

# ప్రైమ్ ప్రైమ్



0674CH05

## 5.1 సాధారణ గుణకాలు మరియు సాధారణ కారకాలు

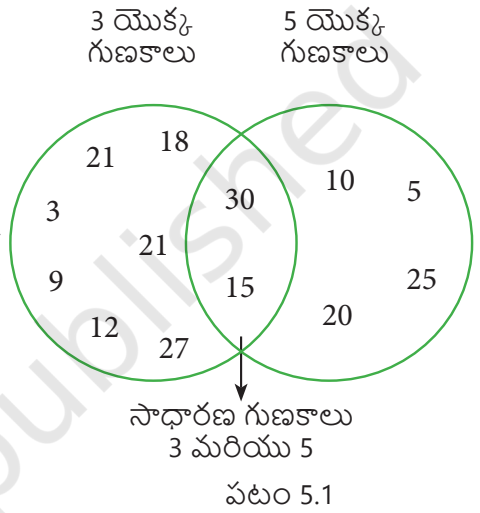
**ఇడ్డీ-వడ ఆట**

పిల్లలు వృత్తాకారంలో కూర్చొని అంకెల ఆట ఆడతారు. పిల్లలలో ఒకరు '1' అని చెప్పి మొదలుపెడతారు. రెండవ ఆటగాడు '2' అని అంటాడు, ఇంకా ఆట అలా కొనసాగుతుంది. కానీ 3, 6, 9, ... (3 యొక్క గుణిజాలు) వంతు వచ్చినప్పుడు, ఆటగాడు సంఖ్యకు బదులుగా 'ఇడ్డీ' అని చెప్పాలి. 5, 10, ... (5 యొక్క గుణిజాలు) వంతు వచ్చినప్పుడు, ఆటగాడు సంఖ్యకు బదులుగా 'వడ' అని చెప్పాలి. సంఖ్య 3 మరియు 5 రెండింటికీ గుణిజం అయినప్పుడు, ఆటగాడు 'ఇడ్డీ-వడ' అని చెప్పాలి! ఆటగాడు ఏదైనా తప్పు చేస్తే, వారు అవుట్ అవుతారు. ఒక్కరు మాత్రమే మిగిలే వరకు ఆట కొనసాగుతుంది. ఏ అంకెలకు ఆటగాళ్లు అంకె చెప్పడానికి బదులు 'ఇడ్డీ' అనాలి? ఇవి 3, 6, 9, 12, 18, ... మొదలైనవి. ఆటగాళ్లు ఏ అంకెలకు 'వడ' అనాలి? ఇవి 5, 10, 20, ... మొదలైనవి. 'ఇడ్డీ-వడ' అని ఆటగాళ్లు చెప్పవలసిన మొదటి సంఖ్య ఏది? ఇది 15, ఇది 3 యొక్క బహుళం, మరియు 5 యొక్క బహుళం. 3 మరియు 5 రెండింటి గుణకాలు ఉన్న ఇతర సంఖ్యలను కనుగొనండి. ఈ సంఖ్యలను అంటారు.

## ☀ సమాధానం కనుక్కోండి

- 10వ సారి 'ఇడ్లీ వడ' అని ఎ అంకె వద్ద చెబుతారు?
- ఆట 1 నుండి 90 వరకు సంఖ్యలకు ఆడితే, కనుగొనండి::  
ఎ. పిల్లలు 'ఇడ్లీ' అని ఎన్నిసార్లు అంటారు (వారు 'ఇడ్లీ-వడ' అని చెప్పే సమయాలతో సహా)?  
బి. పిల్లలు 'వడ' అని ఎన్నిసార్లు అంటారు (వారు 'ఇడ్లీ-వడ' అని చెప్పే సమయాలతో సహా)?  
సి. పిల్లలు 'ఇడ్లీ వడ' అని ఎన్నిసార్లు అంటారు?
- 900 వరకు ఆట ఆడితే ఎలా ఉంటుంది?  
మీ సమాధానాలు ఎలా మారుతాయి?
- ఈ అంకెకు 'ఇడ్లీ వడ' ఆటకు సంబంధం ఉందా?

సూచన: 30 ఏళ్ల వరకు ఆట ఆడటాన్ని ఊహించుకోండి. ఆటను 60 వరకు ఆడినట్లయితే బొమ్మను గీయండి.



## ☀ ఇప్పుడు మనం వివిధ జతల సంఖ్యలతో 'ఇడ్లీ-వడ' ఆటను ఆడుకుందాం:

- ఎ .2 మరియు 5,
- బి 3 మరియు 7,
- సి 4 మరియు 6.

చిన్న సంఖ్య యొక్క గుణకాలకు 'ఇడ్లీ', పెద్ద సంఖ్య యొక్క గుణకాలకు 'వడ' మరియు సాధారణ సంఖ్యకు 'ఇడ్లీ-వడ' అని అంటాము. ఒకవేళ ఆటను 60 వరకు ఆడినట్లయితే పటం 5.1ను పోలిన బొమ్మను గీయండి.

నిన్న, మేము ఈ ఆటను రెండు సంఖ్యలతో ఆడాము. మేము కేవలం 'ఇడ్లీ' లేదా 'ఇడ్లీ-వడ' అని చెప్పడం ద్వారా ముగించాము మరియు ఎవరూ కేవలం 'వడ' అని చెప్పలేదు!



అందులో ఒకటి 4.

ఓహో, ఏమి చేయవచ్చు ఆ అంకెలు ఎలా ఉంటాయి!?



☀ ఈ క్రింది వాటిలో ఏది ఇతర సంఖ్య కావచ్చు:

2, 3, 5, 8, 10?

## జంప్ జాక్ పాల్

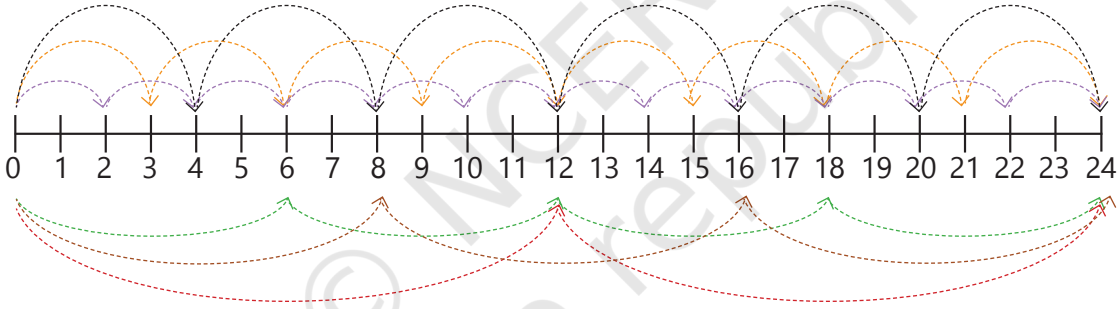
జంప్ మరియు గ్రంప్ ఒక ఆట ఆడతారు.

- గ్రంప్ కొంత సంఖ్యలో నిధిని ఉంచుతాడు. ఉదాహరణకు, అతను దానిని 24 లో పెట్టవచ్చు.
- జంప్ జంప్ సైజును ఎంచుకుంటుంది. ఒకవేళ అతడు 4ని ఎంచుకున్నట్లయితే, అతడు 0 నుంచి ప్రారంభమయ్యే 4 యొక్క గుణకాలపై మాత్రమే దూకాలి.
- గ్రంప్ ఉంచిన అంకె మీద జంప్ ల్యాండ్ అయితే ఆ నిధి లభిస్తుంది.

జంప్ ఏ జంప్ సైజులను ఎంచుకుంటే 24 మీద ల్యాండ్ అవుతాడు?

అతను 4ను ఎంచుకుంటే: జంప్ 4 → 8 → 12 → 16 → 20 → →24 □ 28 → ... మీద ల్యాండ్ అవుతాడు.

ఇతర విజయవంతమైన జంప్ పరిమాణాలు 2, 3, 6, 8 మరియు 12.



1 మరియు 24 పరిమాణాల జంప్ గురించి ఏమిటి? అవును, అవి కూడా 24 న ల్యాండ్ అవుతాయి.

సంఖ్యలు 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24 అన్నీ 24ని ఖచ్చితంగా భాగిస్తాయి. ఇలాంటి సంఖ్యలను 24 యొక్క కారణాంకాలు లేదా డివిసార్స్ అని గుర్తుంచుకోండి.

గ్రంప్ ఆట స్థాయిని పెంచుతుంది. రెండు వేర్వేరు అంకెలలో రెండు నిధిని పెట్టారు. జంప్ జంప్ సైజును ఎంచుకుని దానికి అతుక్కుపోవాలి. ఎంచుకున్న జంప్ సైజుతో రెండు అంకెలపై ల్యాండ్ అయితేనే జంప్ కి సంపదలు లభిస్తాయి. మునుపటిలాగే, జంప్ 0 వద్ద ప్రారంభమవుతుంది.

గ్రంప్ ఈ ప్రైజర్ ని 14, 36 తేదీల్లో భద్రపరిచాడు. మరియు, జంప్ 7 జంప్ సైజును ఎంచుకుంటుంది.

