்க பகா காரணியாக்கத்தைப் பயன்படுத்துதல்

மீண்டும் 56 மற்றும் 63 எண்களை எடுத்துக்கொள்வோம். அவை இணை பிரைம் என்பதை எவ்வாறு சரிபார்க்கலாம்? இரண்டு எண்களின் பகாக் காரணியாக்கத்தைப் பயன்படுத்தலாம் -

$$56 = 2 \times 2 \times 2 \times 7 \text{ மற்றும் } 63 = 3 \times 3 \times 7$$

இப்போது, 7 என்பது 56 மற்றும் 63 இன் ஒரு பகா காரணி என்பதைக் காண்கிறோம். எனவே, 56 மற்றும் 63 ஆகியவை இணை பிரைம் அல்ல.

80 மற்றும் 63 என்றால் என்ன? அவற்றின் பிரதான காரணியாக்கங்கள் பின்வருமாறு:

$$80 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \text{ மற்றும் } 63 = 3 \times 3 \times 7$$

பொதுவான பிரதான காரணிகள் எதுவும் இல்லை. அவர்கள் இணை பிரைம் என்று நாம் முடிவு செய்ய முடியுமா? அவர்களுக்கு ஒரு பொதுவான காரணி

உள்ளது என்று வைத்துக்கொள்வோம். இந்த கூட்டு பொது காரணியின் பகா காரணிகள் 80 மற்றும் 63 இன் பகா காரணியாக்கத்தில் தோன்றுமா?

எனவே, பொதுவான பகா காரணிகள் இல்லை என்றால், இரண்டு எண்களும் இணை-பகா எண்கள் என்று நாம் கூறலாம்.

சில உதாரணங்களைப் பார்ப்போம்.

உதாரணம்: 40 மற்றும் 231 ஐக் கவனியுங்கள். அவற்றின் பிரதான காரணியாக்கங்கள் பின்வருமாறு:

$$40 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 \text{ மற்றும் } 231 = 3 \times 7 \times 11$$

40 மற்றும் 231 இரண்டையும் பிரிக்கும் பொதுவான பகாஎண்கள் எதுவும் இல்லை என்பதை நாம் காண்கிறோம். உண்மையில், 40 இன் பிரதான காரணிகள் 2 மற்றும் 5 ஆகும், அதே சமயம், 231 இன் பிரதான காரணிகள் 3, 7 மற்றும் 11 ஆகும். எனவே, 40 மற்றும் 231 இணை பிரைம்!

உதாரணம்: 242 மற்றும் 195 ஐக் கவனியுங்கள். அவற்றின் பிரதான காரணியாக்கங்கள் பின்வருமாறு:

$$242 = 2 \times 11 \times 11 \text{ மற்றும் } 195 = 3 \times 5 \times 13$$

242 இன் பிரதான காரணிகள் 2 மற்றும் 11 ஆகும். 195 இன் பிரதான காரணிகள் 3, 5 மற்றும் 13 ஆகும். பொதுவான பிரதான காரணிகள் எதுவும் இல்லை. எனவே, 242 மற்றும் 195 ஆகியவை இணை-பிரைம் ஆகும்.

ஒரு எண் மற்றொரு எண்ணால் வகுபடுகிறதா என்பதை சரிபார்க்க பகாக் காரணியாக்கத்தைப் பயன்படுத்துதல்

ஒரு எண்ணை மற்றொரு எண்ணால் வகுக்கக் கூடியால், இரண்டாவது எண்ணின் பகாக் காரணியாக்கம் முதல் எண்ணின் பகாக் காரணியாக்கத்தில் சேர்க்கப்படுகிறது என்று நாம் கூறலாம்.

48 ஐ 12 ஆல் வகுபடும் என்று சொல்கிறோம், ஏனெனில் 48 ஐ 12 ஆல் வகுக்கும்போது, மீதி பூஜ்ஜியமாகும். நீண்ட வகுத்தல் செய்யாமல் ஒரு எண் மற்றொரு எண்ணால் வகுபடுகிறதா என்பதை எவ்வாறு சரிபார்க்கலாம்?

