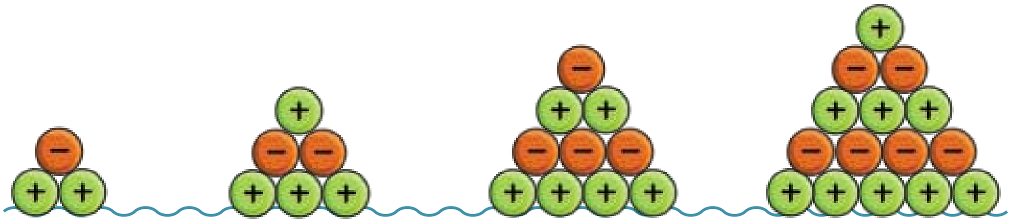


१०

शून्यस्य अन्यतरः पार्श्वः

पूर्णाङ्काः

0674CH10

अधिकाः इतोऽप्यधिकाः संख्याः !

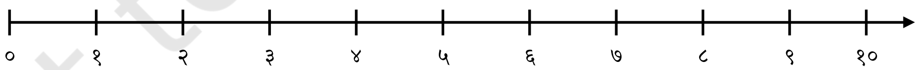
गणितेषु अध्ययने वयं ज्ञातान् प्रारम्भिकसंख्याः १, २, ३, ४ इति गणिताः इति स्मर्यताम्।

ततः वयं ज्ञातवन्तः यत् इतोऽपि अधिकसंख्याः सन्ति इति! उदाहरणार्थं, ० (शून्यं) इति संख्या अस्ति, या किमपि न निरूपयति, या १ तः पूर्वं भवति। ० संख्यायाः भारते अतीव महत्त्वपूर्णः इतिहासः अस्ति, अधुना च विश्वे अस्ति। उदाहरणार्थं, विश्वस्य परितः वयं भारतीय-संख्या-व्यवस्थायां ० तः ९ अङ्कान् उपयुज्य संख्याः लेखितुं शिक्षामः, येन वयं संख्याः लेखितुं शक्ताः, परन्तु एतेषां १० अङ्कान् उपयुज्य बृहत्तराः वा लघवः वा भवेम।

ततः वयं ०,१,२,३,४ इत्यादिषु संख्यासु विद्यमानानां अधिकानां संख्यानां विषये ज्ञातवन्तः। $\frac{३}{२}$ तथा च $\frac{१३}{६}$ ... एते *खण्डाः* इत्युच्यन्ते।

परन्तु इतोऽपि अधिकाः संख्या सन्ति वा? यथा, ० इति अतिरिक्तसंख्या अस्ति यस्याः विषये वयं पूर्वमेव न जानीमः स्म, तथा च १ तः पूर्वं आगच्छति, १ तः न्यूनं च भवति। ० तः पूर्वं आगताः, ० तः न्यूनाः च अधिकाः संख्याः सन्ति वा?

अन्यतः, वयं संख्या-पङ्क्तिम् अपश्यामः।



परन्तु, वस्तुतः एषा केवलं एकः संख्या एव अस्ति ' इति।'रे', भाषायां वयं ज्यामितौ पूर्वमेव ज्ञातवन्तः; एषा किरणः ० तः आरभ्य सर्वदा सम्यक् गच्छति।' ० इत्यस्य वामभागे संख्याः सन्ति वा, अतः एषा संख्या-किरणः सत्य-संख्या-पङ्क्त्या पूर्णं भवितुम् अर्हति?

अस्मिन् अध्याये वयं किं अन्वेष्यामः!

© NCERT not to be republished

० तः न्यूनसंख्या भवितुं शक्यते वा? किं भवन्तः चिन्तयन्ति यत् कस्यापि ० तः न्यूनाः मार्गाः भवेयुः इति?

१०.१ बेलायाः आनन्दभवनम्

बेलायाः ऐस्क्रीम्-निर्माणक्षेत्रे बालानां प्रवाहः तस्याः स्वादिष्टं ऐस्क्रीम् द्रष्टुं रुचिं च जनयति। तेषां कृते आनन्दं जनयितुं बेला बहु-कथा क्रीतवती। भवननिर्माणं, आकर्षणैः पूरितं च। तस्याः नामकरणं कृतम्। *बेलया इदं हि 'बेलायाः आनन्दभवनम्'* इति नाम्ना अभिहितम्।

परन्तु एतत् सामान्यं भवनम् नासीत्!

'आनन्दभवनम्' इत्यस्मिन् भूमेः केचन भूमेः अधः सन्ति इति अवलोकयतु। एतेषु तटेषु भवान् यानि आपणानि पश्यति तानि कानि? भूतलस्य उपरि किम् अस्ति?

तलयोः मध्ये आरोहणार्थं अधोमुखं च गन्तुं लिफ्ट् इत्यस्य उपयोगः भवति। अस्य द्वे पुटिके स्तः- '+' इत्यनेन उपरि गमनम्, अपि च '-' इत्यनेन अधोगमनम् इति च। किं भवान् लिफ्ट् इतीदं द्रष्टुं शक्नोति?

कला-केन्द्रं प्रति गच्छतु। 'स्वागतम्। सभामण्डपः'भवन्तः ' + ' इति बटन् द्विवारं नुदन्तु।

वयं वदामः यत् बटन्-प्रेस् + + अथवा + २ अस्ति इति।

द्वयोः तलयोः अधः गन्तुं, भवान् '-' इति बटन् इत्येतं द्विवारं नुदतु, यत् वयं-अथवा-२ इति लिखामः।

अतः यदि भवान् प्रेस् + १ (यथा, यदि भवान् एकवारं ' + ' बटन् नुदति), तर्हि भवान् एकं तलम् उपरि गमिष्यति तथा च यदि भवान् प्रेस्-१ (यथा, यदि भवान् एकवारं '-' बटन् नुदति), तर्हि भवान् १ तलम् अधः गमिष्यति।

> लिफ्ट् बटन् प्रेस् तथा संख्याः -
> + + + इति लिखितम् अस्ति + ३ इति।
> - - - इति लिखितम् अस्ति - ४ इति।

भवन्तः चतुर्णां तलानाम् उपरि प्रेस् कर्तुं किं कुर्वन्ति? भवन्तः त्रीणि तलानि अधः गच्छन्तु इति किं प्रेस् कुर्वन्ति?

© NCERT not to be republished

आनन्दभवने तलानां संख्याकरणम्

'आनन्दभवनम्' इत्यस्य प्रवेशः भूतलस्तरे अस्ति तथा च 'अभ्यर्थना प्रकोष्ठः' इति कथ्यते। भूतलात् आरभ्य, भवान् + १ प्रेसिङ्ग्-द्वारा खाद्य-न्यायालयं प्राप्तुं शक्नोति तथा च + २ प्रेसिङ्ग्-द्वारा कला-केन्द्रं प्राप्तुं शक्नोति। अतः, वयं वक्तुं शक्नुमः यत् फुड्-कोर्ट् इति फ़्लोर् + १ इत्यत्र अस्ति तथा च द आर्ट्-सेण्टर् इति फ़्लोर् + २ इत्यत्र अस्ति इति।

भूतलात् आरभ्य, भवान् टाय्-स्टोर् प्राप्तुं प्रेस्-१ अवश्यं प्राप्नुयात्। अतः, क्रीडा-भण्डारः भूमे अस्ति-१ तथैव। भूतलात् आरभ्य, भवान् वीडियो-गेम्स्-शाप् प्राप्तुं प्रेस्-२ अवश्यं प्राप्नुयात्। अतः, वीडियो-गेम्स्-शाप् इति फ्लोर्-२ इत्यत्र अस्ति।

भूतलम् इति फ़्लोर् ० इति कथ्यते। भवान् किमर्थं द्रष्टुं शक्नोति?

आनन्दभवने सर्वान् तलान् संख्याभिः अलङ्करोतु।

भवान् अवागच्छत् यत् + ३ इति पुस्तकशालायाः तलसंख्या अस्ति, परन्तु यदा भवान् प्रेस् + ३ करोति तदा तत् तलसंख्या अपि अस्ति वा? तथैव,-३ इति तलसंख्या अस्ति, परन्तु यदा भवान् प्रेस्-३, अर्थात्, यदा भवान् प्रेस्-करोति तदा भवान् तलसंख्या अपि पतति।

अग्रभागे '+' चिह्नेन सह अ-संख्या अ इति कथ्यते। **सकारात्मक संख्या...** ' अ '-' चिह्नेन सह एकः संख्या अस्ति यस्य अग्रभागः अ इति कथ्यते '**ऋणात्मकसंख्या**' इति।

' आनन्दभवनम्' इत्यस्मिन्, भूतलस्य उपयोगेन भूतलानि संख्यायुक्तानि भवन्ति, भूतलम् ०, यथा सन्दर्भः अथवा आरम्भबिन्दुः। भूतलस्य उपरि स्थलेषु धनात्मकसंख्याकाः सन्ति। भूतलात् तान् प्राप्तुं, कस्मिंश्चित् समये ' + ' इति बटन् नुदतु। अधस्तनस्तरीयाः अधस्तनस्तरीयाः ऋणात्मकसंख्यायुक्ताः सन्ति। भूतलात् तान् प्राप्तुं, एकः अवश्यं '-' इति बटन् कतिपयवारं नुदतु।

शून्यं धनात्मकं वा ऋणात्मकं वा संख्या नास्ति। वयं तस्य पुरतः ' + ' अथवा '-' चिह्नं न स्थापयामः।

© NCERT not to be republished

सञ्चारमार्गस्य रक्षणाय योजनम्

भोजनशाला तथा प्रेस् + २ इत्यतः लिफ्ट् मध्ये आरभत। भवान् कुत्र प्राप्स्यति?

अस्य उपयोगेन वयं अस्य वर्णनं कर्तुं शक्नुमः।

आरम्भः तलम् + गतिः = लक्ष्यतलम्।

आरम्भ-तलः + १ (फ़ुड्-कोर्ट्) अस्ति तथा च बटन्-प्रेस्-संख्या + २ अस्ति। अतः भवान् लक्ष्यस्थानं प्राप्स्यति। (+ १) + (+ २) = + ३ (पुस्तक-भण्डारः)।

एतत् निश्चिन्वन्तु

१. भवन्तः फ्लोर् + २ तः आरभ्य लिफ्ट् मध्ये प्रेस्-३ च आरभन्ते। भवान् कुत्र प्राप्स्यति? अस्य आन्दोलनस्य कृते एकं भावं लिखतु।

२. एतेषां भावानां मूल्याङ्कनं करोतु (भवन्तः तान् फ़्लोर् + मूवमेण्ट् इति आरम्भरूपेण चिन्तयितुं शक्नुवन्ति।

क. (+ १) + (+ ४) = ________ ख. (+ ४) + (+ १) = ________

ग. (+ ४) + (– ३) = ________ घ. (– १) + (+ २) = ________

ङ. (– १) + (+ १) = ________ च. ० + (+ २) = __________

छ. ० + (– २) = __________

३. भिन्नतलात् आरभ्य, तल-५ पर्यन्तं गन्तुं आवश्यकानि चलनानि अन्वेषयतु। उदाहरणार्थं, यदि अहं फ्लोर् + २ मध्ये आरभत, तर्हि अहं प्रेस्-७ कृत्वा फ्लोर्-५ पर्यन्तं गमिष्यामि। अभिव्यक्तिः (+ २) + (- ७) =-५ अस्ति।
एतादृशं प्रारम्भिकस्थानं चलनानि च अन्विष्यतु यत् फ्लोर्-५ प्राप्तुं आवश्यकं भवति तथा च भावान् लिखतु।

बटन्-प्रेषणं संयोज्य योजनम्

गुर्मित् क्रीडाङ्गणे आसीत्, तलद्वयं अधः गन्तुम् इच्छति स्म। परन्तु भूलेन सः ' + ' इति बटन् द्विवारं नुदत्। सः स्वस्य दोषं प्रत्यभिज्ञातवान् तथा च शीघ्रमेव '-' इति बटन् त्रिवारं नुदत्। क्रीडनकस्य अधः वा उपरि वा बहूनि तलानि कथं गुर्मित्-समीपं प्राप्स्यन्ति?

गुर्मित् एकं तलम् अधः गमिष्यति। वयं संयुक्त-बटन्-प्रेस्-द्वारा क्रियमाणस्य चलनस्य परिणामं अभिव्यक्तुं शक्नुमः (+ २) + (– ३) = – १ इति।

© NCERT not to be republished

एतत् निश्चिन्वन्तु

एतेषां भावानां मूल्याङ्कनं तेषां विचारद्वारा भवति, यस्य परिणामेन संयुक्त-बटन्-प्रेस् इत्यस्य गतिः भवति।

क. (+१)+(+४) = ________ ख. (+४)+(+१)= ________

ग. (+४)+(– ३)+(–२) = ________ घ. (–१)+(+२)+(–३) = ________

शून्यं प्रति प्रत्यागमनम् !