ఈ రెండు ప్రైజర్ పై జంప్ దిగుతుందా? 0 నుంచి మొదలై 7కు ఎగబాకాడు. □ 14 □ 21 □ 28 □ 35 □ 42 ... అతను 14 న ల్యాండ్ అయ్యాడు కాని 36 లో ల్యాండ్ కాలేదు, కాబట్టి

అతనికి ట్రైజర్ లభించలేదు. అతను ఏ జంప్ పరిమాణం ను ఎంచుకోవాలి?

14 యొక్క కారకాలు: 1, 2, 7, 14. కాబట్టి, ఈ జంప్ పరిమాణాలు 14 లో ల్యాండ్ అవుతాయి.

36 యొక్క కారకాలు: 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18 మరియు 36. ఈ జంప్ పరిమాణాలు 36 వద్ద ల్యాండ్ అవుతాయి.

కాబట్టి, 1 లేదా 2 యొక్క జంప్ పరిమాణాలు 14 మరియు 36 రెండింటిలోనూ ల్యాండ్ అవుతాయి. 1 మరియు 2 14 మరియు 36 యొక్క సాధారణ కారకాలు అని గమనించండి.

రెండు ట్రైజర్లను చేరుకోగల జంప్ పరిమాణాలు **సాధారణ కారకాలు** నిధిని ఉంచిన రెండు సంఖ్యలలో.

- ☀ 15 మరియు 30 రెండింటినీ ఏ జంప్ పరిమాణం చేరుకోగలదు? బహుళ జంప్ పరిమాణాలు సాధ్యమే. వాటన్నింటినీ వెతికే ప్రయత్నం చేయండి.
- ☀ కింది పట్టిక చూడండి. మీరు ఏమి గమనించారు?

31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70

పట్టికలో,

1. షేడెడ్ సంఖ్యల మధ్య ఏదైనా సారూప్యత ఉందా?
2. వృత్తాకార సంఖ్యల మధ్య ఏదైనా సారూప్యత ఉందా?
3. ఏ సంఖ్యలు నీడ మరియు వృత్తాకారంలో ఉంటాయి? ఈ సంఖ్యలను ఏమని పిలుస్తారు?



### ☀ సమాధానం కనుక్కోండి

1. 310 మరియు 410 మధ్య ఉన్న 40 యొక్క అన్ని గుణకాలను కనుగొనండి.
2. నేను ఎవరు?

ఎ . నేను 40 కంటే తక్కువ సంఖ్యను కలిగి ఉన్నాను. నా కారకాలలో ఒకటి 7.

నా అంకెల మొత్తం 8.

బి . నేను 100 కంటే తక్కువ సంఖ్యను కలిగి ఉన్నాను. నా రెండు కారకాలు 3 మరియు 5. నా ఒక అంకె మరొకటి కంటే 1 ఎక్కువ.

3. అన్ని కారకాల మొత్తం రెట్టింపు సంఖ్యకు సమానంగా ఉన్న సంఖ్యను ఎ అని అంటారు. **సరైన సంఖ్య.** 28 అనే సంఖ్య పరిపూర్ణ సంఖ్య. దీని కారకాలు 1, 2, 4, 7, 14 మరియు 28. వారి మొత్తం 56, ఇది రెట్టింపు 28. 1 మరియు 10 మధ్య సరైన సంఖ్యను కనుగొనండి.

4. దీని యొక్క సాధారణ కారకాలను కనుగొనండి:

ఎ . 20 మరియు 28

బి . 35 మరియు 50

సి . 4, 8 మరియు 12

డి . 5, 15 మరియు 25

5. 25 యొక్క గుణకాలు కాని 50 యొక్క గుణకాలు కాని ఏవైనా మూడు సంఖ్యలను కనుగొనండి.

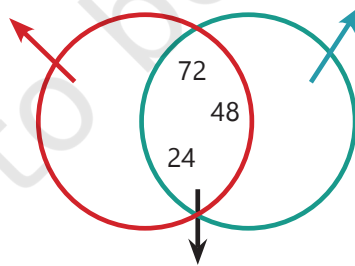
6. అన్న మరియు అతని స్నేహితులు రెండు సంఖ్యలతో 'ఇడ్లీ-వడ' ఆట ఆడతారు, అవి రెండూ 10 కంటే చిన్నవి. 'ఇడ్లీ వడ' అని ఎవరైనా అనడం 50 సంఖ్య తర్వాత. 'ఇడ్లీ', 'వడ' అనే రెండు సంఖ్యలు ఏవై ఉండచ్చు?

7. నిధి వేట ఆటలో, గ్రంపీ 28 మరియు 70 లలో నిధిని ఉంచాడు. రెండు సంఖ్యలపై ఏ జంప్ పరిమాణాలు ల్యాండ్ అవుతాయి?

8. దిగువ పటంలో గుణ సాధారణ గుణకాలు మినహా అన్ని సంఖ్యలను తుడిచివేసింది. ఆ సంఖ్యలు ఏమిటో కనుగొని ఖాళీ ప్రాంతాల్లో తప్పిపోయిన గణాలను నింపండి.



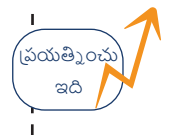
\_\_ యొక్క గుణకాలు \_\_ యొక్క గుణకాలు



సాధారణ గుణకాలు

9. 7 మినహా, 1 నుండి 10 వరకు ఉన్న అన్ని సంఖ్యల యొక్క బహుళమైన అతిచిన్న సంఖ్యను కనుగొనండి.

10. 1 నుండి 10 వరకు ఉన్న అన్ని సంఖ్యల యొక్క బహుళమైన అతిచిన్న సంఖ్యను కనుగొనండి.



## 5.2 ప్రధాన సంఖ్యలు

గుణ మరియు అన్న తమ పొలంలో పండించిన అంజూర పండ్లను ప్యాక్ చేయాలనుకుంటున్నారు. గుణప్రతి పెట్టెలో 12 అంజూర పండ్లను ప్యాక్ చేయాలనుకుంటాడు మరియు అన్న ప్రతి పెట్టెలో 7 అంజూర పండ్లను ప్యాక్ చేయాలనుకుంటున్నాడు.

ఎన్ని అమరికలు సాధ్యం?

ఆలోచించండి మరియు వివిధ మార్గాలను కనుగొనండి -

1. గుణ 12 అత్తి పండ్లను దీర్ఘచతురస్రాకార పద్ధతిలో అమర్చగలడు.
2. అన్న దీర్ఘచతురస్రాకార పద్ధతిలో 7 అత్తి పండ్లను అమర్చగలడు.

గుణ ఈ అవకాశాలను జాబితా చేసింది.

ప్రతి అమరికలో వరుసలు మరియు స్తంభాల సంఖ్యను గమనించండి. 12తో అవి ఎలా సంబంధం కలిగి ఉన్నాయి?

ఉదాహరణకు, రెండవ అమరికలో, 12 అత్తి పండ్లను 6 లేదా 12 చొప్పున రెండు స్తంభాలలో అమర్చారు.  $= 2 \times 6$ .

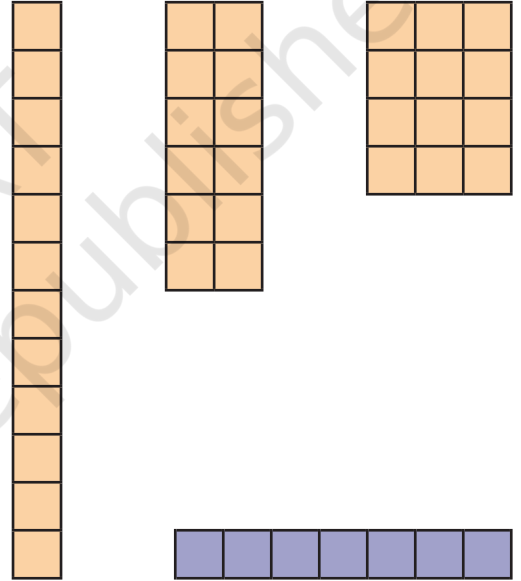
అన్న ఒకే ఒక ఏర్పాటు చేయగలిగాడు:  $7 \times 1$  లేదా  $1 \times 7$ . ఇతర దీర్ఘచతురస్రాకార ఏర్పాట్లు లేవు.

గుణ యొక్క ప్రతి అమరికలో, వరుసల సంఖ్యను స్తంభాల సంఖ్యతో గుణించడం వల్ల 12 సంఖ్య వస్తుంది. కాబట్టి, వరుసలు లేదా స్తంభాల సంఖ్య 12 యొక్క కారకాలు.

12 సంఖ్యకు రెండు కంటే ఎక్కువ అంశాలు ఉన్నందున ఒకటి కంటే ఎక్కువ మార్గాల్లో దీర్ఘచతురస్రాకారంలో అమర్చవచ్చని మేము చూశాము. 7 సంఖ్యను ఒక విధంగా మాత్రమే అమర్చవచ్చు, ఎందుకంటే దీనికి రెండు అంశాలు మాత్రమే ఉన్నాయి - 1 మరియు 7.