உதாரணம்: 168 ஐ 12 ஆல் வகுபடுமா? இரண்டின் பிரதான காரணியாக்கங்களைக் கண்டறியவும்:

$$168 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 7 \text{ மற்றும் } 12 = 2 \times 2 \times 3$$

நாம் எந்த வரிசையிலும் பெருக்க முடியும் என்பதால், இப்போது தெளிவாகிறது,

$$168 = 2 \times 2 \times 3 \times 2 \times 7 = 12 \times 14$$

எனவே, 168 ஆனது 12 ஆல் வகுபடும்.

உதாரணம்: 75 ஐ 21 ஆல் வகுபடுமா? இரண்டின் பிரதான காரணியாக்கங்களைக் கண்டறியவும்:

$$75 = 3 \times 5 \times 5 \text{ மற்றும் } 21 = 3 \times 7$$

மேலே உள்ள விவாதத்தில் நாம் பார்த்தபடி, 75 என்பது 21 இன் பெருக்குத் தொகையாக இருந்தால், 21 இன் அனைத்து பகாக் காரணிகளும் 75 இன் பகாக் காரணிகளாக இருக்கும். இருப்பினும், 7 என்பது 21 இன் பிரதான காரணியாகும், ஆனால் 75 இன் பிரதான காரணி அல்ல. எனவே, 75 ஐ 21 ஆல் வகுக்க முடியாது.

உதாரணம்: 42 ஐ 12 ஆல் வகுபடுமா? இரண்டின் பிரதான காரணியாக்கங்களைக் கண்டறியவும்:

$$42 = 2 \times 3 \times 7 \text{ மற்றும் } 12 = 2 \times 2 \times 3$$

12 இன் அனைத்து பகாக் காரணிகளும் 42 இன் பகாக் காரணிகளாகும். ஆனால் 12 இன் பகாக் காரணியாக்கம் 42 இன் பகாக் காரணியாக்கத்தில் சேர்க்கப்படவில்லை. ஏனென்றால், 12 இன் பகாக் காரணியாக்கத்தில் 2 இரண்டு முறை நிகழ்கிறது, ஆனால் 42 இன் பகாக் காரணியாக்கத்தில் ஒரு முறை மட்டுமே நிகழ்கிறது. இதன் பொருள் 42 ஐ 12 ஆல் வகுபடாது.

ஒரு எண்ணை மற்றொரு எண்ணால் வகுக்கக் கூடியதாக இருந்தால், இரண்டாவது எண்ணின் பகாக் காரணியாக்கம் முதல் எண்ணின் பகாக் காரணியாக்கத்தில் சேர்க்கப்படுகிறது என்று நாம் கூறலாம்.

☀ அதைக் கண்டுபிடியுங்கள்

- பின்வரும் ஜோடி எண்கள் இணை-பகா எண்களா? முதலில் யூகிக்கவும், பின்னர் உங்கள் பதிவை சரிபார்க்க பகா காரணியாக்கத்தைப் பயன்படுத்தவும்.

a. 30 மற்றும் 45	b. 57 மற்றும் 85
c. 121 மற்றும் 1331	d. 343 மற்றும் 216
- முதல் எண் இரண்டாவது எண்ணால் வகுபடுமா? பகாக் காரணியாக்கத்தைப் பயன்படுத்தவும்.

a. 225 மற்றும் 27	b. 96 மற்றும் 24
c. 343 மற்றும் 17	d. 999 மற்றும் 99
- முதல் எண் பகாக் காரணியாக்கம் $2 \times 3 \times 7$ மற்றும் இரண்டாவது எண் பகாக் காரணியாக்கம் 3 ஐக் கொண்டுள்ளது $\times 7 \times 11$. அவர்கள் இணை பிரைம்களா? அவற்றில் ஒன்று மற்றொன்றைப் பிரிக்கிறதா?
- குணா "ஏதேனும் இரண்டு பகா எண்கள் இணை-பகா எண்கள்?" என்று கேட்கிறார். அவர் சொல்வது சரிதானா?