भूतलस्य उपरि, बेसन्त् महती त्वरां करोति तथा च + ३ इति अमर्तुं भुलं करोति। सः किं कर्तुं शक्नोति यत् तत् निरस्तं कृत्वा भूतलस्य उपरि तिष्ठतु? सः - ३ इति प्रेस् कृत्वा तत् निरस्तुं शक्नोति। तद्धि (+ ३) + (- ३) = ० अस्ति।

वयं-३ इति आह्वयामः + ३ इत्यस्य व्युत्क्रमः। तथैव, व्युत्क्रमः-३ + ३ अस्ति।

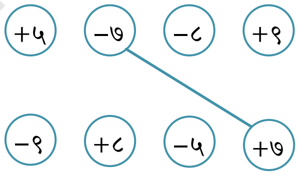
यदि बेसन्त् इदानीं + ४ इति प्रेस् करोति, ततः लिफ्ट् मध्ये ४ इति प्रेस् करोति, तर्हि सः कुत्र प्राप्स्यति?

अत्र व्युत्क्रमस्य परिकल्पनायाः विषये चिन्तयितुं अन्यः उपायः अस्ति। यदि भवान् तलस्य उपरि + ४ अस्ति तथा च तस्य व्युत्क्रमं-४ नुदतु, तर्हि भवान् शून्यं प्रति, भूतलम् प्रति पुनः आगच्छति! यदि भवान् तल-२ इत्यत्र अस्ति तथा तस्य व्युत्क्रमं + २ नुदतु, तर्हि भवान् (- २) + (+ २) = ०, पुनः भूतलम् आगच्छति!

- एतासां संख्यानां व्युत्क्रमं लिखतु।

  +४, –४, –३, ०, +२, –१.

- रेखाङ्कनेन व्युत्क्रमं योजयतु।



तलानाम् उपयोगेन संख्यानां तुलना

- निम्नतमे तटे कः अस्ति?

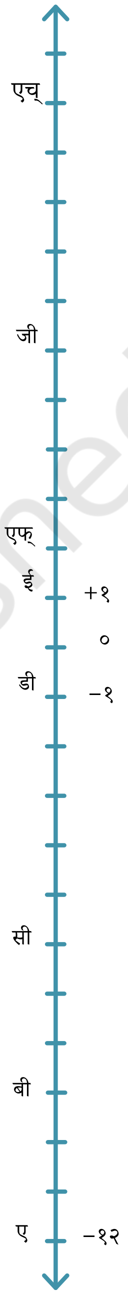
  १. जयः कला-केन्द्रे अस्ति। अतः, सः + २ इति तलस्य उपरि अस्ति।
  २. असीनः क्रीडा-केन्द्रे अस्ति। अतः तलस्य उपरि अस्ति ________।
  ३. बिन्नुः इति चलच्चित्रकेन्द्रे अस्ति। अतः तलस्य उपरि अस्ति ______।
  ४. अमनः इत्येषः क्रीडाङ्गणे अस्ति। अतः, तलस्य उपरि अस्ति ______।

© NCERT not to be republished

तलः + ३ इति तलः + ४ इत्यस्मात् न्यूनम् अस्ति। अतः, वयं लिखामः +३ < +४ इति। इतोऽपि वयं लिखामः +४ > +३ इति।

किं वयं -३ < -४ इति अथवा -४ < -३ इति लेखितुं शक्नुमः?

तलः -४ इति तलः -३ इत्यस्मात् न्यूनतरः अस्ति। अतः, -४ < -३ इति। अपि च, -३ > -४ इदमपि लेखनं साधु एव।



एतत् निश्चिन्वन्तु

१. निम्नलिखितानां संख्यानां तुलनां कुर्वन्तु, भवने विनोदं पूरयन्तु तथा च पेटिकायां पूरयन्तु।

क. –२ ☐ + ५ ख. –५ ☐ + ४ ग. –५ ☐ –३

घ. +६ ☐ –६ ङ. ० ☐ –४ च. ० ☐ +४

> सूचना यत् सर्वाणि ऋणात्मकसंख्याकाः तलानि तलस्य अधः ० सन्ति इति। अतः सर्वाणि ऋणात्मकसंख्याः ० तः न्यूनाः सन्ति। सर्वाणि धनात्मकसंख्याकाः तलानि तलस्य उपरि ० सन्ति। अतः सर्वे धनात्मकसंख्याः ० तः अधिकाः भवन्ति।

२. अधिकस्तरैः सह भवनस्य आनन्दस्य कल्पना करोतु। संख्यानां तुलनां कुर्वन्तु तथा पेटिकासु पूरयन्तु < इत्यनेन > इत्यनेन वा

क. –१० ☐ –१२ ख. +१७ ☐ –१०

ग. ० ☐ –२० घ. +९ ☐ –९

ङ. –२५ ☐ –७ च. +१५ ☐ –१७

३. यदि तलः ए =-१२, तलः डी =-१ तथा तलः ई = + १ भवनस्य दक्षिणभागे पङ्क्तिरूपेण दृश्यते, तर्हि तलानां संख्याः बी, सी, एफ, जी तथा एच इति ज्ञातव्यम्।

४. भवनस्य अधः तलानि दक्षिणस्यां दिशि दर्शयन्ति।

क. –७ ख. – ४ ग. + ३ घ. – १०

किं बटन् प्रेषणीयमिति ज्ञातुं वियोगकरणम्

पूर्वतनेषु वर्गेषु, वयं वियोजनम् इति विषयं 'स्वीकारः' इति अवगतवन्तः। उदाहरणार्थम्, पीठिकायां १० पुस्तकानि सन्ति। अहं ४ पुस्तकानि स्वीकरोमि। कति ग्रन्थाः पीठिकायाः अवशिष्टाः सन्ति?

वयं वियोजनं कृत्वा अस्योत्तरम् अन्वेष्टुं शक्नुमः, तद्धि १० - ४ = ६ इति, अथवा 'दशतः चतुरः स्वीकारेण षड् अवशिष्यन्ते' इति।

© NCERT not to be republished

भवान् वियोजनम् इत्यस्य अन्येन शब्देन अपि परिचितः भवेत्, यः तुलनया अथवा समानपरिमाणस्य निर्माणेन सम्बद्धः अस्ति। उदाहरणार्थम्, इमां स्थितिं विचारयतु, मम समीपे १० रूप्यकानि सन्ति, मम भगिन्याश्च समीपे ६ रूप्यकानि सन्ति।

इदानीम्, अहं प्रश्नम् प्रष्टुं शक्नोमि, 'मम भगिनी इतोऽपि कियद्धनं प्राप्स्यति येन तस्याः धनमपि मया सह समानं स्यात्?'

वयमपि द्वाभ्यां मार्गाभ्यां लेखितुं शक्नुमः, ६ + ? = १० अथवा १० – ६ = ?

अत्र, वयं 'अप्राप्तस्य अङ्कस्य अन्वेषणम्' इत्यनेन सह वियोजनस्य सम्बन्धं पश्यामः।

धनात्मक-ऋणात्मक-संख्यानां उप-कर्षणार्थं, वयं अस्य उप-कर्षणस्य अर्थः ' समानं निर्मातुं ' अथवा ' अनुपस्थितं संख्यां योजयितुं अन्वेष्टुं ' इति उपयुज्यामः।

अस्य दृष्टिकोणात् १५-५,१००-१० तथा ७४-३४ इति मूल्याङ्कनं करोतु।

शिक्षकान् प्रति

सामान्यरूपेण, यदा द्वौ असङ्गत-परिमाणौ भवन्ति, तदा वियोजनम् इत्यनेन परिमाणं समानं कर्तुं आवश्यकं परिवर्तनं सूचयितुं शक्यते। वियोजनम् दर्शयति यत् लक्ष्य-परिमाणं भवितुं आदेशे कियत् अधिकं प्रारम्भिक-परिमाणं परिवर्तनीयम् इति। भिन्नतलस्तरानां सन्दर्भे, आरम्भतलात् लक्ष्यतलम् प्राप्तुं किं परिवर्तनं आवश्यकं भवति? परिवर्तनस्य आवश्यकता अस्ति इति सूचना सकारात्मिका भवेत् (वृद्धेः कृते) अथवा नकारात्मिका भवेत् (क्षयस्य कृते)।

भवतः आरम्भ-तलः कला-केन्द्रः अस्ति तथा च भवतः लक्ष्य-तलः क्रीडा-केन्द्रः अस्ति। भवतः बटन् प्रेस् कथं करणीयम्?

भवन्तः त्रीणि तलानि उपरि गन्तुम् अर्हन्ति, अतः भवन्तः प्रेस् + ३ अवश्यं कुर्वन्तु। वियोजनम् इत्यस्य उपयोगेन वयं एतत् अभिव्यक्तिरूपेण लेखितुं शक्नुमः।

लक्ष्य-तलः-आरम्भ-तलः = गतिः आवश्यकः।

उपरिष्टे उदाहरणे, आरम्भ-तलः + २ (कला-केन्द्रः), लक्ष्य-तलः + ५ च अस्ति। + २ इत्यतः + ५ प्राप्तुं + ३ इति बटन् नुदतु। अतः,

$$(+५) – (+२) = +३$$

व्याख्या -

योजनायाः वियोजनम् इत्यस्य च मध्ये सम्बन्धं पुनः स्मर्यताम्। ३ +? = ५ कृते, वयं वियोजनम् इत्यस्य उपयोगेन अनुपस्थितसंख्या अन्वेष्टुं शक्नुमः। ५-३ = २। तत्, वियोजनम् इतीदं तथैव अस्ति यतः अनुपस्थितसंख्या योजितुं अन्वेष्टुं शक्यते।

वयं जानीमः यत् -

आरम्भः तल + आन्दोलनम् आवश्यकम् = लक्ष्यतलम्

यदि गतिः आवश्यकं भवति तर्हि प्राप्यते।

आरम्भ-तल + ? = लक्ष्य-तलः

अतः,

लक्ष्यतलः-आरम्भतलः = ? = गतिः आवश्यकः।

अधिकानि उदाहरणानि -

क. यदि लक्ष्यतलः-१ अस्ति तथा च आरम्भतलः-२ अस्ति, तर्हि किं बटन् प्रेस् करणीयम्?
भवन्तः एकं तलम् उपरि गन्तुम् अर्हन्ति, अतः भवन्तः प्रेस् + १ अवश्यं कुर्वन्तु।
अभिव्यक्तिः (– १) – (– २) = (+१)

ख. यदि लक्ष्यतलः-१ अस्ति तथा च आरम्भतलः + ३ अस्ति, तर्हि किं बटन् नुदतु?
भवन्तः चतुर्णां तलान् अधः गन्तुम् अर्हन्ति, अतः भवन्तः प्रेस्-४ अवश्यं कुर्वन्तु।
अभिव्यक्तिः (– १) – (+ ३) = (– ४)

ग. यदि लक्ष्यतलः + २ अस्ति तथा च आरम्भतलः-२ अस्ति, तर्हि किं बटन् प्रेस् करणीयम्?
भवन्तः चतुर्णां तलान् उपरि गन्तुम् अर्हन्ति, अतः भवन्तः प्रेस् + ४ अवश्यं प्राप्नुयुः।
अभिव्यक्तिः (+ २) – (– २) = (+ ४)

एतत् निश्चिन्वन्तु

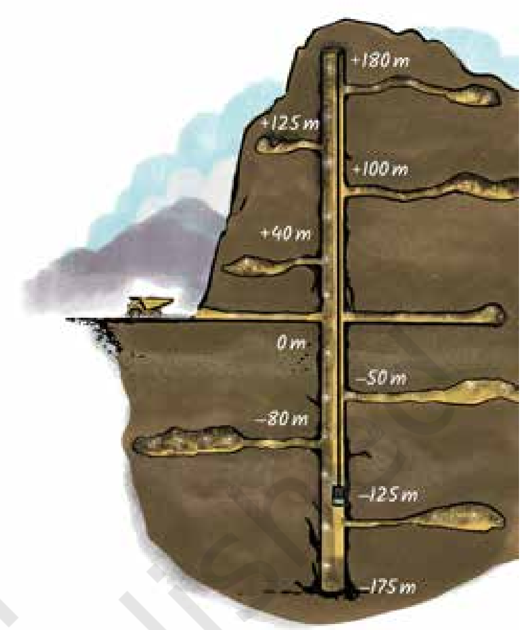
एतानि भावानि पूरयन्तु। आरम्भतलात् लक्ष्यतलम् प्राप्तुं आवश्यकं चलनम् अन्वेष्टुं भवान् तान् चिन्तयितुं शक्नोति।

क. (+ १) – (+ ४) = ________ ख. (०) – (+ २) = ________
ग. (+ ४) – (+ १) = ________ घ. (०) – (– २) = ________
ङ. (+ ४) – (– ३) = ________ च. (– ४) – (– ३) = ________
छ. (– १) – (+ २) = ________ ज. (– २) – (– २) = ________
झ. (– १) – (+ १) = ________ ञ. (+ ३) – (– ३) = ________