రెండు కారణాంకాలు మాత్రమే కలిగిన సంఖ్యలను ప్రధాన సంఖ్యలు లేదా ప్రైమ్లు అంటారు. ఇక్కడ మొదటి కొన్ని ప్రైమ్లు ఉన్నాయి - 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19. ప్రధాన సంఖ్య యొక్క కారణాంకాలు 1 మరియు సంఖ్య మాత్రమే అని గమనించండి.

రెండు కంటే ఎక్కువ కారణాంకాలు కలిగిన సంఖ్యల గురించి ఏమిటి? వాటిని సంయుక్త సంఖ్యలు అంటారు. మొదటి కొన్ని సంయుక్త సంఖ్యలు - 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18, 20.



ఒకే ఒక కారకాన్ని కలిగి ఉన్న 1 గురించి ఏమిటి? 1 సంఖ్య ప్రధాన సంఖ్య లేదా మిశ్రమ సంఖ్య కాదు.

☀ 21 నుండి 30 వరకు ఎన్ని ప్రధాన సంఖ్యలు ఉన్నాయి? 21 నుండి 30 వరకు ఎన్ని మిశ్రమ సంఖ్యలు ఉన్నాయి?

**1 నుండి 100 వరకు అన్ని ప్రధాన సంఖ్యలను మనం జాబితా చేయగలమా?** ప్రధాన సంఖ్యలను కనుగొనడానికి ఇక్కడ ఒక ఆసక్తికరమైన మార్గం ఉంది. క్రింద ఇవ్వబడిన దశలను అనుసరించండి మరియు ఏమి జరుగుతుందో చూడండి.

**దశ 1:** 1 ని క్రాస్ చేయండి ఎందుకంటే ఇది ప్రధానమైనది లేదా గుణిజసంఖ్య కాదు.

**దశ 2:** సర్కిల్ 2, మరియు ఆ తరువాత 2 యొక్క అన్ని గుణకాలను దాటండి, అనగా, 4, 6, 8, మొదలైనవి.

**దశ 3:** తరువాత దాటని సంఖ్య 3 అని మీరు కనుగొంటారు. సర్కిల్ 3 మరియు ఆ తరువాత 3 యొక్క అన్ని గుణకాలను దాటండి, అనగా, 6, 9, 12, మొదలైనవి.

**దశ 4:** తరువాత దాటని సంఖ్య 5. సర్కిల్ 5 మరియు ఆ తరువాత 5 యొక్క అన్ని గుణకాలను దాటండి, అనగా, 10, 15, 20, మొదలైనవి.

**దశ 5:** జాబితాలోని అన్ని నంబర్లు సర్కిల్ చేయబడే వరకు లేదా క్రాస్ అవుట్ అయ్యే వరకు ఈ ప్రక్రియను కొనసాగించండి.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

వృత్తాకార సంఖ్యలన్నీ ప్రధాన సంఖ్యలు. 1 మినహా క్రాస్ అవుట్ సంఖ్యలన్నీ మిశ్రమ సంఖ్యలు. ఈ పద్ధతిని సీవ్ ఆఫ్ ఎరటోస్తనీస్ అంటారు.

100 కంటే ఎక్కువ సంఖ్యలకు కూడా ఈ ప్రక్రియను కొనసాగించవచ్చు. ఎరటోస్తనీస్ ఒక గ్రీకు గణిత శాస్త్రజ్ఞుడు, అతను సుమారు 2200 సంవత్సరాల క్రితం నివసించాడు మరియు ప్రధానాంశాలను జాబితా చేసే ఈ పద్ధతిని అభివృద్ధి చేశాడు.

ఇది ఖచ్చితంగా ఏదో మాయ కాదు; ఇది ఎందుకు పనిచేస్తుందో ఒక కారణం ఉండాలి.



ఎలా అని గుణ, అన్న ఆలోచించడం మొదలుపెట్టారు. ఈ సరళమైన పద్ధతి ప్రధాన సంఖ్యలను కనుగొనగలదు! ఈ పద్ధతి ఎలా పనిచేస్తుందో ఆలోచించండి. పైన ఇచ్చిన దశలను మళ్ళీ చదవండి మరియు ప్రతి దశ చేపట్టిన తర్వాత ఏమి జరుగుతుందో గమనించండి.

### ☀ సమాధానం కనుక్కోండి

1. 2 అనేది ఒక ప్రధాన సంఖ్య మరియు సమాన సంఖ్య అని మనం చూస్తాము. ఇంకేమైనా ప్రైమ్ ఉందా?
2. 100 వరకు ప్రైమ్ ల జాబితా చూడండి. రెండు వరుస ప్రైమ్ ల మధ్య అతి చిన్న వ్యత్యాసం ఏమిటి? అతి పెద్ద వ్యత్యాసం ఏమిటి?
3. మునుపటి పేజీలోని పట్టికలో ప్రతి వరుసలో సమాన సంఖ్యలో ప్రధానాంశాలు ఉన్నాయా? ఏ దశాబ్దంలో అతి తక్కువ సంఖ్యలో ప్రైమ్ లు ఉన్నాయి? ఏది ఎక్కువ ప్రైమ్ లను కలిగి ఉంది?

### యుగాల ద్వారా ప్రధానసంఖ్యలు

ప్రధాన సంఖ్యలు అన్ని మొత్తం సంఖ్యల యొక్క బిల్డింగ్ బ్లాక్ లు. గ్రీకు నాగరికత కాలం (2000 సంవత్సరాల క్రితం) నుండి నేటి వరకు, గణిత శాస్త్రవేత్తలు వారి రహస్యాలను వెలికి తీయడానికి కష్టపడుతున్నారు!

**ఆలోచనకు ఆహారం:** అతి పెద్ద ప్రధాన సంఖ్య ఉందా? లేక ప్రధాన సంఖ్యల జాబితా అంతం లేకుండా సాగుతుందా? యూక్లిడ్ అనే గణిత శాస్త్రజ్ఞుడు దీనికి సమాధానం కనుగొన్నాడు మరియు తరువాతి తరగతిలో మీరు కూడా!

**సరదా వాస్తవం:** ఎవరైనా 'వ్రాసిన' అతి పెద్ద ప్రధాన సంఖ్య చాలా పెద్దది, దీనిని రాయడానికి సుమారు 6500 పేజీలు పడుతుంది! కాబట్టి వారు దానిని కంప్యూటర్ లో మాత్రమే రాయగలరు!


4. ఈ క్రింది సంఖ్యలలో ఏది ప్రధానమైనది: 23, 51, 37, 26?
5. 20 కంటే తక్కువ ఉన్న మూడు జతల ప్రధాన సంఖ్యలను రాయండి, వాటి మొత్తం 5 యొక్క బహుళం.
6. 13 మరియు 31 సంఖ్యలు ప్రధాన సంఖ్యలు. ఈ రెండు సంఖ్యలు ఒకే అంకెలు 1 మరియు 3 కలిగి ఉంటాయి. 100 వరకు అటువంటి ప్రధాన సంఖ్యల జతలను కనుగొనండి.
7. 1 మరియు 100 మధ్య ఏడు వరుస మిశ్రమ సంఖ్యలను కనుగొనండి.
8. **టీవీస్ ప్రైమ్ లు** 2 వ్యత్యాసం కలిగిన ప్రైమ్ ల జతలు. ఉదాహరణకు, 3 మరియు 5 టీవీస్ ప్రైమ్స్. అలాగే 17, 19 ఉన్నాయి. 1 మరియు 100 మధ్య ఉన్న ఇతర టీవీస్ ప్రైమ్ లను కనుగొనండి.

9. ప్రతి స్ట్రెయింట్ సత్యమా లేదా అసత్యమా అని గుర్తించండి. వివరించండి
  - ఎ. యూనిట్ అంకె 4 ఉన్న ప్రధాన సంఖ్య లేదు.
  - బి. ప్రైమ్స్ యొక్క ఉత్పత్తి కూడా ప్రైమ్ కావచ్చు.
  - సి. ప్రధాన సంఖ్యలకు ఎటువంటి కారకాలు లేవు.
  - డి. అన్ని సమాన సంఖ్యలు మిశ్రమ సంఖ్యలు.
  - ఈ. 2 అనేది ఒక ప్రధాన సంఖ్య మరియు 3 తరువాతి సంఖ్య. ప్రతి ఇతర ప్రధాన సంఖ్యకు, తదుపరి సంఖ్య గుణిజసంఖ్య లేదా మిశ్రమంగా ఉంటుంది.
10. ఈ క్రింది సంఖ్యలలో ఏది ఖచ్చితంగా మూడు విభిన్న ప్రధాన సంఖ్యల ఉత్పత్తి: 45, 60, 91, 105, 330?
11. 2, 4 మరియు 5 లలో ప్రతిదాన్ని ఒకసారి ఉపయోగించి మీరు ఎన్ని మూడు అంకెల ప్రైమ్ నంబర్లను తయారు చేయవచ్చు?
12. 3 ఒక ప్రధాన సంఖ్య అని, మరియు  $2 \times 3 + 1 = 7$  కూడా ప్రధాన సంఖ్య అని గమనించండి. మరొక ప్రధాన సంఖ్యను పొందడానికి రెట్టింపు చేసి 1 ని జోడించడం ద్వారా ఇతర ప్రధాన సంఖ్యలు ఉన్నాయా? కనీసం ఐదు ఉదాహరణలను కనుగొనండి.