5.5 வகுத்தல் சோதனைகள்

இதுவரை, ஒரு எண் பகா எண் இல்லையா அல்லது கொடுக்கப்பட்ட ஜோடி எண்கள் இணை-பகா உள்ளதா இல்லையா என்பதை தீர்மானிப்பது உட்பட வெவ்வேறு சூழல்களில் எண்களின் காரணிகளை நாங்கள் கண்டுபிடித்து வருகிறோம்.

சிறிய எண்களின் காரணிகளைக் கண்டுபிடிப்பது எளிது. ஒரு பெரிய எண்ணிக்கையின் காரணிகளை எவ்வாறு கண்டுபிடிப்பது?

8560 ஐ எடுத்துக்கொள்வோம். இது 2 முதல் 10 வரை ஏதேனும் காரணிகளைக் கொண்டிருக்கிறதா (2, 3, 4, 5, ..., 9, 10)?

இந்த எண்களில் சில காரணிகளா இல்லையா என்பதை நீண்ட வகுத்தல் செய்யாமல் சரிபார்க்க எளிதானது. அவற்றைக் கண்டுபிடிக்க முடியுமா?

10 ஆல் வகுபடுதல்

10 ஐ எடுத்துக் கொள்வோம். 8560 ஐ 10 ஆல் வகுபடுமா? இது மற்றொரு வழி 10 என்பது 8560 இன் காரணியா என்று கேட்கிறது.

இதற்காக, 10 இன் மடங்குகளில் வடிவத்தைப் பார்க்கலாம்.

10 இன் முதல் சில மடங்குகள்: 10, 20, 30, 40, ... இந்த வரிசையைத் தொடர்ந்து, மாதிரியை கவனிக்கவும்.

125 என்பது 10ன் பெருக்குத் தொகையா? இந்த எண் முந்தைய வரிசையில் வருமா? ஏன் அல்லது ஏன் இல்லை?

8560 ஆனது 10 ஆல் வகுபடுமா என்று இப்போது உங்களால் பதிலளிக்க முடியுமா?

☀ இந்த அறிக்கையைக் கவனியுங்கள்:

10 ஆல் வகுபடக்கூடிய எண்கள் '0' உடன் முடிவடையும் எண்கள். நீங்கள் ஒப்புக்கொள்கிறீர்களா?



5 ஆல் வகுபடுதல்

எண் 5 என்பது மற்றொரு எண், அதன் வகுபடும் தன்மையை எளிதாக சரிபார்க்கலாம். நாம் அதை எப்படி செய்வது?

மடங்குகளை பட்டியலிடுவதன் மூலம் ஆராயுங்கள்: 5, 10, 15, 20, 25, ... இந்த எண்களைப் பற்றி நீங்கள் என்ன கவனிக்கிறீர்கள்? கடைசி இலக்கத்தில் ஒரு வடிவத்தை நீங்கள் காண்கிறீர்களா?

399 ஐ விட குறைவான 5 ஆல் வகுபடக்கூடிய மிகப்பெரிய எண் எது? 8560 ஐ 5 ஆல் வகுபடுமா?

☀ இந்த அறிக்கையைக் கவனியுங்கள்:

5 ஆல் வகுபடும் எண்கள் '0' அல்லது '5' உடன் முடிவடையும் எண்கள். நீங்கள் ஒப்புக்கொள்கிறீர்களா?



2 ஆல் வகுபடும் தன்மை

2 இன் முதல் சில மடங்குகள் 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, ...

நீங்கள் என்ன கவனிக்கிறீர்கள்? கடைசி இலக்கத்தில் ஒரு வடிவத்தை நீங்கள் காண்கிறீர்களா?

682 ஐ 2 ஆல் வகுபடுமா? நீண்ட வகுத்தல் செய்யாமல் இதற்கு பதில் சொல்ல முடியுமா?