© NCERT not to be republished

बृहत्तराणां संख्यानां संयोजनं वियोजनं च

एतत् चित्रं एकं खनिं दर्शयति, यत्र खनिजानि शिलायां निक्षिप्तानि भवन्ति। ट्रक् भूस्तरस्य समीपे अस्ति, परन्तु खनिजानि भूस्तरस्य उपरि अधः च विद्यन्ते। तत्र द्रुतगत्या गतिशीलः लिफ्ट् अस्ति यः मिन्याशाफ़्ट्-वाहकजनानाम् उपरि, अधः च गच्छतः अस्ति।



केषाञ्चन स्तरानि चित्रे चिह्नितानि सन्ति। भूस्तरः ० अङ्कितः अस्ति। धनात्मक-अङ्कैः अधस्तन-स्तरस्य चिह्नं भवति तथा च ऋणात्मक-अङ्कैः अधस्तन-स्तरस्य चिह्नं भवति। संख्या सूचयति यत् भूस्तरस्य उपरि वा अधः वा कति मीटर् अस्ति इति।

मैन् मध्ये, केवलं विनोदे भवने सदृशः।

आरम्भ-स्तर + गतिः = लक्ष्य-स्तरः

उदाहरणार्थं,

(+४०) + (+६०) = +१००   (–९०) + (–५५) = –१४५

लक्ष्यस्तरः-आरम्भस्तरः = गतिः आवश्यकः।

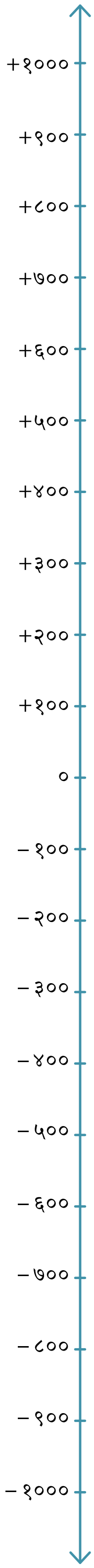
उदाहरणार्थं,

(+४०) – (–५०) = +९०   (–९०) – (+४०) = –१३०

तत्र कति नकारात्मिकाः संख्याः सन्ति?

बेलायाः आनन्दभवने उपरि षट् तलानि सन्ति, अधश्च पञ्च तलानि सन्ति। सा च संख्या -५ तः +६ पर्यन्तम् अस्ति। उपर्युक्ते खनिमध्ये, अस्माकं सविधे -२०० तः +१८० पर्यन्तं संख्याः सन्ति। परन्तु वयं बृहत्तराणि भवनानि खनिक्षेत्राणि वा कल्पयितुं शक्नुमः। सकारात्मिकासु संख्यासु +१, +२, +३ ... इत्थं क्रमेण यथा अनन्तं यावत् चलति, समानतया नकारात्मिकासु संख्यास्वपि -१, -२, -३ ... इति कृत्वा अनन्तां संख्यां यावत् गच्छति। शून्यम् आहृत्य सर्वाः सकारात्मिकाः नकारात्मिकाश्च संख्याः मिलित्वा प्राकृतिकाः संख्याः इति कथ्यन्ते। एताः संख्याः शून्यस्य उभयतो गच्छन्ति, तथाहि -४, -३, -२, -१, ०, +१, +२, +३, +४ इति।

© NCERT not to be republished



एतत् निश्चिन्वन्तु

एतानि भावानि पूरयन्तु।

क. (+४०)+ _______ = +२००   ख. (+४०)+ ________ = –२००
ग. (–५०)+ _______ = +२००   घ. (–५०)+ ________ = –२००
ङ. (–२००)–(–४०) = ________   च. (+२००)–(+४०) = ________
छ. (–२००)–(+४०) = ________

मैन्शाफ्ट् इत्यस्मिन् आन्दोलनस्य विषये चिन्तयित्वा भवतः उत्तरानि पश्यतु।

कस्याश्चित् संख्यायाः संयोजनम्, विभाजनम्, तुलना च

बृहत्तरान् घटकान् अपि योजयितुं उपशीर्षयितुं च, वयं बृहत्तरान् लिफ्ट् इत्येतान् अपि कल्पयितुं शक्नुमः! वस्तुतः, वयं एकं लिफ्ट् कल्पयितुं शक्नुमः यत् ० स्तरात् आरभ्य, सर्वदा ऊर्ध्वतः अधोमुखं च विस्तारयितुं शक्नोति। तत्र परितः किमपि भवनम् अथवा खनिः अपि न भवेत्-केवलं ' अनन्त-लिफ्ट् ' एव!

अस्माभिः सदृशं किमपि पूर्णांकं योजयितुं उपशीर्षयितुं च एतत् कल्पनं उपयोक्तुं शक्यते।

उदाहरणार्थं, वयं वियोजनम् + २००० - (-२००) इतीदं बहिः नेतव्यम् इति अनुमन्यामः। वयं भूम्याः उपरि २००० स्तरेषु, भूम्याः अधः २०० स्तरेषु च लिफ्ट् इत्यस्य कल्पना कर्तुं शक्नुमः। तस्य स्मरणं करोतु,

लक्ष्यस्तरः-आरम्भस्तरः = गतिः आवश्यकः।

आरम्भे भूतलात् गच्छतु। –२०० तः लक्ष्यतलम् + २००० पर्यन्तं, वयं प्रेस् + २२०० अवश्यं करणीयम् (+ २०० तः शून्यं प्राप्तुं, ततः + २००० तः अधिकं ततः तत् + २२०० पर्यन्तं प्राप्तुं)। अतः (+ २०००)-(- २००) = + २२००।

सूचना (+ २०००) + (+ २००) अपि + २२०० अस्ति।

उपयुक्तं लिफ्ट् चित्रणेन वा कल्पनेन वा निम्नलिखितानां भावानां मूल्याङ्कनं कुर्वन्तु।

क. - १२५ + (- ३०)   ख. + १०५ - (– ५५)
ग. + १०५ + (+ ५५)   घ. + ८० -(- १५०)
ङ. + ८० + (+ १५०)   च. - ९९ -(- २००)
छ. - ९९ + (+ २००)   ज. + १५०० - (- १५००)

© NCERT not to be republished

उपरिष्ठे उदाहरणे, वयं तत् + २००० इति दृष्टवन्तः। – (– २००) = + २००० + (+ २००) = + २२००। अन्येषु शब्देषु, ऋणात्मकसंख्याम् अधः पातयित्वा तत्सम्बद्धां धनात्मकसंख्याम् योजयति। अर्थात्, वयं धनात्मकसंख्यायाः योजनेन ऋणात्मकसंख्यायाः उपविभागस्य प्रतिस्थापनं कर्तुं शक्नुमः।!

उपर्युक्तेषु अन्येषु अभ्यासेषु भवान् ज्ञातवान् यत् ऋणात्मकसंख्याम् अधः पातयित्वा तत्सम्बद्धां धनात्मकसंख्या योजयति इति?

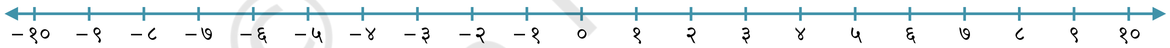
गणित कथा

उपरि ‘ इन्फ़िनिट् लिफ्ट् ‘ इत्यत्र पश्यतु। किं एतत् भवन्तं संख्यायाः पङ्क्तिं स्मारयति? केषु मार्गेषु?

संख्यारेखासु प्रत्यागमनम्

‘ इन्फ़िनिट् लिफ्ट्’ इति वयं उपरि दृष्टवन्तः, संख्यायाः पङ्क्त्या बहु सदृशी आसीत्, न? वस्तुतः, यदि वयं ९० द्वारा तत् परिभ्रमयामः। मूलतः संख्या-पङ्क्तिः भवति। एतत् संख्यां कथं पूर्णं कर्तव्यम् इति अपि वदति। रे संख्यायाः पङ्क्तिं प्रति, अध्यायस्य आरम्भे वयं प्रदीयमानस्य प्रश्नस्य उत्तरं ददामः। वामभागे ० इति ऋणात्मकसंख्याः सन्ति। – १, – २, – ३, ...

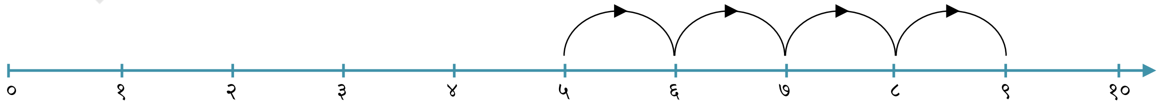
सामान्यतया वयं धनात्मकसंख्यासु ‘ + ‘ चिह्नं निष्कासयाम अपि च तान् १,२,३ इव सरलतया लिखामः।



लिफ्ट् इत्यस्य उपयोगेन संख्यायाः पङ्क्त्या सह यात्रां कर्तुं प्रयतताां, वयं सहजतया तस्य उपरि गमनस्य कल्पना कर्तुं शक्नुमः। दक्षिणं सकारात्मकं (अग्रे) दिशम् अस्ति, वामं च नकारात्मकं (पृष्ठतः) दिशम् अस्ति।

लघुतराः संख्याः अधुना बृहत्तराणां संख्यानां वामभागे सन्ति, बृहत्तराः संख्याः च लघुतराणां संख्यानां दक्षिणभागे सन्ति। अतः, २ < ५, -३ < २, अपि च -५ < -३

यदि, ५ तः ९ पर्यन्तं गन्तुम् इच्छति, तर्हि संख्यारेखायाः पार्श्वे कियत् दूरं गन्तव्यं?



© NCERT not to be republished

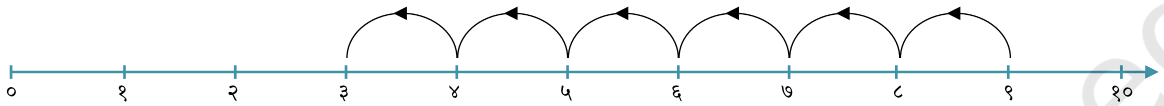
भवन्तः ४ सोपानानि अवश्यं गच्छन्तु। किमर्थं ५ + ४ = ९ इति।

(स्मरतु यत्, **आरम्भसंख्या + गतिः = लक्ष्यसंख्या**)

तत्सम्बद्धः वियोजनम् स्टेट्मेण्ट् ९ अस्ति। – ५ = ४.

(स्मरतु यत्, **लक्ष्यसंख्या-आरम्भसंख्या = आवश्यकी गतिः**)

इदानीं, ९ तः, यदि भवान् ३ पर्यन्तं गन्तुम् इच्छति, तर्हि संख्यारेखायाः पार्श्वे कियत् अधिकं गन्तव्यं भवति?



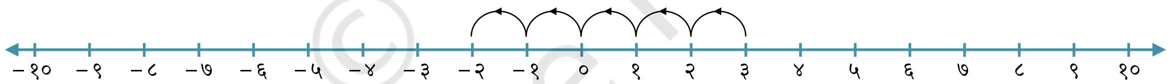
भवन्तः ६ सोपानानि पृष्ठतः गच्छन्तु, अर्थात्, भवन्तः-६ अवश्यं गच्छन्तु। इदानीं, वयं ९ + (-६) = ३ इति लिखामः।

(स्मरणीय पुनः: **आरम्भसंख्या + गतिः = लक्ष्यसंख्या**)

तत्सम्बद्धः उप-विवरणः ३ अस्ति। – ९ = – ६.

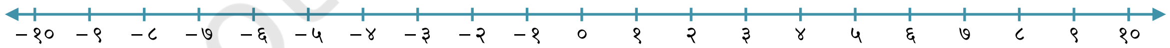
(स्मरणीय पुनः: **लक्ष्यसंख्या-आरम्भसंख्या = गतिः आवश्यकः।**)

इदानीं, ३ तः, यदि भवान् गन्तुम् इच्छति - २, भवान् कियत् दुरं गन्तव्यं?



भवान् अवश्यं यात्रां करोतु - ५ सोपानानि, झ. ङ., ५ सोपानानि पृष्ठतः। थस्, ३ + (– ५) = – २। तत्सम्बद्धः वियोजनम्-वक्तव्यः अस्ति - २ – ३ = – ५.

एतत् निश्चिन्वन्तु



१. अङ्करेखायाः उपरि ३ धनात्मकसंख्याः, ३ ऋणात्मकसंख्याः च सन्ति।

२. निम्नलिखितेषु पेटिकासु उपरिनिर्दिष्टानि ३ चिह्नितानि ऋणात्मकसंख्याः लिखतु। ☐

☐ ☐

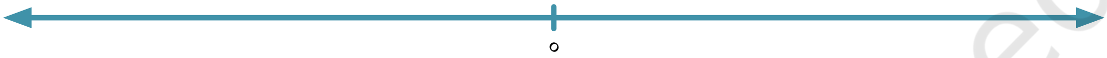
© NCERT not to be republished

३. किं २ > -३ ? कुतः ? किं -२ < ३ ? कुतः ?