### 5.3 ప్రైజర్లను భద్రపరచడానికి సహ-ప్రధాన సంఖ్యలు

#### ఏ జతలు సురక్షితమైనవి?

ప్రైజర్ ని కనుగొనే ఆటకు తిరిగి వెళ్ళాం. ఈసారి, నిధులు రెండు సంఖ్యలపై ఉంచబడ్డాయి. జంపీ ఒకే జంప్ సైజుతో రెండు సంఖ్యలను చేరుకోగలిగితేనే అతనికి నిధులు లభిస్తాయి. కొత్త నియమం కూడా ఉంది - 1 యొక్క జంప్ సైజు అనుమతించబడదు.

 జంపీ రెండు సంపదలను చేరుకోకుండా ఉండటానికి గ్రంపీ ప్రైజర్ ని ఎక్కడ పెట్టాలి?

నిధిని 12, 26 తేదీల్లో ఉంచడం పనిచేస్తుందా? కాదు! ఒకవేళ జంప్ సైజు 2 గా ఎంచుకున్నట్లయితే, అప్పుడు జంపీ 12 మరియు 26 రెండింటికీ చేరుకుంటుంది.

4 మరియు 9 గురించి ఏమిటి? 1 కాకుండా మరే జంప్ పరిమాణాన్ని ఉపయోగించి జంపీ రెండింటినీ చేరుకోదు. కాబట్టి, 4 మరియు 9 జంట సురక్షితంగా ఉందని గ్రంపీకి తెలుసు.

ఈ జతలు సురక్షితంగా ఉన్నాయో లేదో తనిఖీ చేయండి:

- |                 |                 |
|-----------------|-----------------|
| ఎ. 15 మరియు 39  | బి. 4 మరియు 15  |
| సి. 18 మరియు 29 | డి. 20 మరియు 55 |

సురక్షిత జతల గురించి ప్రత్యేకత ఏమిటి? వాటికి 1 కాకుండా వేరే ఉమ్మడి కారణాంకం ఉండదు. రెండు సంఖ్యలకు 1 కాకుండా వేరే ఉమ్మడి కారణాంకం లేకపోతే, వాటిని ఒకదానికొకటి సహ-ప్రధానమైనవి అంటారు.

**ఉదాహరణ:** 15 మరియు 39 లకు 3 ఒక సాధారణ కారకంగా ఉన్నందున, అవి ఉండవు కో-ప్రైమ్, కానీ 4 మరియు 9 కో-ప్రైమ్.

☀️ ఈ క్రింది సంఖ్యలలో ఏ జత సహ-ప్రధానమైనవి?

- ఎ . 18 మరియు 35      బి . 15 మరియు 37      సి . 30 మరియు 415  
డి . 17 మరియు 69      ఈ . 81 మరియు 18

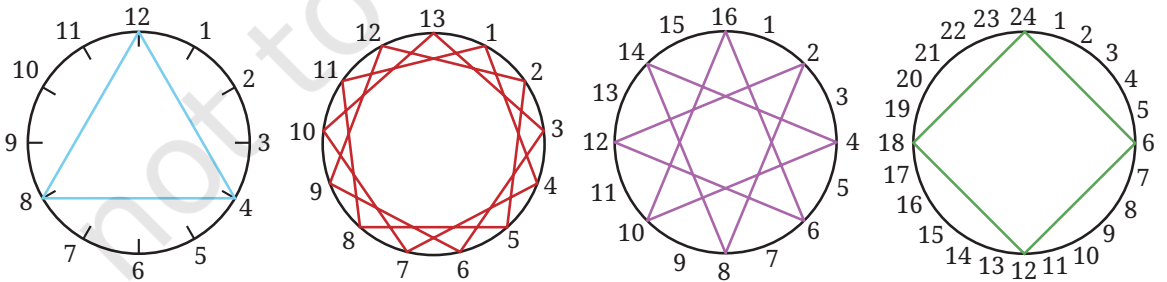
☀️ ఆడుతున్నప్పుడు 'ఇడ్డీ-వడ' వేర్వేరు సంఖ్య జతలతో ఆట, అన్న ఆసక్తికరమైన విషయాన్ని గమనించాడు.!

1. కొన్నిసార్లు మొదటి సాధారణ మల్టిపుల్ రెండు సంఖ్యల ఉత్పత్తితో సమానంగా ఉంటుంది.
2. ఇతర సమయాల్లో మొదటి సాధారణ గునిజం రెండు సంఖ్యల ఉత్పత్తి కంటే తక్కువగా ఉంటుంది.

పై ప్రతిదానికి ఉదాహరణలు కనుగొనండి. సంఖ్యా జంట కో-ప్రైమ్ కావడానికి ఇది ఎలా సంబంధం కలిగి ఉంటుంది?

### కో-ప్రైమ్ ఆర్ట్

☀️ కింది డ్రాడ్ కళ ను గమనించండి. మొదటి పటంలో 12 పెగ్గులు ఉంటాయి మరియు నూళ్లు ప్రతి నాల్గవ పెగ్ కు జతచేయబడుతుంది (దారం -గ్యాప్ 4 అని మనం అంటాము). రెండవ పటంలో 13 పెగ్గులు మరియు దారం-గ్యాప్ 3 ఉన్నాయి. ఇతర రేఖాచిత్రాల సంగతేంటి? ఈ చిత్రాలను గమనించండి, మీ కనుగొన్న విషయాలను తరగతిలో పంచుకోండి మరియు చర్చించండి.



కొన్ని రేఖాచిత్రాలలో, దారం ప్రతి పెగ్కు కట్టబడి ఉంటుంది. కొందరిలో ఇలా ఉంటుంది. కాదు. ఇది రెండు సంఖ్యలకు (పెగ్ ల సంఖ్య మరియు నూళ్లు-గ్యాప్) కో-ప్రైమ్ గా ఉండటానికి సంబంధించినదా?

ఈ క్రింది వాటి కోసం అలాంటి చిత్రాలను తయారు చేయండి:

ఎ. 15 పెగ్స్, నూళ్లు-గ్యాప్ 10

బి. 10 పెగ్స్, నూళ్లు-గ్యాప్ 7

సి. 14 పెగ్స్, నూళ్లు-గ్యాప్ 6

డి. 8 పెగ్స్, నూళ్లు-గ్యాప్ 3

## 5.4 ప్రధాన కారకత్వం

### రెండు సంఖ్యలు కో-ప్రైమ్ గా ఉన్నాయో లేదో గుర్తించడం

ఉపాధ్యాయుడు: 56 మరియు 63 కో-ప్రైమ్ గా ఉన్నాయా?

అన్న, గుణ: అవి 1 కాకుండా మరొక సాధారణ కారకాన్ని కలిగి ఉంటే, అవి కో-ప్రైమ్ కాదు. అవేంటో చూద్దాం.

అన్న: నేను 56 రాయగలను. =  $14 \times 4$  మరియు  $63 = 21 \times 3$ . కాబట్టి, 14 మరియు 4 కారకాలు, 56. ఇంకా, 21 మరియు 3 63 కారకాలు. కాబట్టి, సాధారణ కారకాలు లేవు. అంకెలు కో-ప్రైమ్ గా ఉంటాయి.

గుణ: ఆగు. 56 కూడా రాయగలను. =  $7 \times 8$  మరియు  $63 = 9 \times 7$ .

అనేది రెండు సంఖ్యలకు ఒక కారకం, కాబట్టి, అవి సహ-ప్రధానమైనవి కావు.

గుణ చెప్పింది నిజమే, ఎందుకంటే 7 అనేది ఒక సాధారణ అంశం.

☀ అయితే అంశం ఎక్కడ తప్పు చేశాడు?

$56 = 14 \times 4$  అని రాయడం వల్ల 14 మరియు 4 రెండూ 56 యొక్క కారణంకాలు అని తెలుస్తుంది, కానీ అది 56 యొక్క అన్ని కారణంకాలను చెప్పదు. 63 యొక్క కారణంకాలకు కూడా ఇది వర్తిస్తుంది.

మరొక ఉదాహరణను ప్రయత్నించండి: 80 మరియు 63. రెండు సంఖ్యలను కారకీకరించడానికి అనేక మార్గాలు ఉన్నాయి.

$$80 = 40 \times 2 = 20 \times 4 = 10 \times 8 = 16 \times 5 = ???$$

$$63 = 9 \times 7 = 3 \times 21 = ???$$

ఈ సంఖ్యలను లెక్కించడానికి మరిన్ని మార్గాలు ఉండవచ్చని చెప్పడానికి మనం '???' వ్రాసాము. అయితే మనం ఇవ్వబడిన కారకాలలో దేనినైనా తీసుకుంటే, ఉదాహరణకు,  $80 = 16 \times 5$  మరియు  $63 = 9 \times 7$ , అప్పుడు సాధారణ కారకాలు లేవు. 80 మరియు 63 కో-ప్రైమ్ అని మనం నిర్ధారించగలమా? పైన అన్న చేసిన పొరపాటు చూపించినట్లుగా, సంఖ్యలను లెక్కించడానికి ఇతర మార్గాలు ఉండవచ్చు కాబట్టి మనం నిర్ధారణకు రాలేము.