8560 ஐ 2 ஆல் வகுபடுமா? ஏன் அல்லது ஏன் இல்லை?

☀ இந்த அறிக்கையைக் கவனியுங்கள்:

2 ஆல் வகுபடும் எண்கள் '0', '2', '4', '6' அல்லது '8' உடன் முடிவடையும் எண்கள். நீங்கள் ஒப்புக்கொள்கிறீர்களா?

399 மற்றும் 411 க்கு இடையில் 2 இன் அனைத்து மடங்குகளும் என்ன?



4 ஆல் வகுபடுதல்

ஒரு எண் 4 ஆல் வகுபடுகிறதா என்று சரிபார்ப்பதும் எளிதாக செய்யலாம்!

அதன் மடங்குகளைப் பாருங்கள்: 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, ...

பயன்படுத்தக்கூடிய வடிவங்களை நீங்கள் கவனிக்க முடியுமா? 10, 5 மற்றும் 2 இன் மடங்குகள் அவற்றின் கடைசி இலக்கங்களில் ஒரு வடிவத்தைக் கொண்டுள்ளன, அவற்றைப் பயன்படுத்தி வகுபடும் தன்மையை சரிபார்க்க முடியும். இதேபோல், கடைசி இலக்கத்தைப் பார்த்து ஒரு எண் 4 ஆல் வகுபடுமா என்று சரிபார்க்க முடியுமா?

அது வேலை செய்யாது! 12 மற்றும் 22 ஐ பாருங்கள். அவை ஒரே கடைசி இலக்கத்தைக் கொண்டுள்ளன, ஆனால் 12 என்பது 4 இன் பெருக்குத் தொகையாகும், அதே நேரத்தில் 22 இல்லை. இதேபோல் 14 மற்றும் 24 ஆகியவை ஒரே கடைசி இலக்கத்தைக் கொண்டுள்ளன, ஆனால் 14 என்பது 4 இன் பெருக்குத்தொகை அல்ல, அதே நேரத்தில் 24 உள்ளது. இதேபோல், 16 மற்றும் 26 அல்லது 18 மற்றும் 28. இதன் பொருள் என்னவென்றால், கடைசி இலக்கத்தைப் பார்ப்பதன் மூலம், ஒரு எண் 4 இன் பெருக்குத் தொகையா என்று நம்மால் சொல்ல முடியாது.

அதிக இலக்கங்களைப் பார்த்து கேள்விக்கு பதிலளிக்க முடியுமா? 1 மற்றும் 200 க்கு இடையில் 4 இன் மடங்குகளின் பட்டியலை உருவாக்கி ஒரு வடிவத்தைத் தேடுங்கள்.

☀ 4 ஆல் வகுபடும் 330 மற்றும் 340 க்கு இடையில் உள்ள எண்களைக் கண்டுபிடி. மேலும், 1730 மற்றும் 1740 மற்றும் 2030 மற்றும் 2040 க்கு இடையிலான எண்களைக் கண்டறியவும், அவை 4 ஆல் வகுபடும். நீங்கள் என்ன கவனிக்கிறீர்கள்?

☀ 8536 ஐ 4 ஆல் வகுபடுமா?

☀ இந்த அறிக்கைகளைக் கவனியுங்கள்:

1. கொடுக்கப்பட்ட எண் 4 ஆல் வகுபடுமா என்பதை தீர்மானிக்கும்போது கடைசி இரண்டு இலக்கங்கள் மட்டுமே முக்கியம்.
2. கடைசி இரண்டு இலக்கங்களால் உருவாக்கப்பட்ட எண் 4 ஆல் வகுபடுமானால், அசல் எண் 4 ஆல் வகுபடும்.
3. அசல் எண் 4 ஆல் வகுபடுமானால், கடைசி இரண்டு இலக்கங்களால் உருவாக்கப்பட்ட எண் 4 ஆல் வகுபடும்.