४. किमस्ति ? क) -५ + ०, ख) ७ + (-७), ग) -१० + २०, घ) १० - २०, ङ) ७ - (-७), च). -८ - (-१०)

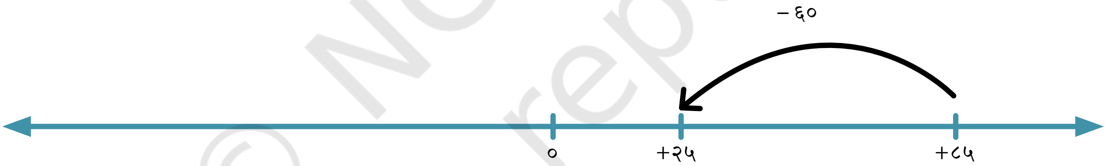
अचिह्नितां संख्यारेखाम् उपयुज्य संयोजनं वियोजनं च

यथा भवन्तः उपरि संख्यायाः उपयोगेन लघुसङ्ख्यया सह परिवर्धनानि, उपविभाजनानि, तुलनां च कर्तुं शक्नुवन्ति, तथैव भवन्तः ‘ अनन्तसंख्या-रेखा’ इति कल्पयित्वा अथवा ‘ अचिह्नितसंख्या-रेखा’ इति चित्रयित्वा बृहत्तरसंख्याभिः सह तान् अपि कर्तुं शक्नुवन्ति।



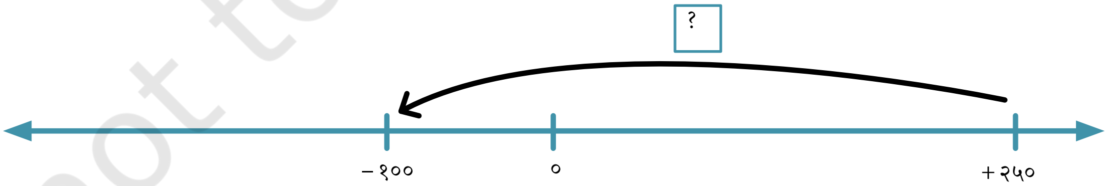
एषा पङ्क्तिः केवलं शून्यं स्थानं दर्शयति। अन्याः संख्याः न लक्षिताः सन्ति। अस्य उपयोगाय सुलभं भवेत्। अचिह्नितां संख्यारेखाम् उपयुज्य संख्यानां संयोजनं वियोजनं च सुकरं भवति। भवान् संख्यायाः पङ्क्त्याः परिमाणं, संख्यायाः स्थितिं च दर्शयितुं वा कल्पयितुं वा शक्नोति।

उदाहरणार्थं, एषा अचिह्नित-संख्या-रेखा (यु. एन्. एल्.) योजनायाः समस्यां दर्शयति - ८५ + (- ६०) = ?



ततः वयं ८५ + (- ६०) = २५ इति दृश्यमानं कर्तुं शक्नुमः।

निम्नलिखितं यु. एन्. एल्. एकं वियोजनम्-समस्यां दर्शयति यत् अनुपस्थित-योजक-समस्यायाः रूपेण अपि लिखितुं शक्यते। (- १००)-(+ २५०) = ? अथवा २५० + ? =-१००।



ततः वयं तत् द्रष्टुं शक्नुमः ? =-३५० अस्मिन् समस्यायां।

एवं भवन्तः धनात्मक-ऋणात्मक-संख्याभिः सह योजनायाः उप-कर्षणस्य च समस्याः नेतुं शक्नुवन्ति, कागदे वा अचिह्नित-संख्या-पङ्क्तिं उपयुज्य भवतः शिरसि वा।

© NCERT not to be republished

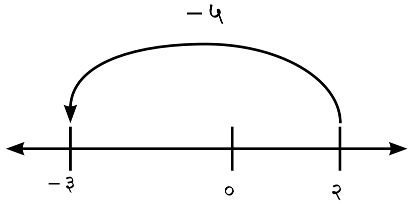
एतेषां अभिव्यक्तेः मूल्याङ्कनं कर्तुं अचिह्नितानां संख्यायुक्तानां पङ्क्तिनां उपयोगः करोतु।ऽः

क. − १२५ + (− ३०) = ________

ख. + १०५ − (− ५५) = ________

ग. + ८० − (− १५०) = ________

घ. − ९९ − (− २००) = ________



वियोजनस्य संयोजनेन सह परिवर्तनम्, संयोजनस्य वियोजनेन सह परिवर्तनम्

तत् पुनः स्मरतु। **लक्ष्य-तलः-आरम्भ-तलः = गतिः आवश्यकः।**

अथवा

लक्ष्यतलम् = आरम्भतलम् + गतिः आवश्यकम्

यदि वयं २ तमे वर्षे आरभामः तर्हि गन्तुम् इच्छामः। − ३, आन्दोलनस्य आवश्यकता का?

प्रथमो विधिः, संख्यायाः पङ्क्तौ पश्यामः, वयं गन्तव्यं पश्यामः। − ५ (झ. ङ., ५ पश्चदिशायाम्)। अतः, **− ३ − २ = − ५**... गतिः आवश्यकः अस्ति-५।

द्वितीयो विधिः, यात्रां २ तः ३ पर्यन्तं भागद्वये विच्छिन्नं करोतु।

क. २ तः ० पर्यन्तं, गतिः ०-२ =-२ भवति।

ख. ० तः-३ पर्यन्तं, गतिः-३-० =-३ भवति।

कुल-आन्दोलनम् इति द्वयोः आन्दोलनयोः योगः अस्ति। **− ३ + (− २) = − ५.**

द्वयोः वर्णयुक्तयोः भावयोः पश्यतु। द्वितीये उपधारणे किमपि नास्ति!

एवं वयं सर्वदा वियोजनम् इत्यस्य योजनायाः परिवर्तनं कर्तुं शक्नुमः। **यत् संख्या अधः पातिता अस्ति तस्य स्थाने तस्य व्युत्क्रमः स्थापयितुं शक्यते, ततः तस्य स्थाने योजयितुं शक्यते।**

तथैव, एकं संख्या योजितं भवति तत् तस्य व्युत्क्रमद्वारा प्रतिस्थापयितुं शक्यते, ततः अधः पातयितुं शक्यते। एवं वयं सर्वदा वियोजनम् इत्यस्य योजनायाः परिवर्तनं कर्तुं शक्नुमः।

उदाहरणानि -

क. (+ ७) − (+ ५) = (+ ७) + (− ५)

ख. (− ३) − (+ ८) = (− ३) + (− ८)

ग. (+ ८) − (− २) = (+ ८) + (+ २)

घ. (+ ६) − (− ९) = (+ ६) + (+ ९)

© NCERT not to be republished

१०.२ टोकन् मडेल्

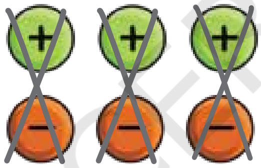
संयोजनाय टोकेन् - उपयोगः

बेलायाः आनन्दभवने लिफ्ट्-उपस्थितः व्यग्रः भवति।' स्वयमेव मनोविनोदार्थं, सः धनात्मकं (रक्तवर्णं) ऋणात्मकं (कृष्णवर्णं) टोकन् इत्येतयोः द्रव्यराशिभिः युक्तं पेटिकां स्थापयति। यदा सः '+' इति बटन् नुदति तदा सः पेटिकातः धनात्मकं टोकन् स्वीकृत्य स्वकोषे स्थापयति। तथैव, यदा यदा सः '-' इति बटन् नुदति, तदा सः ऋणात्मकं टोकन् स्वीकृत्य स्वकोषे स्थापयति।

सः रिक्त-पाकेट्-युक्ते भूतलस्य (० तलः) उपरि आरभते। एकघण्टायाः अनन्तरं सः स्वकोशं परीक्षित्वा ५ धनात्मकानि ३ ऋणात्मकानि च टोकन् इत्येतानि प्राप्नुयात्। इदानीं कः तलः अस्ति?

सः ' + ' पञ्चवारं तथा '-' ३ प्रावश्यं तथा (+ ५) + (– ३) = + २। अतः, सः इदानीं फ्लोर् + २ मध्ये अस्ति।

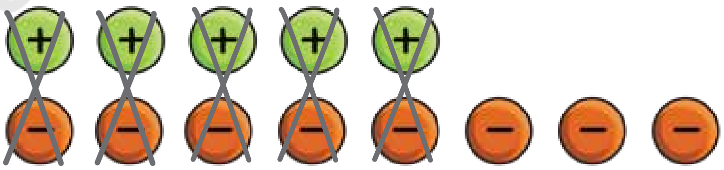
अत्र गणनां कर्तुम् अन्यः उपायः अस्ति।



एकः धनात्मक-टोकन्, एकः नकारात्मक-टोकन् च परस्परं निरस्तं करोतु, यतः एकत्र अस्य टोकन्-युग्मस्य मूल्यं शून्यं भवति। एतौ द्वौ टोकन् तस्य पाकेट् मध्ये अस्ति यस्य अर्थः सः ' + ' एकवारं तथा ' इति अमर्तवान् इति।'–' एकवारं, निषेधं, तथा एतानि निरस्तानि च परस्परं।' अस्माभिः कथितं यत् सकारात्मकं नकारात्मकं च टोकन् इत्यनेन निर्मितं भवति इति। ज़ीरो युग्मः" इति।" यदा भवान् सर्वाणि शून्य-युग्मानि निष्कासयति, तदा भवान् द्वे धनात्मक-टोकन् इत्येतैः सह अवशिष्टः भवति, अतः (+ ५) + (–३) = +२.

टोकेन्स् इत्यस्य उपयोगेन वयं एतादृशं किमपि योजयितुं शक्ताः!

उदाहरणम् - योजयतु + ५ तथा-८।



चित्रात्, वयं पश्यामः यत् वयं पञ्च-शून्य-युग्मान् निष्कासयितुं शक्नुमः, ततः वयं-३ इत्यनेन सह अवशिष्टौ। अतः (+ ५) + (- ८) = – ३.

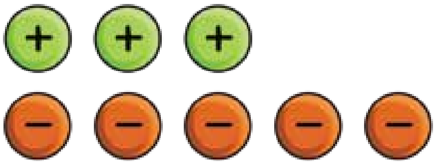
एतत् निश्चिन्वन्तु

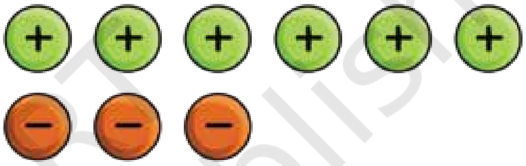
१. टोकन् इत्येतान् उपयुज्य योजनायाः समापनं करोतु।

क. (+ ६) + (+ ४) ख. (– ३) + (– २)

ग. (+ ५) + (– ७) घ. (– २) + (+ ६)

२. निम्नलिखितेषु द्वयोः टोकन्-समूहयोः शून्य-युग्मान् निष्कासयतु। प्रत्येकस्मिन् सन्दर्भे कः तलः लिफ्ट्-उपस्थितः अस्ति? प्रत्येकस्मिन् प्रकरणे किं प्रासङ्गिकम् अतिरिक्तं विवरणम् अस्ति?

क.


ख.


वियोजनाय टोकन्-उपयोगः

सकारात्मक-टोकन् इत्येतैः नकारात्मक-टोकन् इत्येतैः च युक्तानां पूर्णांकानां योजनायाः प्रदर्शनं कथं करणीयम् इति वयं दृष्टवन्तः। टोकन् इत्येतान् उपयुज्य वयं वियोजनम् अपि कर्तुं शक्नुमः!

उदाहरणम् - अस्माभिः उपशीर्षकाः भवेयुः।
(+५) – (+४).

(+ ५) – (+ ४) = + १

एतत् कर्तुं सुलभं भवति। ५ सकारात्मकेभ्यः ४ सकारात्मकेभ्यः परिणामं द्रष्टुं स्वीकरोतु।

उदाहरणम् - अस्माभिः उपशीर्षकाः भवेयुः।
(–७) – (–५).

(–७) – (–५) = –२

(- ७)-(- ५) समानम् (- ७) + (+ ५)?

उदाहरणम् - वयं वियोजनम् अनुसरामः (+) ५) – (+ ६).

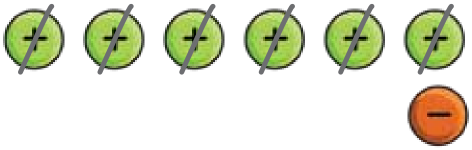
५ सकारात्मकानि धारयन्तु।

परन्तु ६ सकारात्मकाः स्वीकर्तुं पर्याप्तानि टोकन् इत्येतानि न सन्ति!