దీని అర్థం ఏమిటంటే, రెండు సంఖ్యలు కో-ప్రైమ్ కాదా అని తనిఖీ చేయడానికి మాకు మరింత క్రమబద్ధమైన విధానం అవసరం.

## ప్రధాన కారకీకరణ

56 వంటి సంఖ్యను తీసుకోండి. ఇది మిశ్రమంగా ఉంది, దీనిని ఇలా వ్రాయవచ్చుని మనం చూశాము  $56 = 4 \times 14$ . కాబట్టి, 4 మరియు 14 రెండూ 56 యొక్క కారకాలు. ఇప్పుడు వీటిలో ఒకదాన్ని తీసుకోండి, ఉదాహరణకు 14. ఇది కూడా మిశ్రమంగా ఉంటుంది మరియు దీనిని 14 గా రాయవచ్చు  $= 2 \times 7$ . కాబట్టి  $56 = 4 \times 2 \times 7$ . ఇప్పుడు, 4 మిశ్రమంగా ఉంటుంది మరియు దీనిని ఇలా రాయవచ్చు  $4 = 2 \times 2$ . అందువల్ల,  $56 = 2 \times 2 \times 2 \times 7$ . ఇక్కడ కనిపించే కారకాలన్నీ, 2 మరియు 7, ప్రధాన సంఖ్యలు. కాబట్టి, మేము వాటిని మరింత విభజించలేము.

ముగింపులో, మనం 56 ను ప్రధాన సంఖ్యల ఉత్పత్తిగా వ్రాసాము. దీన్నే ఇలా అంటారు 56 యొక్క **ప్రధాన కారకీకరణ అని**. వ్యక్తిగత కారకాలను ఇ ప్రధాన కారకాలు అని అంటారు. ఉదాహరణకు, 56 యొక్క ప్రధాన కారకాలు 2 మరియు 7.

1 కంటే ఎక్కువ ఉన్న ప్రతి సంఖ్యకు ఒక ప్రధాన కారకం ఉంటుంది. ఆలోచన ఒక్కటే: ప్రధానాంశాలు మాత్రమే మిగిలే వరకు మిశ్రమ సంఖ్యలను కారకాలుగా విడగొట్టడం కొనసాగించండి.

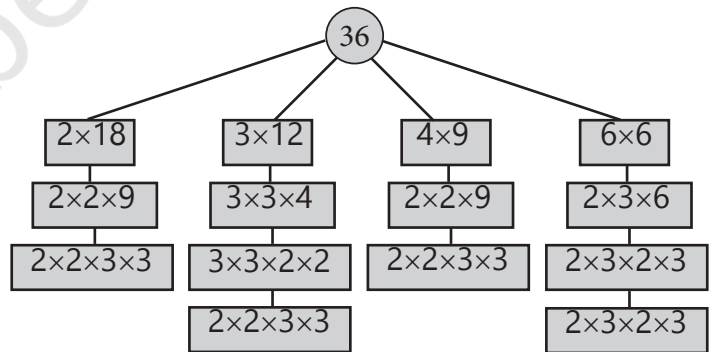
సంఖ్య 1 కు ఎటువంటి ప్రధాన కారకాలు లేవు. ఇది ఏ ప్రధాన సంఖ్యతోనూ విభజించబడదు.

7 వంటి ప్రధాన సంఖ్య యొక్క ప్రధాన కారకం ఏమిటి? ఇది కేవలం 7 మాత్రమే (మనం దానిని మరింత విచ్ఛిన్నం చేయలేము).

ఇంకొన్ని ఉదాహరణలు చూద్దాం.

సంఖ్యను విచ్ఛిన్నం చేయడానికి వివిధ మార్గాల ద్వారా వెళ్లి, మేము 63 ను 3 గా వ్రాసాము  $\times 3 \times 7$  మరియు ఇలా  $3 \times 7 \times 3$ . అవి భిన్నంగా ఉన్నాయా? అలా కాదు! రెండు సందర్భాల్లో ఒకే ప్రధాన సంఖ్యలు 3 మరియు 7 సంభవిస్తాయి. ఇంకా, రెండింటిలో 3 రెండుసార్లు మరియు 7 ఒకసారి కనిపిస్తాయి.

ఇక్కడ, మీరు 36 యొక్క ప్రధాన కారకీకరణను పొందడానికి నాలుగు వేర్వేరు మార్గాలను చూస్తారు. మొత్తం నాలుగు సందర్భాల్లో, మనకు రెండు 2 లు మరియు రెండు 3 లు లభిస్తాయని గమనించండి.

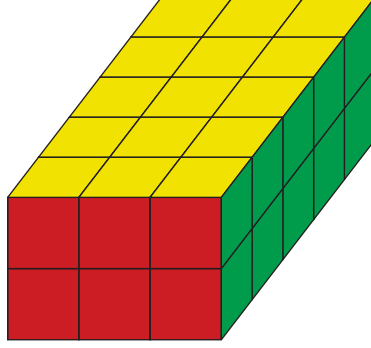


మొత్తం నాలుగు సందర్భాల్లో మీకు 36 వచ్చేలా తిరిగి గుణించండి.

ఏ సంఖ్యకైనా, ప్రధాన కారకాలు వేర్వేరు క్రమాలలో రావటం మినహా, ఒకే ఒక ప్రధాన

కారకం ఉండటం గమనించదగిన వాస్తవం. మేము క్రింద వివరించినట్లుగా, క్రమం ముఖ్యం కాదు. ఏదేమైనా, ఈ ఉదాహరణలలో మనం చూసినట్లుగా, ప్రధాన కారకీకరణకు చేరుకోవడానికి అనేక మార్గాలు ఉన్నాయి!

### క్రమం ముఖ్యమా?



ఈ రేఖాచిత్రాన్ని ఉపయోగించి, 2, 3, మరియు 5 లను ఏ విధంగా గుణించినా,  $30 = 2 \times 3 \times 5$  ఎందుకు అవుతుందో మీరు వివరించగలరా?

సంఖ్యలను గుణించేటప్పుడు, మనం దానిని ఏ క్రమంలోనైనా చేయవచ్చు. అంతిమ ఫలితం ఒక్కటే. అందుకే ఏ క్రమంలోనైనా రెండు 2లు, రెండు 3లను గుణించినప్పుడు మనకు 36 వస్తాయి. తరువాతి తరగతిలో, మనం దీనిని **గుణకం యొక్క కమ్యూటివిటీ మరియు అసోసియేటివిటీ** ఈ క్రింది పేర్లతో చదువుకుందాం.

అందువలన, ఆర్డర్ ముఖ్యం కాదు. సాధారణంగా మనం ప్రధాన సంఖ్యలను పెరుగుతున్న క్రమంలో రాస్తాం. ఉదాహరణకు  $225 = 3 \times 3 \times 5 \times 5$  లేదా  $30 = 2 \times 3 \times 5$ .

### రెండు సంఖ్యల ఉత్పాదితం యొక్క ప్రధాన కారకం

మనం ఒక సంఖ్య యొక్క ప్రధాన కారకీకరణను కనుగొన్నప్పుడు, మనం మొదట దానిని రెండు కారకాల ఉత్పత్తిగా రాస్తాము. ఉదాహరణకు  $72 = 12 \times 6$ . అప్పుడు, మేము ప్రధానాన్ని కనుగొంటాము ప్రతి కారకం యొక్క కారకీకరణ. పై ఉదాహరణలో,  $12 = 2 \times 2 \times 3$  మరియు  $6 = 2 \times 3$ . ఇప్పుడు, 72 యొక్క ప్రధాన కారకం ఏమిటో మీరు చెప్పగలరా?

వీటిని కలిపి ఉంచడం ద్వారా అసలు సంఖ్య యొక్క ప్రధాన కారకీకరణను పొందవచ్చు.

$$72 = 2 \times 2 \times 3 \times 2 \times 3$$

మీరు 2, 3, మరియు 5 లను ఎలా గుణించినా,  $30 = 2 \times 3 \times 5$  ఎందుకు అని మీరు వివరించగలరా?

72 యొక్క కారకీకరణలో ప్రతి ప్రధాన కారకం ఎన్నిసార్లు సంభవిస్తుందో గమనించండి.

12 మరియు 6 యొక్క కారకాలలో ఇది ఎన్నిసార్లు సంభవిస్తుందో పోల్చండి.