நீங்கள் ஒப்புக்கொள்கிறீர்களா? ஏன் அல்லது ஏன் இல்லை?

8 ஆல் வகுபடுதல்

சுவாரஸ்யமாக, 8 ஆல் வகுபடுவதை சரிபார்ப்பது கூட எளிமைப்படுத்தப்படலாம். கடைசி இரண்டு இலக்கங்களை இதற்கு பயன்படுத்த முடியுமா?

☀ 120 மற்றும் 140 க்கு இடையில் 8 ஆல் வகுபடக்கூடிய எண்களைக் கண்டறியவும். 1120 மற்றும் 1140 மற்றும் 3120 மற்றும் 3140 க்கு இடைப்பட்ட எண்களையும் காண்க, அவை 8 ஆல் வகுபடும். நீங்கள் என்ன கவனிக்கிறீர்கள்?

☀ 8560 இன் இரு இலக்கங்களை மாற்றவும், அப்போது கிடைக்கும் எண் 8 இன் மடங்காக இருக்கும்.

☀ இந்த அறிக்கைகளைக் கவனியுங்கள்:

1. கொடுக்கப்பட்ட எண் 8 ஆல் வகுபடுமா என்பதை தீர்மானிக்கும்போது கடைசி மூன்று இலக்கங்கள் மட்டுமே முக்கியம்.
2. கடைசி மூன்று இலக்கங்களால் உருவாக்கப்பட்ட எண் 8 ஆல் வகுபடுமானால், அசல் எண் 8 ஆல் வகுபடும்.
3. அசல் எண் 8 ஆல் வகுபடுமானால், கடைசி மூன்று இலக்கங்களால் உருவாக்கப்பட்ட எண் 8 ஆல் வகுபடும். நீங்கள் ஒப்புக்கொள்கிறீர்களா? ஏன் அல்லது ஏன் இல்லை?



ஒரு எண் ஒரு காரணியா இல்லையா என்பதை சரிபார்க்க நீண்ட வகுத்தல் எப்போதும் தேவையில்லை என்பதை நாம் பார்த்தோம். 10, 5, 2, 4, 8 ஆகியவற்றிற்கான எளிய முறைகளைக் கொண்டு வர சில அவதானிப்புகளைப் பயன்படுத்தியுள்ளோம். மற்ற எண்களுக்கும் இதுபோன்ற எளிய முறைகள் உள்ளனவா? 3, 6, 7 மற்றும் 9 ஆல் வகுபடும் தன்மையை சோதிக்கும் எளிய முறைகளை அடுத்து வரும் வகுப்புகளில் விவாதிப்போம்!

☀ அதைக் கண்டுபிடியுங்கள்

1. 2024 ஒரு லீப் ஆண்டு (பிப்ரவரியில் 29 நாட்கள் இருப்பதால்). லீப் ஆண்டுகள் 4 இன் மடங்குகளாக இருக்கும் ஆண்டுகளில் நிகழ்கின்றன, 100 ஆல் சமமாக வகுபடக்கூடிய ஆனால் 400 அல்லாத ஆண்டுகளைத் தவிர.
 - a. நீங்கள் பிறந்த வருடத்திலிருந்து இன்று வரை, எந்த ஆண்டுகள் லீப் ஆண்டுகள்?
 - b. 2024 ஆம் ஆண்டு முதல் 2099 வரை, எத்தனை லீப் ஆண்டுகள் உள்ளன?
2. 4 ஆல் வகுபடக்கூடிய மற்றும் பாலிண்ட்ரோம்களாக இருக்கும் மிகப்பெரிய மற்றும் மிகச்சிறிய 4 இலக்க எண்களைக் கண்டறியவும்.
3. ஒவ்வொரு கூற்றும் எப்போதும் உண்மையா, சில நேரங்களில் உண்மையா அல்லது ஒருபோதும் உண்மையா என்பதை ஆராய்ந்து கண்டுபிடிக்கவும். உங்கள் பகுத்தறிவுக்கு ஆதரவாக உதாரணங்கள் கொடுக்கலாம்.