© NCERT not to be republished

अस्य विषयस्य परितः गन्तुं, वयम् अतिरिक्तं शून्यं युग्मं (सकारात्मकं नकारात्मकं च) स्थापयितुं शक्ताः, यत् एतत् टोकन्-समुच्चयस्य मूल्यं न परिवर्तयति इति जानीमः।

इदानीं, वयं ६ सकारात्मकाः स्वीकर्तुं शक्नुमः! वामभागे किम् अस्ति पश्यन्तुः



वयं (+ ५)-(+ ६) = – १ इति समापयामः।

एतत् निश्चिन्वन्तु

१. टोकन् उपयुज्य अनुवर्तमानान् भेदानां मूल्याङ्कनं करोतु। पश्यतु यत् भवान् अन्यैः पद्धत्याः समानं परिणामं प्राप्स्यति इति अधुना भवान् जानातिः

क. (+ १०) – (+ ७)	ख. (– ८) – (– ४)	ग. (– ९) – (– ४)
घ. (+ ९) – (+ १२)	घ. (– ५) – (– ७)	ङ. (– २) – (– ६)

२. सब्ट्रेक्शन् इत्येतान् पूरयन्तुः

क. (– ५) – (– ७)	ख. (+ १०) – (+ १३)	ग. (– ७) – (– ९)
घ. (+ ३) – (+ ८)	ङ. (– २) – (– ७)	च. (+ ३) – (+ १५)

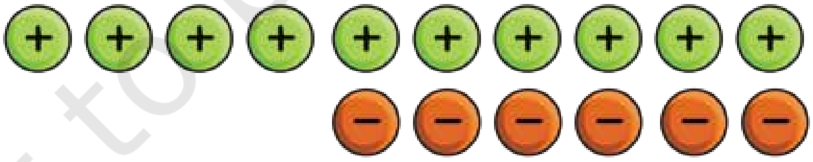
उदाहरणम् - + ४ – (– ६).

४ सकारात्मकैः सह आरभत।

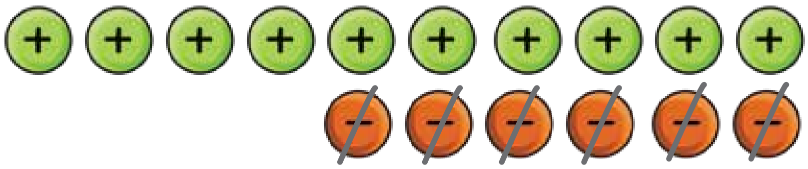
एतेषु ६ नकारात्मकानि वस्तूनि वयं ग्रहीष्यामः। परन्तु पर्याप्तानि नकारात्मकानि न सन्ति।

एषा समस्या नास्ति। अस्माभिः कानिचन शून्य-युग्मानि योजिताः यतः एतेन टोकन्-समुच्चयस्य मूल्यं न परिवर्तते।

परन्तु कति शून्यं युग्मं भवति? अस्माभिः ६ नकारात्मकाः निष्कासिताः, अतः अस्माभिः ६ शून्य-युग्मानि स्थापिताः।



इदानीं वयं ६ नकारात्मकान् निष्कासयितुं शक्नुमः।



अतः + ४-(- ६) = + १०।

© NCERT not to be republished

एतत् निश्चिन्वन्तु

१. सारांशं कर्तुं प्रयतताम्। – ३ – (+ ५).
कति शून्यं युग्मानि भवन्तः स्थापयेयुः ? परिणामः कः ?

२. टोकन् इत्येतान् उपयुज्य अनुवर्तनं मूल्याङ्कनं करोतु।

क. (– ३) – (+ १०) ख. (+ ८) – (– ७) ग. (– ५) – (+ ९)

घ. (– ९) – (+ १०) ङ. (+ ६) – (– ४) च. (– २) – (+ ७)

१०.३ अन्येषु स्थानेषु संख्याः

आगतिः गतिश्च

भवतः स्थानीये वित्तकोशमध्ये वित्तकोशीयं पत्रम् उद्घाटयतु। गते मासे भवान्/भवती यानि १०० रूप्यकानि अरक्षत् तानि १०० रूप्यकानि वित्तकोशे स्थापयतु।

ततः भवान् तत् निर्माति। `अग्रिमे दिने भवतः कार्ये ६० तथा भवान् तत् स्वलेखायां निक्षेपीकरोतु। एतत् भवतः बैङ्क् इत्यस्य पास्बुक् इत्यस्मिन् ' क्रेडिट् ' इति दर्शितम् अस्ति।

भवतः नूतनं ब्याङ्क्-शेषं _ _ _ _ _ _ _ _ अस्ति।

अग्रिमे दिने भवान् स्वस्य विद्युत्-बिल् इत्यस्य शोधनं करिष्यति। `३० भवतः ब्याङ्क्-अकौण्ट् उपयुज्य। एतत् भवतः ब्याङ्क् इत्यस्य पास्बुक् इतीदं ' डेबिट् ' इति दर्शितम् अस्ति।

भवतः ब्याङ्क्-शेषं अधुना _ _ _ _ _ _ _ अस्ति।

अग्रिमे दिने भवान् स्वव्यापारस्य कृते महतीं क्रयणं करोति। `१५०। पुनः एतत् डेबिट्-रूपेण दृश्यते।

इदानीं भवतः ब्याङ्क्-शेषं किम् अस्ति ? ________

एतत् सम्भवम् अस्ति वा ?

अयमेव, केचन वित्तकोशाः भवतः लेखायाः शेषं नकारात्मकं, अस्थायीरूपेण भवितुम् अनुमन्यन्ते! केचन वित्तकोशाः भवन्तं अतिरिक्तं धनं शुल्करूपेण ददति यदि भवतः शेषराशिः ऋणात्मकं भवति, ' व्याजस्य ' रूपेण अथवा ' शुल्कस्य ' रूपेण।

भवतः व्यूहात्मक-बृहत्-क्रयणं पूर्वदिने कर्तुं शक्नोति, `अग्रिमे दिने भवतः व्यापारे २००।

© NCERT not to be republished

इदानीं भवतः सन्तुलनं किम् अस्ति? ________

भवान् ' क्रेडिट्स् ' इतीदं धनात्मकसंख्याः तथा ' डेबिट्स् ' इतीदं ऋणात्मकसंख्याः इति चिन्तयितुं शक्नोति। भवतः सर्वाणि क्रेडिट्स् (धनात्मकसंख्याः) तथा डेबिट्स् (ऋणात्मकसंख्याः) इत्येतयोः योगः भवतः कुल-ब्याङ्क्-अकौण्ट्-शेषं भवति। एतत् सकारात्मकं वा नकारात्मकं वा भवितुम् अर्हति!

सामान्यतया, भवतः ब्याङ्क्-अकौण्ट् मध्ये धनात्मकं शेषं स्थापयितुं प्रयतताम् उत्तमम्!

एतत् निश्चिन्वन्तु

१. भवान् यया सह आरभते तत् प्रददाति। `भवतः ब्याङ्क्-लेखायां ०, ततः भवतः क्रेडिट्स् सन्ति। `३०, `४०, तथा `५०, तथा च ऋणानि `४०, `५०, तथा `६०। इदानीं भवतः ब्याङ्क्-अकौण्ट् इत्यस्य शेषं किम् अस्ति?

२. भवान् यया सह आरभते तत् प्रददाति। `भवतः ब्याङ्क्-लेखायां ०, ततः भवतः ऋणानि भवन्ति। रूप्यकम् १, २, ४, ८, १६, ३२, ६४, तथा १२८, ततः एकम् श्रेयः। रूप्यकम् २५६ इदानीं भवतः ब्याङ्क्-अकौण्ट् इत्यस्य शेषं किम् अस्ति?

३. भवतः ब्याङ्क्-अकौण्ट् मध्ये धनात्मकं शेषं स्थापयितुं च किमर्थं सामान्यतया उत्तमं भवति? नकारात्मकं सन्तुलनं अस्थायीरूपेण प्राप्तुं कियत् कालः योग्यः भवेत्?

यथा भवान् द्रष्टुं शक्नोति, धनात्मक-ऋणात्मक-संख्याः, शून्या सह, ब्याङ्किङ्ग्-अकौण्टिङ्ग्-जगति अत्यन्तं उपयोगी सन्ति।

भौगोलिकाः पारखण्डाः

'समुद्रतलात्' पर्वताः, पठाराः, मरुभूमिः इत्यादीनां भौगोलिकविशेषाणां औन्नत्यं वयं मापयामः। समुद्रतलस्य ऊर्ध्वता ० मीटर् अस्ति। समुद्रतलात् उपरि स्थिताः ऊर्ध्वताः धनात्मकसंख्याकान् उपयुज्य प्रतिनिधित्वं कुर्वन्ति तथा च समुद्रतलात् अधः स्थिताः ऊर्ध्वताः ऋणात्मकसंख्याकान् उपयुज्य प्रतिनिधित्वं कुर्वन्ति।

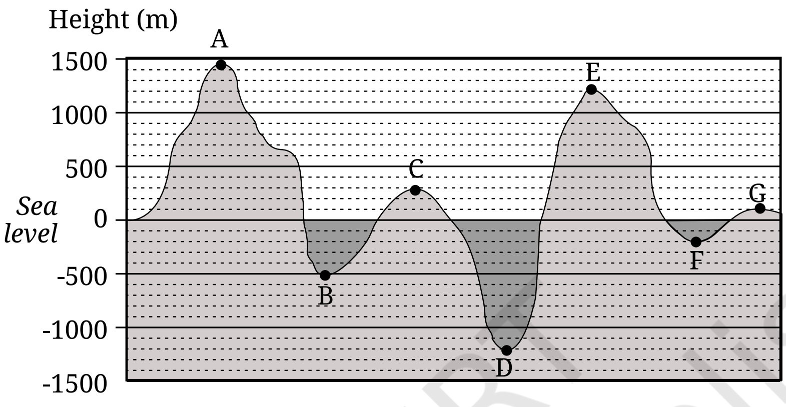
© NCERT not to be republished

एतत् निश्चिन्वन्तु

१. भौगोलिकेषु पारखण्डेषु दृष्ट्वा, स्व-ऊर्ध्वतासु पूरयतु।

क. [ ] ख. [ ] ग. [ ] घ. [ ]

ङ. [ ] च. [ ] छ. [ ]



शिक्षकान् प्रति

अस्मिन् पृष्ठे चित्रं दर्शयित्वा भौगोलिक-क्रास्-सेक्शन् किम् इति पृच्छतु। पृथिव्यां केषुचित् स्थानेषु ऊर्ध्वाधर-खण्डस्य ग्रहणस्य कल्पना इव दृश्यते। पार्श्वदृश्ये एतत् किं द्रष्टुं शक्यते। भूगोले ' समुद्रस्तरः ' इति मापनस्य ऊर्ध्वतायाः गभीरतायाः च कल्पनायाः विषये चर्चां करोतु।

© NCERT not to be republished

२. अस्मिन् भौगोलिक-खण्डे कः सर्वोच्चः बिन्दुः अस्ति? कः न्यूनतमः बिन्दुः अस्ति?

३. भवन्तः ए, बी, बी, जी इति बिन्दुः ऊर्ध्वतायाः क्रमानुसारे लेखितुं शक्नुवन्ति वा? ऊर्ध्वतायाः वर्धमानक्रमेण बिन्दुः लेखितुं शक्यसे वा?

४. पृथिव्यां समुद्रतलात् उपरि सर्वोच्चः बिन्दुः कः? तस्य औन्नत्यं किम्?

५. समुद्रस्तरस्य दृष्ट्या न्यूनतमः बिन्दुः कः? भूमौ वा समुद्रतटे वा? तस्य औन्नत्यं किम्? (एषा औन्नत्यं नकारात्मकं भवेत्)।

तापमानम्

ग्रीष्मकाले भवान् वार्तासु श्रुतवान् स्यात् यत् ‘उष्णतरङ्गः’ अस्ति इति। यदा भवन्तः अत्यन्तं उष्णं अनुभवन्ति तदा ग्रीष्मकाले तापमानं भविष्यति इति भवन्तः किं चिन्तयन्ति? शीतकाले अस्माकं तापमानं शीतलं वा भवति।

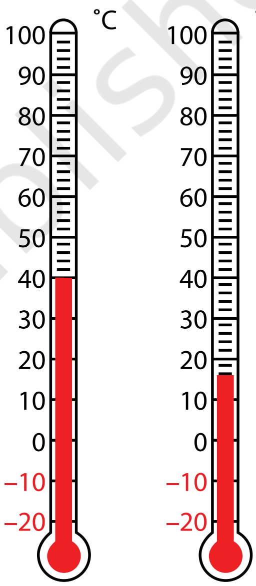
गतवर्षे भवतः क्षेत्रे ग्रीष्मकाले अधिकतमं तापमानं, शीतकाले न्यूनतमं तापमानं च कियत् आसीत्? बहिः अन्विष्यतु।

यदा वयं तापमानं मापयामः तदा वयं मापस्य एककरूपेण (°सी) सेल्सियस् इत्यस्य उपयोगं करिष्यामः। तापमापकानि अधः ४० °सी तथा १५ °सी तापमानं दर्शयन्ति।

एतत् निश्चिन्वन्तु

१. किं भवान् जानाति यत् भारते कानिचन स्थानानि सन्ति यत्र तापमानं ० तः न्यूनं भवितुम् अर्हति?°ग? भारते तानि स्थानानि अन्वेषयतु यत्र तापमानं कदाचित् ० तः न्यूनं भवति।°ग. एतेषु स्थानेषु किं सामान्यम् अस्ति? तत्र शीतलं किमर्थं भवति, अन्यत्र किमर्थं न भवति?