### ☀ సమాధానం కనుక్కోండి

1. ఈ క్రింది సంఖ్యల యొక్క ప్రధాన కారకాలను కనుగొనండి: 64, 104, 105, 243, 320, 141, 1728, 729, 1024, 1331, 1000.
2. ఒక సంఖ్య యొక్క ప్రధాన కారకీకరణలో ఒకటి 2, రెండు 3 లు మరియు ఒకటి 11 ఉంటాయి. ఆ సంఖ్య ఎంత?
3. మూడు ప్రధాన సంఖ్యలను కనుగొనండి, ఇవన్నీ 30 కంటే తక్కువ, వాటి ఉత్పత్తి 1955.
4. మొదట గుణించకుండా ఈ సంఖ్యల యొక్క ప్రధాన కారకీకరణను కనుగొనండి  
ఎ .  $56 \times 25$  బి .  $108 \times 75$  సి .  $1000 \times 81$
5. ప్రధాన కారకీకరణను కలిగి ఉన్న అతిచిన్న సంఖ్య ఏది:  
ఎ . మూడు విభిన్న ప్రధాన సంఖ్యలు?  
బి . నాలుగు విభిన్న ప్రధాన సంఖ్యలు?

అంకెల అధ్యయనంలో ప్రధాన కారకీకరణ ప్రాథమిక ప్రాముఖ్యతను కలిగి ఉంది. ఇది ఉపయోగపడే రెండు మార్గాలను చర్చిద్దాం.

### రెండు అంకెలు కో-ప్రైమ్ గా ఉన్నాయో లేదో చెక్ చేయడం కొరకు ప్రైమ్ ఫ్యాక్టరైజేషన్ ఉపయోగించడం

మళ్ళీ 56 మరియు 63 సంఖ్యలను తీసుకుందాం. అవి కో-ప్రైమ్ గా ఉన్నాయో లేదో మనం ఎలా తనిఖీ చేయవచ్చు? రెండు సంఖ్యల యొక్క ప్రధాన కారకీకరణను మనం ఉపయోగించవచ్చు -

$$56 = 2 \times 2 \times 2 \times 7 \text{ మరియు } 63 = 3 \times 3 \times 7$$

ఇప్పుడు, 7 అనేది 56 మరియు 63 యొక్క ప్రధాన కారకం అని మనం చూస్తున్నాము. అందువల్ల, 56 మరియు 63 కో-ప్రైమ్ కాదు.

80, 63 సంగతేంటి? వాటి ప్రధాన కారకాలు ఈ క్రింది విధంగా ఉన్నాయి:

$$80 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \text{ మరియు } 63 = 3 \times 3 \times 7$$

సాధారణ ప్రధాన కారకాలు ఏవీ లేవు. వారు కో-ప్రైమ్ అని మనం నిర్ధారించగలమా? వాటికి ఒక ఉమ్మడి కారకం ఉందనుకోండి, అది సమ్మిళితం. ఈ మిశ్రమ ఉమ్మడి కారకం యొక్క ప్రధాన కారకాలు 80 మరియు 63 యొక్క ప్రధాన కారకీకరణలో కనిపిస్తాయా?

అందువల్ల, సాధారణ ప్రధాన కారకాలు లేనట్లయితే, రెండు సంఖ్యలు కో-ప్రైమ్ అని చెప్పవచ్చు.

కొన్ని ఉదాహరణలు చూద్దాం.

**ఉదాహరణ:** 40 మరియు 231 లను పరిగణించండి. వాటి ప్రధాన కారకాలు ఈ క్రింది విధంగా ఉన్నాయి:

$$40 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 \text{ మరియు } 231 = 3 \times 7 \times 11$$

40 మరియు 231 రెండింటినీ విభజించే సాధారణ ప్రధానాంశాలు ఏవీ లేవని మేము చూస్తున్నాము. వాస్తవానికి, 40 యొక్క ప్రధాన కారకాలు 2 మరియు 5 కాగా, 231 యొక్క ప్రధాన కారకాలు 3, 7 మరియు 11. అందువల్ల, 40 మరియు 231 కో-ప్రైమ్!

**ఉదాహరణ:** 242 మరియు 195 లను పరిగణించండి. వాటి ప్రధాన కారకాలు ఈ క్రింది విధంగా ఉన్నాయి:

$$242 = 2 \times 11 \times 11 \text{ మరియు } 195 = 3 \times 5 \times 13$$

242 యొక్క ప్రధాన కారకాలు 2 మరియు 11. 195 యొక్క ప్రధాన కారకాలు 3, 5 మరియు 13. సాధారణ ప్రధాన కారకాలు ఏవీ లేవు. అందువల్ల, 242 మరియు 195 కో-ప్రైమ్.

## ఒక సంఖ్యను మరొక సంఖ్యతో విభజించవచ్చు లేదో తనిఖీ చేయడానికి ప్రధాన కారకత్వం ఉపయోగించడం

ఒక సంఖ్యను మరొక సంఖ్యతో విభజిస్తే, రెండవ సంఖ్య యొక్క ప్రధాన కారకీకరణ మొదటి సంఖ్య యొక్క ప్రధాన కారకీకరణలో చేర్చబడిందని చెప్పవచ్చు.

48ని 12తో విభజిస్తాం, ఎందుకంటే మనం 48ని 12తో విభజిస్తే మిగిలినవి సున్నా అవుతాయి. సుదీర్ఘ విభజన చేపట్టకుండా ఒక సంఖ్యను మరొక సంఖ్యతో విభజిస్తే ఎలా తనిఖీ చేయగలం?

**ఉదాహరణ:** 168 ని 12 తో భాగించవచ్చా? రెండింటి యొక్క ప్రధాన కారణాంకీకరణను కనుగొనండి:  $168 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 7$  మరియు  $12 = 2 \times 2 \times 3$

మనం ఏ క్రమంలోనైనా గుణించగలం కాబట్టి, ఇప్పుడు స్పష్టమైంది,

$$168 = 2 \times 2 \times 3 \times 2 \times 7 = 12 \times 14$$

అందువల్ల, 168ని 12 తో విభజించవచ్చు.

**ఉదాహరణ:** 75ను 21తో విభజిస్తారా? రెండింటి యొక్క ప్రధాన కారకాలను కనుగొనండి:

$$75 = 3 \times 5 \times 5 \text{ మరియు } 21 = 3 \times 7$$

పై చర్చలో మనం చూసినట్లుగా, 75 అనేది 21 యొక్క గుణకం అయితే, 21 యొక్క అన్ని ప్రధాన కారకాలు కూడా 75 యొక్క ప్రధాన కారకాలు. ఏదేమైనా, 7 అనేది 21 యొక్క ప్రధాన కారకం కాని 75 యొక్క ప్రధాన కారకం కాదు. అందువల్ల, 75 ను 21 తో విభజించలేము.

**ఉదాహరణ:** 42ను 12తో భాగించవచ్చా? రెండింటి యొక్క ప్రధాన కారకాలను కనుగొనండి:

$$42 = 2 \times 3 \times 7 \text{ మరియు } 12 = 2 \times 2 \times 3$$

12 యొక్క అన్ని ప్రధాన కారకాలు కూడా 42 యొక్క ప్రధాన కారకాలు. కానీ 12 యొక్క ప్రధాన కారకీకరణ 42 యొక్క ప్రధాన కారకీకరణలో చేర్చబడలేదు. ఎందుకంటే 12 యొక్క ప్రధాన కారకీకరణలో 2 రెండుసార్లు సంభవిస్తుంది, కానీ 42 యొక్క ప్రధాన కారకీకరణలో ఒకసారి మాత్రమే సంభవిస్తుంది. అంటే 42ను 12తో విడదీయలేం.

ఒక సంఖ్యను మరొక సంఖ్యతో విభజిస్తే, రెండవ సంఖ్య యొక్క ప్రధాన కారకీకరణ మొదటి సంఖ్య యొక్క ప్రధాన కారకీకరణలో చేర్చబడిందని మనం చెప్పవచ్చు.

### ☀ సమాధానం కనుక్కోండి

- ఈ క్రింది జతల సంఖ్యలు సహ-ప్రధానమా? ముందుగా ఊహించండి మరియు తరువాత మీ సమాధానాన్ని ధృవీకరించడానికి ప్రైమ్ ఫ్యాక్టరైజేషన్ ఉపయోగించండి.  
 ఎ . 30 మరియు 45                      బి . 57 మరియు 85  
 సి . 121 మరియు 1331                  డి . 343 మరియు 216
- మొదటి సంఖ్య రెండవ సంఖ్యతో విభజించబడిందా? ప్రధాన కారకత్వం ఉపయోగించండి.  
 ఎ . 225 మరియు 27                      బి . 96 మరియు 24  
 సి . 343 మరియు 17                      డి . 999 మరియు 99
- మొదటి సంఖ్యకు ప్రధాన కారకం 2 ఉంటుంది.  $\times 3 \times 7$  మరియు రెండవ సంఖ్యకు ప్రధాన కారకం 3 ఉన్నాయి  $\times 7 \times 11$ . వారు కో-ప్రైమ్ గా ఉన్నారా? వీరిలో ఒకరు మరొకరిని విభజిస్తారా?
- గుణ ఇలా అంటాడు, "ఏవైనా రెండు ప్రధాన సంఖ్యలు కో-ప్రైమ్ అవుతాయా?". ఆయన చెప్పింది సరైనదేనా?