- a. இரண்டு இரட்டை எண்களின் கூட்டுத்தொகை 4 இன் பெருக்குத் தொகையைத் தருகிறது.
 - b. இரண்டு ஒற்றைப்படை எண்களின் கூட்டுத்தொகை 4 இன் பெருக்குத் தொகையைத் தருகிறது.
4. பின்வரும் எண்கள் ஒவ்வொன்றையும் a) 10, b) 5, c) 2 ஆல் வகுக்கும்போது கிடைக்கும் மீதியைக் காண்க.
- 78, 99, 173, 572, 980, 1111, 2345
5. 14560 ஆனது 2, 4, 5, 8 மற்றும் 10 ஆகிய அனைத்தையும் வகுபடுமா என்று ஆசிரியர் கேட்டார். குணா 14560 இந்த எண்களில் இரண்டால் மட்டுமே வகுபடுகிறது என்று சரிபார்த்து, பின்னர் அவை அனைத்தாலும் வகுபடும் என்று அறிவித்தார். அந்த இரண்டு எண்கள் என்னவாக இருக்கும்?
6. பின்வரும் எண்களில் எது 2, 4, 5, 8 மற்றும் 10 அனைத்தாலும் வகுபடும்: 572, 2352, 5600, 6000, 77622160.
7. 10000 பெருக்கற்பலன் கொண்ட இரு எண்களை எழுதுக. இரண்டு எண்களிலும் அலகு இலக்கமாக 0 இருக்கக்கூடாது.

5.6 உடன் வேடிக்கை எண்கள்

சிறப்பு எண்கள்

இந்த பெட்டியில் நான்கு எண்கள் உள்ளன. எந்த எண் உங்களுக்கு ஸ்பெஷலாகத் தெரிகிறது? ஏன் அப்படிச் சொல்கிறீர்கள்?

9	16
25	43

குணாவின் வகுப்பு தோழர்கள் பகிர்ந்து கொள்ள என்ன இருக்கிறது என்று பாருங்கள்:

- கர்ணாவதி கூறுகிறார், "9 சிறப்பு வாய்ந்தது, ஏனெனில் இது ஒற்றை இலக்க எண், மற்ற எல்லா எண்களும் 2 இலக்க எண்கள்".
- குருபிரீத் கூறுகிறார், "9 சிறப்பு வாய்ந்தது, ஏனெனில் இது 3 இன் பெருக்குத் தொகையாக இருக்கும் ஒரே எண்".
- முருகன், "16 சிறப்பு வாய்ந்தது, ஏனெனில் இது ஒரே இரட்டைப்படை எண் மற்றும் 4 இன் ஒரே பெருக்குத்தொகையும் கூட" என்று கூறினான்.
- கோபிகா "25 சிறப்பு வாய்ந்தது, ஏனெனில் இது 5 இன் ஒரே பெருக்கு" என்று கூறுகிறார்.
- யாட்னிகி கூறுகிறார், "43 சிறப்பு வாய்ந்தது, ஏனெனில் இது ஒரே பகா எண்". என்று கூறினாள்
- ராதா கூறுகிறார், "43 சிறப்பு வாய்ந்தது, ஏனென்றால் அது ஒரு சதுரமாக இல்லாத ஒரே எண்".

☀ ஒவ்வொரு பெட்டியிலும் நான்கு எண்களைக் கொண்ட சில பெட்டிகள் கீழே உள்ளன. ஒவ்வொரு பெட்டிக்குள்ளும் ஒவ்வொரு எண்ணும் மற்றவற்றுடன் ஒப்பிடும்போது எவ்வாறு சிறப்பு வாய்ந்தது என்று சொல்ல முயற்சிக்கவும். உங்கள் வகுப்பு தோழர்களுடன் பகிர்ந்து கொள்ளுங்கள், நீங்கள் செய்த அதே காரணங்களை வேறு யார் கொடுத்தார்கள் என்பதைக் கண்டறியவும். உங்களுக்கு தோன்றாத வேறு காரணங்களை யாராவது சொன்னார்களா?!