२. शीतकाले लद्दाख्-प्रदेशे लेह्-प्रदेशः अतीव शीतलः भवति। अनुवर्तनं, नवेम्बर्-मासे एकस्मिन् दिने लेह्-नगरे दिवसस्य रात्र्याः च विभिन्नेषु समयेषु गृहीतानां तापमान-पठनानां सारणी अस्ति। दिनाङ्कस्य रात्र्याः च उचितसमयेन सह तापमानं मिलति।



गणित कथा

तापमानम्
१४°सी
८°सी
–२°सी
–४°सी

समयः
प्रातः ०२:००
रात्रौ ११:००
मध्याह्नः ०२:००
प्रातः ११:००

© NCERT not to be republished

शिक्षकान् प्रति

थर्मामीटर्स् विषये, तापमानं मापयितुं तानि कथं उपयुज्यन्ते इति च वदतु। वर्गे एकं प्रयोगशालायाः थर्मामीटर् स्थापयित्वा उष्णजलस्य शीतलजलस्य च तापमानं मापयतु। बालानां कृते बिन्दुः बहिः यत् थर्मामीटर् मध्ये चिह्नानि सन्ति यानि अधः ० सन्ति। °सी. विषये चर्चा भवेत्। °सी सूचयति, नाम, जलस्य घनीभवनबिन्दुः।

१०.४ संख्याभिः सह अन्वेषणम्

एका गोलकाकारा संख्या - ग्रीड्

४	−१	−३
−३		१
−१	−१	२

५	−३	−५
०		−५
−८	−२	७

एतेषु द्वयोः ग्रिड् इत्येतयोः संख्यायाः विषये किमपि विशेषम् अस्ति। तत् किम् अस्ति इति पश्याम।

शीर्ष पंक्तिः	४ + (− १) + (− ३) = ०	५ + (− ३) + (− ५) = _____
अधः पङ्क्तिः	(− १) + (− १) + २ = ०	(− ८) + (− २) + ७ = _____
वामकोशः	४ + (− ३) + (− १) = ०	५ + ० + (− ८) = _____
दक्षिण स्तम्भः	(− ३) + १ + २ = ०	(− ५) + (− ५) + ७ = _____

प्रत्येकस्मिन् ग्रिड्-मध्ये, द्वयोः पङ्क्तयोः प्रत्येकयोः संख्याः (शीर्ष-पङ्क्तिः तथा अधः-पङ्क्तिः) तथा च द्वयोः स्तम्भयोः प्रत्येकयोः संख्याः (वाम-स्तम्भः तथा दक्षिण-स्तम्भः) समानसंख्या दातुं योजयतु। वयं एतत् सङ्कलनं ‘ सीमा-सङ्कलनं ‘ इति आह्वयामः। प्रथम-ग्रिड् इत्यस्य सीमा-राशिः ‘ ० ‘ अस्ति।

एतत् निश्चिन्वन्तु

१. उपरि द्वितीय-ग्रिड् कृते गणनां कुर्वन्तु तथा च सीमा-समुच्चयं अन्विष्यन्तु।

२. अपेक्षितं सीमा-सङ्कलनं निर्मातुं ग्रिड् पूरयतु।

−१०		
		−५
९		

सीमा-समुच्चयः + ४ अस्ति।

६	८	
		−५
	−२	

सीमा-समुच्चयः अस्ति-२

७		
		−५

सीमा-समुच्चयः अस्ति-४

३. अन्तिम-ग्रिड् इत्यस्य कृते उपरि, सीमायाः सङ्कलनं प्राप्तुं संख्याः पूरयितुं एकस्मात् मार्गात् अधिकं अन्विष्यतु-४।

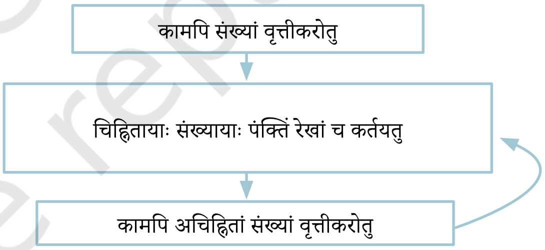
४. अन्यानि कानि ग्रिड्स् बहुविधमार्गेषु पूरयितुं शक्यन्ते? किं कारणं भवितुम् अर्हति?

५. सीमा-समाकलन-वर्ग-पजल् इतीदं निर्माय भवतः सहपाठिनां कृते च्यालेञ्ज् करोतु।

संख्यानाम् एका अद्भुता ग्रिड्!

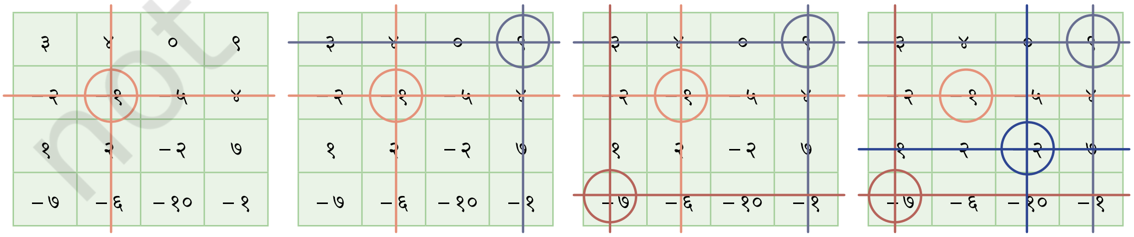
बिलो इति ग्रिड् अस्ति यस्मिन् कानिचन संख्याः सन्ति। यावत् संख्यायाः अभावः न भवति तावत् यावत् सोपानान् अनुसरतु।

३	४	०	९
−२	−१	−५	४
१	२	−२	७
−७	−६	−१०	−१



यदा इतोऽपि अनस्ट्रक्-संख्याः न भवन्ति, तदा स्थगयतु। वृत्ताकाराः संख्याः योजयतु।

उदाहरणार्थं यथा, वृत्ताकाराः संख्याः तावत् -१, ९, -७, -२ इति। यदि तद् योजयतु, तर्हि भवान्/भवती प्राप्नोति -१ इति।



© NCERT not to be republished

एतत् निश्चिन्वन्तु

१. प्रयततां स्वच्छं करोतु, अस्मिन् समये भिन्नसंख्याः चिनोतु। भवान् कियत् धनं प्राप्तवान्? प्रथमवारं अपेक्षया एतत् भिन्नम् आसीत् वा? कतिपयानि अधिकानि प्रयत्नानि करोतु!

२. अधः ग्रिड् इत्यनेन सह समानं क्रीडां क्रीडतु। किं उत्तरं भवान् प्राप्तवान्?

७	१०	१३	१६
−२	१	४	७
−११	−८	−५	−२
−२०	−७	−१४	−११

−११	−१०	−९	−८
−७	−६	−५	−४
−३	−२	−१	०
१	२	३	४

३. एतेषां ग्रिड्-विशेषाणां विषये किं विशेषम् भवितुम् अर्हति? संख्यासु जादुः अस्ति वा ते कथं व्यवस्थिताः वा उभयोः वा? भवान् एतादृशानि अधिकानि ग्रिड् इत्येतानि निर्मातुं शक्नोति वा?

प्रयतताम्। अयं

एतत् निश्चिन्वन्तु

१. दत्तयुगलयोः मध्ये सर्वाणि पूर्णांकानि लिखतु, वर्धमानक्रमेण।

क. ० तथा-७   ख. - ४ तथा ४

ग. - ८ तथा-१५   घ. - ३० तथा-२३

२. तिस्रः संख्याः ददातु यथा तेषां योगः-८।

३. एतेषां संख्याभिः युक्ताः द्वौ पक्षौ स्तः-१,२,३,४,५,६ च। एतेषु डैस्-मध्ये रोलिङ्ग्-मध्ये लघुतमः सम्भाव्यः योगः अस्ति-१० = (- ५) + (- ५) तथा च बृहत्तमः सम्भाव्यः योगः अस्ति १२ = (६) + (६)। (- १०) तथा (+ १२) इत्येतयोः मध्ये कानिचन संख्याः एतयोः द्विसरेषु योजयित्वा प्राप्तुं न शक्यन्ते। तानि संख्याः अन्विष्यतु।

४. सम्बोधयतु यत् -

८ − १३	(− ८) − (१३)	(− १३) − (− ८)	(− १३) + (− ८)
८ + (− १३)	(− ८) − (− १३)	(१३) − ८	१३ − (− ८)

५. अधस्थानि अन्विषन्तु -

क. वर्तमानाद् वर्षात् १५० वर्षेभ्यः पूर्वं किं वर्षम् आसीत्? ________________

ख. वर्तमानाद् वर्षात् २२०० वर्षेभ्यः पूर्वं किं वर्षम् आसीत्? ________________

सूत्रम् - स्मरतु यत् तत्र ० इति वर्षः नासीत्।

© NCERT not to be republished

ग. सा. श. पू. ६८० तमात् वर्षात् परं वर्षः ३२० वर्षाणि यावत् किं भविष्यति?

६. निम्नलिखितानि अनुक्रमानि पूरयन्तुः

क. (– ४०), (– ३४), (– २८), (– २२), ______, ______, ______

ख. ३, ४, २, ५, १, ६, ०, ७, ______, ______, ______

ग. ______, ______, १२, ६, १, (– ३), (– ६), ______, ______, ______

७. अत्र षट् पूर्णांकपत्राणि सन्ति-(+ १), (+ ७), (+ १८), (– ५), (– २), (– ९).
भवान् एतयोः कस्यापि चयनं कर्तुं शक्नोति तथा च संयोजकस्य वियोजकस्य चोपयोगेन अभिव्यक्तिं निर्मातुं शक्नोति।
अत्र एका अभिव्यक्तिः (+ १८) + (+ १)-(+ ७)-(- २) अस्ति या मूल्यं (+ १४) ददति।
इदानीं, पिक्-कार्ड् इत्येतानि स्वीकृत्य, तस्य मूल्यं (- ३०) यावत् समाप्तं भवति इव अभिव्यक्तिं करोतु।

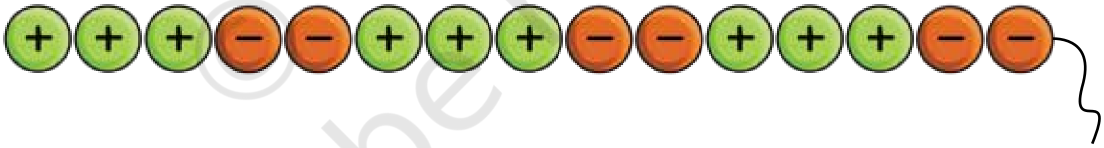
८. द्वयोः धनात्मक-पूर्णांकयोः योगः सर्वदा धनात्मकः भवति, परन्तु क (+ पूर्णांकः) - (+पूर्णांकः) + अथवा - इति भवितुम् अर्हति। किं विषये अस्ति?

क. (+)-(-) ख. (+) + (-)

ग. (-) + (-) घ. (-)-(-)

ङ. (-)-(-) च. (-) + (+)

९. अस्मिन् तन्त्रे १०० टोकन् इत्येतेषां कुलसंख्या अस्ति या विशिष्टरूपेण व्यवस्थिता अस्ति।
स्ट्रिङ्ग् इत्यस्य मूल्यं किम्?



१०.५ इतिहासस्य एका कथा

सामान्य-खण्डैः सदृशं, सामान्य-पूर्णांकानि (शून्य-ऋणात्मक-संख्याभिः सह) एशिया-महाद्वीपे प्रथमं परिकल्पितं प्रयुक्तं च आसीत्, सहस्रशः वर्षाणाम् पूर्वं, ततः परं ते आधुनिककाले विश्वे प्रसृताः आसन्।

गणनायाः सन्दर्भे ऋणात्मकसंख्याणां उपयोगस्य प्रथमानि ज्ञातानि निदर्शनानि सन्ति। चीनदेशस्य महत्त्वपूर्णेषु गणितीय-कार्येषु अन्यतमम्, *गणितीयकलायाः नवम-अध्यायः (जियुझाङ्ग् सुयान्शु)*-यत् ख्रीष्टाब्दायां प्रथमशताब्द्यां वा द्वितीयशताब्द्यां वा पूर्णम् अभवत् - सकारात्मक-नकारात्मक-संख्याः रक्त-कृष्ण-दण्डान् उपयुज्य प्रतिनिधित्वं कुर्वन्ति स्म, यथा वयं रक्त-कृष्ण-टोकन् इत्येतान् उपयुज्य प्रतिनिधित्वं कुर्वन्ति स्म!