## 5.5 దివ్యత్వ పరీక్షలు

ఇప్పటివరకు, ఒక సంఖ్య ప్రధానమా కాదా, లేదా ఒక నిర్దిష్ట జత సంఖ్యలు సహ-ప్రధానమా కాదా అని నిర్ణయించడంతో సహా వివిధ సందర్భాల్లో సంఖ్యల కారకాలను మేము కనుగొన్నాము.

తక్కువ సంఖ్యల కారకాలను కనుగొనడం సులభం. పెద్ద సంఖ్యలో ఉన్న కారకాలను మనం ఎలా కనుగొంటాము?

8560 తీసుకుందాం. దీనికి 2 నుండి 10 వరకు ఏవైనా కారకాలు ఉన్నాయా (2, 3, 4, 5, ..., 9, 10)?

ఈ సంఖ్యలలో కొన్ని కారకాలు కాదా అని దీర్ఘ విభజన చేయకుండా తనిఖీ చేయడం సులభం. మీరు వాటిని కనుగొనగలరా?

## 10 ద్వారా విభజన

10 తీసుకుందాం. 8560ని 10తో విభజించగలరా? ఇది మరొక మార్గం. 10 అనేది 8560 కారకం కాదా అని అడిగారు.

దీని కోసం, మనం 10 యొక్క గుణకాలలో నమూనాను చూడవచ్చు.

10 యొక్క మొదటి కొన్ని గుణకాలు: 10, 20, 30, 40, ... ఈ క్రమాన్ని కొనసాగించండి మరియు నమూనాను గమనించండి.

125 అనేది 10 యొక్క బహుళమా? మునుపటి క్రమంలో ఈ సంఖ్య కనిపిస్తుందా? ఎందుకు లేదా ఎందుకు కాదు?

8560ని 10తో విభజిస్తారా అని మీరు ఇప్పుడు సమాధానం చెప్పగలరా?

☀️ ఈ ప్రకటనను పరిశీలించండి:

10 ద్వారా విభజించబడిన సంఖ్యలు '0' తో ముగిసేవి. మీరు అంగీకరిస్తారా?



## 5 ద్వారా విభజన

5వ సంఖ్య మరొక సంఖ్య, దీని దివ్యత్వాన్ని సులభంగా తనిఖీ చేయవచ్చు. ఎలా చేయాలి?

గుణకాలను జాబితా చేయడం ద్వారా అన్వేషించండి: 5, 10, 15, 20, 25, ... ఈ సంఖ్యల గురించి మీరు ఏమి గమనించారు? చివరి అంకెలో ఒక నమూనాను మీరు చూశారా?

5 ద్వారా విభజించబడిన 399 కంటే తక్కువ అతిపెద్ద సంఖ్య ఏది? 8560ని 5తో విభజిస్తారా?

☀️ ఈ ప్రకటనను పరిశీలించండి:

5 ద్వారా విభజించబడే సంఖ్యలు '0' లేదా '5' తో ముగిసేవి. మీరు అంగీకరిస్తారా?



## 2 ద్వారా విభజన

2 యొక్క మొదటి కొన్ని గుణకాలు 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, ...

మీరు ఏమి గమనించారు? చివరి అంకెలో ఒక నమూనాను మీరు చూశారా?

682ను 2తో విభజిస్తారా? సుదీర్ఘ విభజన చేయకుండా దీనికి సమాధానం చెప్పగలమా?  
8560ని 2తో విభజిస్తారా? ఎందుకు లేదా ఎందుకు కాదు?

☀️ ఈ ప్రకటనను పరిశీలించండి:

2 ద్వారా విభజించబడే సంఖ్యలు '0', '2', '4', '6' లేదా '8'తో ముగుస్తాయి. మీరు అంగీకరిస్తారా?

399 మరియు 411 మధ్య 2 యొక్క అన్ని గుణకాలు ఏమిటి?



## 4 ద్వారా విభజన

ఒక సంఖ్యను 4తో విభజిస్తారో లేదో తనిఖీ చేయడం కూడా సులభంగా చేయవచ్చు!

దాని గుణకాలను చూడండి: 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, ...

ఉపయోగించగల ఏవైనా నమూనాలను మీరు గమనించగలరా? 10, 5 మరియు 2 యొక్క గుణకాలు వాటి చివరి అంకెలలో ఒక నమూనాను కలిగి ఉంటాయి, దీనిని మనం విభజన తనిఖీ చేయడానికి ఉపయోగించగలుగుతాము. అదేవిధంగా, చివరి అంకెను చూడటం ద్వారా ఒక సంఖ్యను 4 తో విభజించవచ్చో లేదో తనిఖీ చేయవచ్చా?

అది పనిచేయదు! 12 మరియు 22 చూడండి. అవి ఒకే చివరి అంకెను కలిగి ఉంటాయి, కానీ 12 అనేది 4 యొక్క గుణకం, 22 కాదు. అదేవిధంగా 14 మరియు 24 ఒకే చివరి అంకెను కలిగి ఉంటాయి, కానీ 14 అనేది 4 యొక్క బహుళం కాదు, 24. అదేవిధంగా, 16 మరియు 26 లేదా 18 మరియు 28. దీని అర్థం ఏమిటంటే, చివరి అంకెను చూడటం ద్వారా, ఒక సంఖ్య 4 యొక్క గుణకం కాదా అని చెప్పలేము.

మరిన్ని అంకెలను చూడటం ద్వారా మనం ప్రశ్నకు సమాధానం ఇవ్వగలమా? 1 మరియు 200 మధ్య 4 గుణకాల జాబితాను తయారు చేయండి మరియు ఒక నమూనా కోసం శోధించండి.

☀️ 4 ద్వారా విభజించదగిన 330 మరియు 340 మధ్య సంఖ్యలను కనుగొనండి. అలాగే, 1730 మరియు 1740 మరియు 2030 మరియు 2040 మధ్య సంఖ్యలను కనుగొనండి, అవి 4 ద్వారా విభజించబడతాయి. మీరు ఏమి గమనించారు?

☀️ 8536ను 4తో విభజిస్తారా?

☀️ ఈ ప్రకటనలను పరిగణించండి:

1. ఇచ్చిన సంఖ్యను 4తో విభజించాలా వద్దా అని నిర్ణయించేటప్పుడు చివరి రెండు అంకెలు మాత్రమే ముఖ్యమైనవి.
2. చివరి రెండు అంకెల ద్వారా ఏర్పడిన సంఖ్యను 4 ద్వారా విభజిస్తే, అసలు సంఖ్యను 4 తో విభజిస్తారా?
3. ఒకవేళ అసలు సంఖ్యను 4తో విభజిస్తే, చివరి రెండు అంకెల ద్వారా ఏర్పడిన సంఖ్యను 4తో విభజిస్తారా.

మీరు అంగీకరిస్తారా? ఎందుకు లేదా ఎందుకు కాదు?

## 8 ద్వారా దివ్యత్వం

ఆసక్తికరంగా, 8 నాటికి దివ్యత్వాన్ని తనిఖీ చేయడం కూడా సులభతరం చేయవచ్చు. ఇందుకోసం చివరి రెండు అంకెలను ఉపయోగించవచ్చా?

☀️ 8 ద్వారా విభజించదగిన 120 మరియు 140 మధ్య సంఖ్యలను కనుగొనండి. 1120 మరియు 1140 మధ్య సంఖ్యలను కూడా కనుగొనండి, మరియు 3120 మరియు 3140 మధ్య సంఖ్యలను కనుగొనండి, ఇవి 8 ద్వారా విభజించబడతాయి. మీరు ఏమి గమనించారు?

☀️ 8560 యొక్క చివరి రెండు అంకెలను మార్చండి, తద్వారా ఫలిత సంఖ్య 8 యొక్క గుణకం అవుతుంది. ☀️ ఈ ప్రకటనలను పరిగణించండి:

1. ఇచ్చిన సంఖ్యను 8తో విభజించాలా వద్దా అని నిర్ణయించేటప్పుడు చివరి మూడు అంకెలు మాత్రమే ముఖ్యమైనవి.
2. చివరి మూడు అంకెల ద్వారా ఏర్పడిన సంఖ్యను 8తో విభజిస్తే, అసలు సంఖ్యను 8తో విభజిస్తారు.
3. అసలు సంఖ్యను 8తో విభజిస్తే, చివరి మూడు అంకెల ద్వారా ఏర్పడిన సంఖ్యను 8తో విభజిస్తారు.

మీరు అంగీకరిస్తారా? ఎందుకు లేదా ఎందుకు కాదు?

ఒక సంఖ్య ఒక కారకం కాదా అని తనిఖీ చేయడానికి దీర్ఘ విభజన ఎల్లప్పుడూ అవసరం లేదని మనం చూశాము. మనం కొన్ని పరిశీలనలను ఉపయోగించి 10, 5, 2, 4, 8 లకు సరళమైన పద్ధతులను కనుగొన్నాము. ఇతర సంఖ్యలకు కూడా ఇలాంటి సరళమైన పద్ధతులు ఉన్నాయా? తరువాతి తరగతులలో 3, 6, 7, మరియు 9 ద్వారా దివ్యత్వాన్ని పరీక్షించడానికి సరళమైన పద్ధతులను మేము చర్చిస్తాము!