கணிதம்
பேசு

5	7
12	35

3	8
11	24

27	3
123	31

17	27
44	65

ஒரு பிரதான புதிர்

இடதுபுறம் உள்ள படம் புதிரைக் காட்டுகிறது. வலதுபுறத்தில் உள்ள படம் புதிரின் தீர்வைக் காட்டுகிறது. புதிரை தீர்க்க என்ன விதிகள் இருக்க முடியும் என்று சிந்தியுங்கள்.

கணிதம்
பேசு

			75
			42
			102
170	30	63	

5	5	3	75
2	3	7	42
17	2	3	102
170	30	63	

விதிகள்

கட்டத்தை பகா எண்களால் மட்டுமே நிரப்பவும். அப்போதுதான் ஒவ்வொரு வரிசையின் பெருக்கற்பலனும் வரிசையின் வலப்புறம் உள்ள எண்ணாகவும், ஒவ்வொரு நெடுவரிசையின் பெருக்கற்பலனும் நெடுவரிசைக்குக் கீழே உள்ள எண்ணாகவும் இருக்கும்.

			105
			20
			30
28	125	18	

			8
			105
			70
30	70	28	

			63
			27
			190
45	42	171	

			343
			660
			44
28	154	231	

சுருக்கம்

- ஒரு எண்ணை மற்றொன்றால் வகுபடும் என்றால், இரண்டாவது **காரணி** எண் என்று அழைக்கப்படுகிறது முதலாவது. எடுத்துக்காட்டாக, 4 என்பது 12 இன் காரணியாகும், ஏனெனில் 12 ஐ 4 ஆல் வகுபடும் ($12 \div 4 = 3$).
- **பகா எண்கள்** 2, 3, 5, 7, 11, ... அவை இரண்டு காரணிகளை மட்டுமே கொண்டுள்ளன, அதாவது 1 மற்றும் அதே எண்.
- **கூட்டு எண்கள்** 4, 6, 8, 9, ... அவை 2 க்கும் மேற்பட்ட காரணிகளைக் கொண்டுள்ளன, அதாவது, 1 மற்றும் தங்களை விட குறைந்தது ஒரு காரணி. எடுத்துக்காட்டாக, 8 இல் காரணி 4 மற்றும் 9 இல் காரணி 3 உள்ளது, எனவே 8 மற்றும் 9 இரண்டும் கலவை.
- 1 ஐ விட பெரிய ஒவ்வொரு எண்ணையும் பகா எண்களின் பெருக்கற்பலனாக எழுதலாம். இது எண் என்று அழைக்கப்படுகிறது **பகாக் காரணியாக்கம்**. உதாரணத்திற்கு, $84 = 2 \times 2 \times 3 \times 7$.
- காரணிகளின் வரிசையைத் தவிர, ஒரு எண்ணை ப்ரமைகளாக காரணியாக்க ஒரே ஒரு வழி மட்டுமே உள்ளது.
- 1 ஐத் தவிர வேறு பொதுவான காரணி இல்லாத இரண்டு எண்கள் **கோ-பிரைம்**.
- இரண்டு எண்கள் இணை-பகா எண்கள் என்பதை சரிபார்க்க, நாம் முதலில் அவற்றின் பகா காரணியாக்கங்களைக் கண்டுபிடித்து, ஒரு பொதுவான பகா காரணி உள்ளதா என்று சரிபார்க்கலாம். பொதுவான பிரதான காரணி இல்லை என்றால், அவை இணை-பிரைம், இல்லையெனில் அவை இல்லை.
- இரண்டாவது எண்ணின் பகாக் காரணியாக்கத்தில் முதல் எண்ணின் பகாக் காரணியாக்கம் சேர்க்கப்பட்டால், ஒரு எண் மற்றொரு எண்ணின் காரணியாகும்.