© NCERT not to be republished

प्राचीनकाले भारते लेखाकरणस्य प्रबलसंस्कृतिः अपि आसीत्। कौटिल्यः स्वस्य लेखने क्रेडिट् अण्ड् डेबिट् इत्यस्य परिकल्पनां विस्तृतरूपेण लिखितवान्। *अर्थए. एच. एच.आस्ट्रिया* (सा. श. पू. ३००), यस्मिन् अकौण्ट्-ब्यालेन्स् ऋणात्मकं भवितुम् अर्हति इति मान्यता अपि अन्तर्भवति। गणनायाः सन्दर्भे ऋणात्मकसंख्याणां स्पष्टप्रयोगः प्राचीनभारतीयकार्यस्य संख्यायां दृश्यते, यस्मिन् लेखाः अपि अन्तर्भवन्ति। *बक्ए. एच. एच.ए. एल्.प*ायः सा. श. ३०० तमात् वर्षात् पाण्डुलिपिः, यत्र ऋणात्मकसंख्या अङ्कस्य अनन्तरं स्थापितस्य विशेषचिह्नस्य उपयोगेन लिखिता आसीत् (न तु अद्यतनीनां संख्यायाः पूर्वं)।

सकारात्मक संख्याएँ, नकारात्मक संख्याएँ, और पहला सामान्य उपचार *शून्यं* - एकः यः योगस्य, उप-कर्षणस्य, गुणनस्य, विभाजनस्य च मूलभूतकार्याणि कर्तुं शक्नोति, तस्मिन् समान-प्रामाणिक-संख्यासु समान-पादस्य उपरि सर्वं ब्रह्मगुप्तेन दत्तम् आसीत्। *ख.ए. एम्. ए.-एस्. पि. यु.ता-सिद्धःअन्टा* ६२८ सा. श. वर्षे। ब्रह्मगुप्तः सर्वेषु संख्यासु क्रियायाः कृते स्पष्टान् स्पष्टान् च नियमान् अददात्- धनात्मकं, ऋणात्मकं, शून्यं च-यत् अद्यत्वे अपि वयं उपयुज्यमानानां संख्यानां बोधस्य आधुनिकमार्गं आवश्यकतया कल्पयति!

सकारात्मकसंख्याणां, नकारात्मकसंख्याणां, शून्यसंख्याणां च योजनाय, उपधारायै च ब्रह्मगुप्तस्य कानिचन मुख्यनियमाः अधः दत्तानि सन्ति।

ब्रह्मगुप्तस्य योजनानियमाः (ब्रह्मस्फुटसिद्धान्तः, १९.३०, ६२८ खीष्टाब्दः)

१. द्वयोः सकारात्मकयोः योगफलः सकारात्मको भवति (उदा., २ + ३ = ५)।

२. द्वयोः नकारात्मकयोः योगः नकारात्मको भवति। द्वौ नकारात्मकौ योजयितुं, संख्याः योजयितुं (चिह्नं विना), ततः परिणामं परिहर्तुं न्यूनचिह्नम् स्थापयतु (यथा, ()– २) + (– ३) = – ५).

३. एकां सकारात्मिकां संख्याम् एकाञ्च नकारात्मिकां संख्यां योजयितुं बृहत्तरायाः संख्यायाः लघुतरां संख्यां वियोजयतु (चिह्नं विना)। परिणामात्परं बृहत्तरायाः संख्यायाः चिह्नं ततः प्राक् स्थापयतु। तथाहि, - ५ + ३ = -२, २ + (- ३) =-१, - ३ + ५ = २ इति।

४. संख्यायाः योगफलः तस्य व्युत्क्रमः च शून्यः भवति (यथा, २ + ()– २) = ०).

५. कस्यापि संख्यायाः शून्यं च समानसंख्या अस्ति (यथा, – २ + ० = – २, ० + ० = ०)।

© NCERT not to be republished

ब्रह्मगुप्तस्य वियोजननियमाः (ब्रह्मस्फुटसिद्धान्तः, १८.३१ - १८.३२)

१. यदि एकः लघुः सकारात्मकः बृहत्तर-सकारात्मकात् अधः पातितः अस्ति, तर्हि परिणामः सकारात्मकः भवति (यथा, ३)। – २ = १).

२. यदि बृहत्तरः सकारात्मकः लघुः सकारात्मकः भवति तर्हि परिणामः नकारात्मको भवति (यथा, २)।– ३ = – १).

३. नकारात्मकसंख्यायाः व्यवकलनं तत्सम्बद्ध-नकारात्मकसंख्यायाः योजनायाः सदृशं भवति (यथा, २ – (– ३) = २ + ३).

४. स्वयमेव शून्यं ददति संख्यायाः व्यवकलनं (यथा, २) – २ = ० तथा – २ – (– २) = ०).

५. शून्यात् शून्यं विभज्य समानसंख्या प्राप्यते (यथा, – २ – ० = – २ तथा ० – ० = ०)। शून्यात् संख्यां विभज्य संख्यायाः व्युत्क्रमः भवति (यथा, ०)। – (– २) = २).

यदा भवन्तः ब्रह्मगुप्तस्य नियमान् अवगच्छन्ति, तदा भवन्तः कस्यापि सङ्ख्यया सह संयोजनं वियोजनम् च कर्तुं शक्नुवन्ति-धनात्मकं, ऋणात्मकं, शून्यं च!

एतत् निश्चिन्वन्तु

१. भवन्तः ब्रह्मगुप्तस्य प्रत्येकस्य नियमस्य व्याख्यां बेला इत्यस्य आनन्दस्य निर्माणस्य परिभाषायां वा संख्यायाः पङ्क्त्याः परिभाषायां वा कर्तुं शक्नुवन्ति वा?

२. प्रत्येकं नियमस्य स्वकीयानि उदाहरणानि ददातु।

ब्रह्मगुप्तः धनात्मक-अङ्कैः सह समान-पादयुक्त-संख्यायां शून्यं निरूपयितुं प्रथमः आसीत्, तथैव ऋणात्मक-अङ्कैः सह, तथा च प्रदर्शनार्थं स्पष्टनियमान् दातुं प्रथमः आसीत्। एतादृशेषु सर्वेषु संख्यासु, धनात्मकं, ऋणात्मकं, शून्यम् इत्यादीनां गणितीयप्रक्रियाः, अधुना यत् अ इति कथ्यते तत् निर्मीयन्ते। *वर्तुलः*... इदं जगतः गणितेषु परिवर्तनं करिष्यति।

परन्तु, विश्वस्य शेषभागस्य कृते संख्यारूपेण शून्यं ऋणात्मकं च अङ्कान् स्वीकर्तुं बहुशताब्दिः अजायत। एते संख्याः ९ शताब्द्यां अरब्-जगतः प्रेषितानि, स्वीकृतानि, अपि च १३ शताब्द्यां यूरोप्-देशं प्रति तेषां मार्गात् पूर्वं अध्ययनं कृतानि आसन्।

© NCERT not to be republished

विलक्षणतया, १८ शताब्द्यां अपि बहवः ऐरोप्य-गणितशास्त्रज्ञाः ऋणात्मकसंख्याः अद्यापि न अङ्गीकृतवन्तः। १८ शताब्द्यां फ्रेञ्च्-गणितशास्त्रज्ञः लेज़ारे कार्नोट् इत्येषः ऋणात्मकसंख्याः ‘ अब्सर्ड् ‘ इति अमन्यत। परन्तु कालान्तरे, ऋणात्मकसंख्याः विश्वगणितेषु गणितेषु विज्ञानेषु च अनिर्वचनीयानि सिद्धानि भवन्ति, तथा च अधुना धनात्मकसंख्याभिः सह समानरूपेण महत्त्वपूर्णरूपेण च महत्त्वपूर्णसंख्याः महत्त्वपूर्णसंख्याः इति मन्यन्ते-केवलं ब्रह्मगुप्तेन अनुशंसिताः स्पष्टतया च सा. श. ६२८ वर्षे पुनरावर्तिताः इति। आधुनिक-बीजगणितस्य विकासाय सर्वासु संख्यासु परिवेष्टितानां अंकगणितनियमानां एतत् अमूर्तीकरणं, यत् वयं भविष्ये वर्गेषु ज्ञातुं शक्नुमः।

सारसंक्षेपः

- तत्र नैकाः संख्याः सन्ति याः शून्यात् न्यूनाः सन्ति। ताः संख्याः “-” इति चिह्नेन सह लिख्यन्ते (यथा, - २ इति)। एताः संख्याः नकारात्मकसंख्याः इति कथ्यन्ते। संख्यारेखायाम् एताः संख्याः शून्यस्य वामपार्श्वे भवन्ति।
- काश्चन संख्याः यथा, - ४, - ३, - २, - १, ०, १, २, ३, ४ इत्येताः संख्याः पूर्णाङ्काः इत्युच्यन्ते। तत्र १, २, ३, ४ एताः संख्याः सकारात्मकाः पूर्णाङ्काः इति कथ्यन्ते, किञ्च -४, - ३, - २, - १ इत्येताः संख्याः नकारात्मकाः पूर्णाङ्काः इत्युच्यन्ते। शून्यम् (०) इति नापि सकारात्मिका नापि वा नकारात्मिका संख्यास्ति।
- प्रदत्तायाः प्रत्येकं संख्यायाः एका अन्या संख्या भवति, यया सहैषा युक्ता भवति चेद् परिणामतः शून्यं (०) ददाति। इयं पद्धतिर्हि संख्यायाः संयुक्तावर्तनविधिः इति कथ्यते। दृष्टान्तो यथा, ७ इति संख्यायाः संयुक्तावर्तिता संख्या हि - ७ इति। एवमेव - ५४३ इत्यस्याः संयुक्तावर्तिता संख्या हि ५४३ इति।
- संयोजनमिति विषयं वयम् इत्थमपि वक्तुं शक्नुमः, प्रारम्भस्थितिः + चलनम् =लक्ष्यस्थितिः।
- संयोजनमिति विषयं वयं चलनानां सम्बद्धता, अथवा चलनानां वर्धनम्/न्यूनता वा इतिरूपेण अभिधातुं शक्नुमः, तथाहि, चलनम् १ + चलनम् २ = पूर्णं चलनम्।
- वियोजनमिति विषयं वयम् इत्थमपि वक्तुं शक्नुमः, लक्ष्यस्थितिः - प्रारम्भस्थितिः = चलनम्।