## ☀️ సమాధానం కనుక్కోండి

1. 2024 లీపు సంవత్సరం (ఫిబ్రవరిలో 29 రోజులు ఉన్నందున). లీప్ సంవత్సరాలు 4 యొక్క గుణకాలు ఉన్న సంవత్సరాలలో సంభవిస్తాయి, 100 తో సమానంగా విభజించబడిన కానీ 400 తో విభజించబడని సంవత్సరాలు మినహా.
  - ఎ. మీరు పుట్టిన సంవత్సరం నుండి ఇప్పటి వరకు, లీప్ సంవత్సరాలు ఏ సంవత్సరాలు?
  - బి. 2024 సంవత్సరం నుండి 2099 వరకు, ఎన్ని లీపు సంవత్సరాలు ఉన్నాయి?
2. 4 ద్వారా విభజించదగిన మరియు పాలిండ్రోమ్ లుగా ఉన్న అతిపెద్ద మరియు చిన్న 4-అంకెల సంఖ్యలను కనుగొనండి.
3. ప్రతి ప్రకటన ఎల్లప్పుడూ నిజమా, కొన్నిసార్లు సత్యమా లేదా ఎప్పటికీ నిజం కాదా అని అన్వేషించండి మరియు కనుగొనండి. మీ తర్కానికి మద్దతు ఇవ్వడానికి మీరు ఉదాహరణలు ఇవ్వవచ్చు.



- ఎ. రెండు సమాన సంఖ్యలు మొత్తం 4 యొక్క గుణకాన్ని ఇస్తుంది.  
 బి. రెండు బేసి సంఖ్యల మొత్తం 4 యొక్క గుణకాన్ని ఇస్తుంది.
4. ఈ క్రింది ప్రతి సంఖ్యను ఎ) 10, బి) 5, సి) 2 ద్వారా విభజించినప్పుడు లభించిన మిగిలిన వాటిని కనుగొనండి.  
 78, 99, 173, 572, 980, 1111, 2345
5. 14560ని 2, 4, 5, 8, 10 అని విభజించారా అని ఉపాధ్యాయుడు అడిగాడు. గుణ 14560 సంఖ్యను కేవలం రెండు సంఖ్యలతో పరిశీలించి, అది కూడా అవన్నీ విడదీయదగినవని ప్రకటించాడు. ఆ రెండు అంకెలు ఏమై ఉంటాయి?
6. ఈ క్రింది సంఖ్యలలో 2, 4, 5, 8 మరియు 10 లతో భాగించబడేవి ఏవి: 572, 2352, 5600, 6000, 77622160.
7. ఉత్పత్తి 10000 ఉన్న రెండు సంఖ్యలను రాయండి. రెండు సంఖ్యలు యూనిట్ అంకె గా 0 కలిగి ఉండకూడదు.

## 5.6 సంఖ్యలతో సరదా

### ప్రత్యేక సంఖ్యలు

ఈ పెట్టెలో నాలుగు సంఖ్యలు ఉన్నాయి. ఏ సంఖ్య ప్రత్యేకమైనదని మీరు అనుకుంటున్నారు? మీరు అలా ఎందుకు అంటున్నారు?

9	16
25	43

గుణ యొక్క తోటి తరగతులు ఏం పంచుకుంటారో చూడండి.

- "9 ప్రత్యేకమైనది ఎందుకంటే అది ఒకే అంకె సంఖ్య అయితే మిగతా అన్ని సంఖ్యలు 2 అంకెల సంఖ్యలు" అని కర్ణావతి అంటున్నారు.
- గురుప్రీత్ చెప్పారు, "9 ప్రత్యేకమైనది ఎందుకంటే ఇది 3 యొక్క బహుళ సంఖ్య".
- మురుగన్ చెప్పాడు, "16 ప్రత్యేకమైనది ఎందుకంటే ఇది ఒకే సరి సంఖ్య మరియు 4 యొక్క ఏకైక బహుళం".
- "25 ప్రత్యేకమైనది, ఎందుకంటే ఇది 5 యొక్క ఏకైక బహుళం" అని గోపిక చెప్పింది.
- "43 ప్రత్యేకమైనది ఎందుకంటే ఇది ఏకైక ప్రధాన సంఖ్య".
- రాధ చెప్పింది, "43 ప్రత్యేకమైనది ఎందుకంటే ఇది చతురస్రాకారం కాని ఏకైక సంఖ్య".

☀ ప్రతి పెట్టెలో నాలుగు సంఖ్యలతో కూడిన కొన్ని పెట్టెలు క్రింద ఉన్నాయి. ప్రతి పెట్టెలో ప్రతి సంఖ్య మిగిలిన వాటితో పోలిస్తే ఎలా ప్రత్యేకమైనదో చెప్పడానికి ప్రయత్నించండి. మీ తోటి తరగతులతో పంచుకోండి మరియు మీలాగే ఇంకెవరు అదే కారణాలు ఇచ్చారో తెలుసుకోండి. మీకు తెలియని కారణాలను ఎవరైనా చెప్పారా?!



5	7
12	35

3	8
11	24

27	3
123	31

17	27
44	65

### ఒక ప్రధాన పజిల్

ఎడమవైపు ఉన్న బొమ్మ పజిల్ ను చూపిస్తుంది. కుడివైపున ఉన్న బొమ్మ పజిల్ యొక్క పరిష్కారాన్ని చూపుతుంది. పజిల్ ను పరిష్కరించడానికి నియమాలు ఎలా ఉంటాయో ఆలోచించండి.



			75
			42
			102
170	30	63	

5	5	3	75
2	3	7	42
17	2	3	102
170	30	63	

### నియమాలు

పజిల్ ని ప్రధాన సంఖ్యలతో మాత్రమే పూరించండి, తద్వారా ప్రతి వరుస యొక్క ఉత్పత్తి వరుస యొక్క కుడి వైపున ఉన్న సంఖ్య మరియు ప్రతి కాలమ్ యొక్క ఉత్పత్తి కాలమ్ దిగువన ఉన్న సంఖ్య.

			105
			20
			30
28	125	18	

			8
			105
			70
30	70	28	

			63
			27
			190
45	42	171	

			343
			660
			44
28	154	231	

## సారాంశం

- ఒకవేళ ఒక సంఖ్యను మరొక సంఖ్యతో విభజిస్తే, రెండవ సంఖ్యను ఎ అంటారు. **కారకం** మొదటిది. ఉదాహరణకు, 4 అనేది 12 యొక్క కారకం ఎందుకంటే  $12 \div 4 = 3$  ద్వారా విభజించబడుతుంది.  $\div 4 = 3$ ).
- **ప్రధాన సంఖ్యలు** 2, 3, 5, 7, 11 వంటి సంఖ్యలు... అవి కేవలం రెండు కారకాలను కలిగి ఉంటాయి, అవి 1 మరియు అవి.
- **మిశ్రమ సంఖ్యలు** 4, 6, 8, 9 వంటి సంఖ్యలు... అవి 2 కంటే ఎక్కువ కారకాలను కలిగి ఉంటాయి, అనగా, 1 మరియు తమను కాకుండా కనీసం ఒక కారకాన్ని కలిగి ఉంటాయి. ఉదాహరణకు, 8 కారకం 4 మరియు 9 కారకం 3 కలిగి ఉంటాయి, కాబట్టి 8 మరియు 9 రెండూ మిశ్రమంగా ఉంటాయి.
- 1 కంటే ఎక్కువ ఉన్న ప్రతి సంఖ్యను ప్రధాన సంఖ్యల ఉత్పత్తిగా రాయవచ్చు. దీన్నే సంఖ్య యొక్క **ప్రధాన కారకీకరణ** అంటారు. ఉదాహరణకు,  $84 = 2 \times 2 \times 3 \times 7$ .
- కారకాల క్రమం తప్ప, ఒక సంఖ్యను ప్రధానాంశాలుగా వర్గీకరించడానికి ఒకే ఒక మార్గం ఉంది.
- 1 తప్ప మరో సాధారణ కారకం లేని రెండు సంఖ్యలను ఇలా అంటారు **సహ-ప్రధాన**.
- రెండు సంఖ్యలు సహ-ప్రధాన. కాదా అని తనిఖీ చేయడానికి, మనం మొదట వాటి ప్రధాన కారకాలను కనుగొనవచ్చు మరియు ఒక సాధారణ ప్రధాన కారకం ఉందో లేదో తనిఖీ చేయవచ్చు. సాధారణ ప్రధాన కారకం లేనట్లయితే, అవి కో-ప్రైమ్, లేకపోతే అవి కాదు.
- మొదటి సంఖ్య యొక్క ప్రధాన కారకీకరణను రెండవ సంఖ్య యొక్క ప్రధాన కారకీకరణలో చేర్చినట్లయితే ఒక సంఖ్య మరొక సంఖ్య యొక్క కారకంగా మారుతుంది.

గణితం మాట్లాడు