© NCERT not to be republished

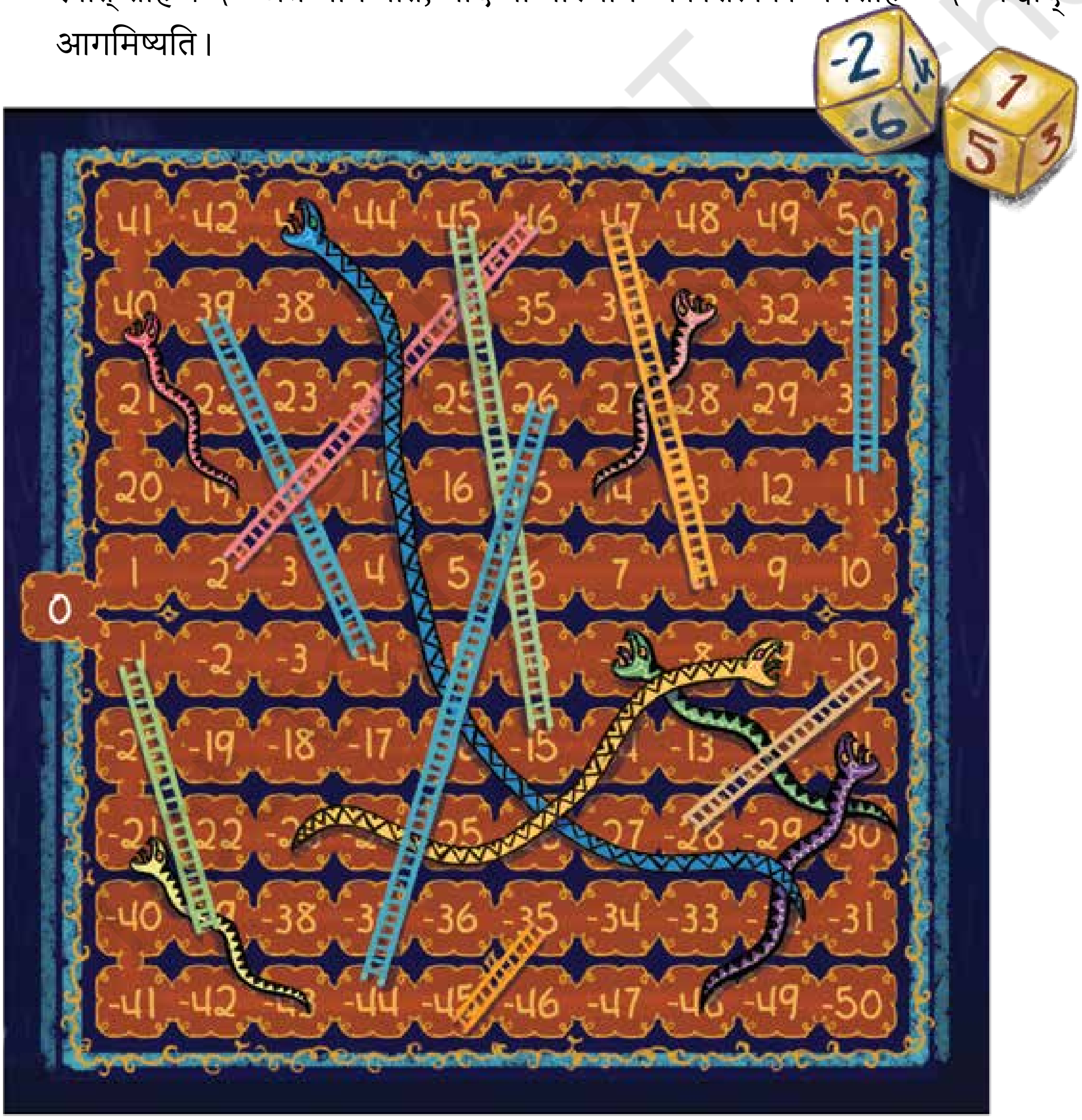
- सामान्यतः वयं ब्रह्मगुप्तस्य संयोजनविधिम् अनुसृत्य द्वे संख्ये योजयितुं शक्नुमः -
  - क. यदि द्वे संख्ये सकारात्मिके स्तः, तर्हि संख्याद्वयं योजनीयम्, परिणामश्च सकारात्मको भवति (यथा, २ + ३ =५)।
  - ख. यदि द्वे अपि संख्ये नकारात्मिके भवतः, तर्हि (चिह्नं विना) ते संख्ये योजयतु, ततः परं परिणामात् प्राक् "-" इति चिह्नं स्थापयतु। तथाहि, (-२) + (-३) =(-५)
  - ग. यदि एका संख्या सकारात्मिका संख्यान्तरा च नकारात्मिकास्ति, तर्हि (चिह्नं विना) लघुतरां संख्या बृहत्तरायाः संख्यायाः वियोजयतु, अपि च बृहत्तरायाः संख्यायाः चिह्नं परिणामात् प्राक् स्थापयतु। यथा, (-५) + ३ = (-२)
  - घ. एका संख्या + तस्याः संयुक्तावर्तिता संख्या = शून्यम्। तथाहि, २ + (-२) = ०
  - ङ. एका संख्या + ० = सैव संख्या। तथाहि (-२) + ० = (-२)
- वयं कयोश्चित् संख्ययोः समस्यां संयोगसमस्यायां परिवर्त्य संयोगविधिं परिपाल्य परं तयोः संख्ययोः वियोजनं कर्तुं शक्नुमः, यतो हि द्वयोः संख्ययोः वियोजनं हि तयोः संख्ययोः आवर्तितसंख्ययोः संयोजनमेव।
- पूर्णाङ्काः तोलयितुं शक्यन्ते। तथाहि, - ३ < - २ < - १ < ० < + १ < + २ < + ३ इति। संख्यारेखायां लघुतरा संख्या बृहत्तरायाः संख्यायाः वामपार्श्वे भवति।
- वयम् आगतिः (क्रेडिट्), गतिः (डेबिट्) इत्येताभ्यां शब्दाभ्यां सकारात्मिकाः नकारात्मिकाश्च संख्याः प्राप्नुमः। किञ्च वयं सकारात्मिकाः संख्याः भूमेः उपरि दूरत्वम् आकलय्यापि स्वीकर्तुं शक्नुमः। समानतया, नकारात्मिकाः संख्याः अपि भूमेः अधः स्वीक्रियन्ते। यदा वयं तापमानस्य परिमापं कुर्वन्तः स्मः, तदा सकारात्मकानि तापमानानि जलस्य हिमशैलस्तरस्य उपरि दर्श्यन्ते, यदा च नकारात्मकानि तापमानानि जलस्य हिमशैलस्तरस्य अधः प्रदर्श्यन्ते।

© NCERT not to be republished

पूर्णाङ्काः - सर्पसोपानक्रीडा

नियमाः

- इयं क्रीडा हि द्वाभ्यां क्रीडकाभ्यां क्रीड्यते। प्रत्येकं जनस्य समीपे एकः बिन्दुः भवति। द्वावपि ०-तः आरम्भं कुरुतः। क्रीडकौ - ५० पर्यन्तं वा + ५० पर्यन्तं वा गन्तुं शक्नुतः, परन्तु नेदं क्रीडाकाले परिज्ञातुं समीकर्तुं वा अर्हेताम्।
- प्रत्येकं क्रीडकः वर्गद्वयम् एककालम् आवर्तयिष्यति। एकस्मिन् वर्गे +१ तः +६ पर्यन्तं संख्याः सन्ति। अन्यस्मिंश्च - १ तः - ६ पर्यन्तं संख्याः सन्ति।
- द्वयोः वर्गयोः आवर्तनानन्तरं संख्ययोः संयोजनेन वियोजनेन वा परिणामं निश्चित्य प्रत्येकं क्रीडकः स्वस्य बिन्दुम् अग्रे सारयिष्यति, पश्चाद्वा नेष्यति। यदि परिणामः सकारात्मकः स्यात् तर्हि +५० अग्रे गमिष्यति, यदि वा परिणामः नकारात्मको भवेत्तर्हि -५० पश्चाद् आगमिष्यति।



शैक्षणिक - उपकरण - सामग्र्यः

लर्निङ्ग् मटीरियल् शीट्स्

© NCERT not to be republished

© NCERT
not to be republished

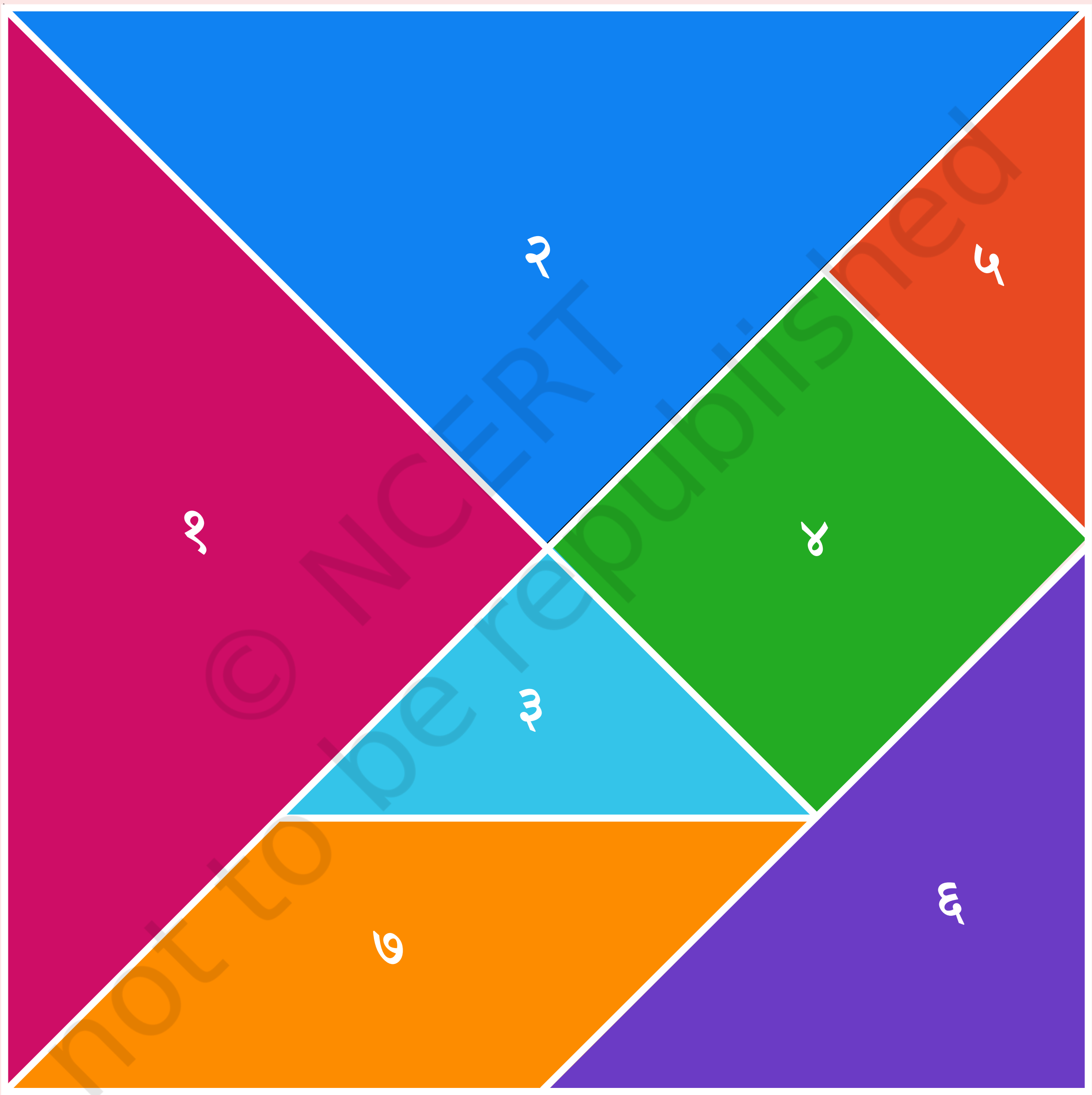
© NCERT
not to be republished

© NCERT
not to be republished

© NCERT
not to be republished

पत्रबन्धः

द्रष्टव्यः - श्वेतवर्णीयं सीमानम् आश्रित्य आकारान् कर्तयतु

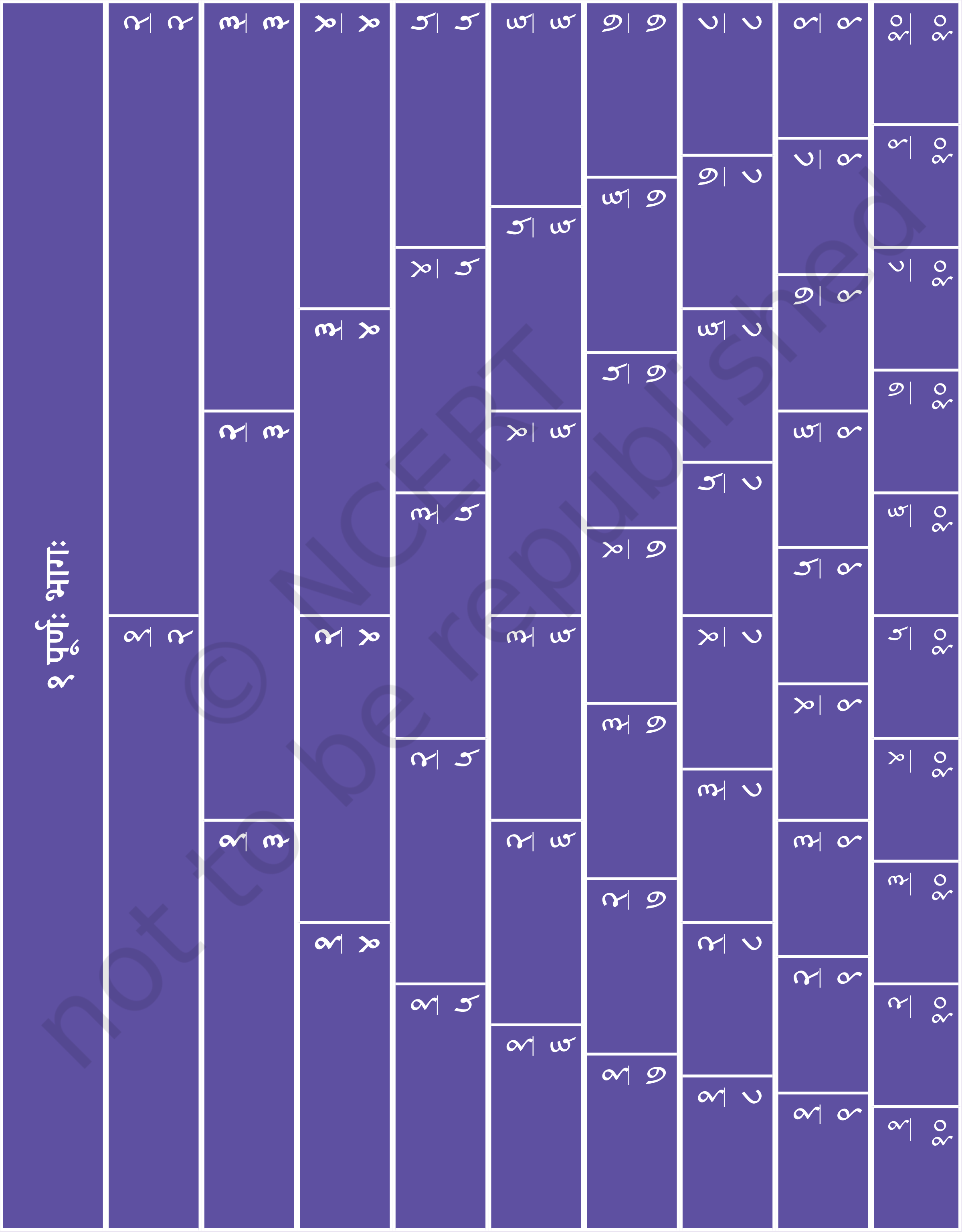


© NCERT not to be republished

© NCERT
not to be republished

भग्नांश - भित्तिका

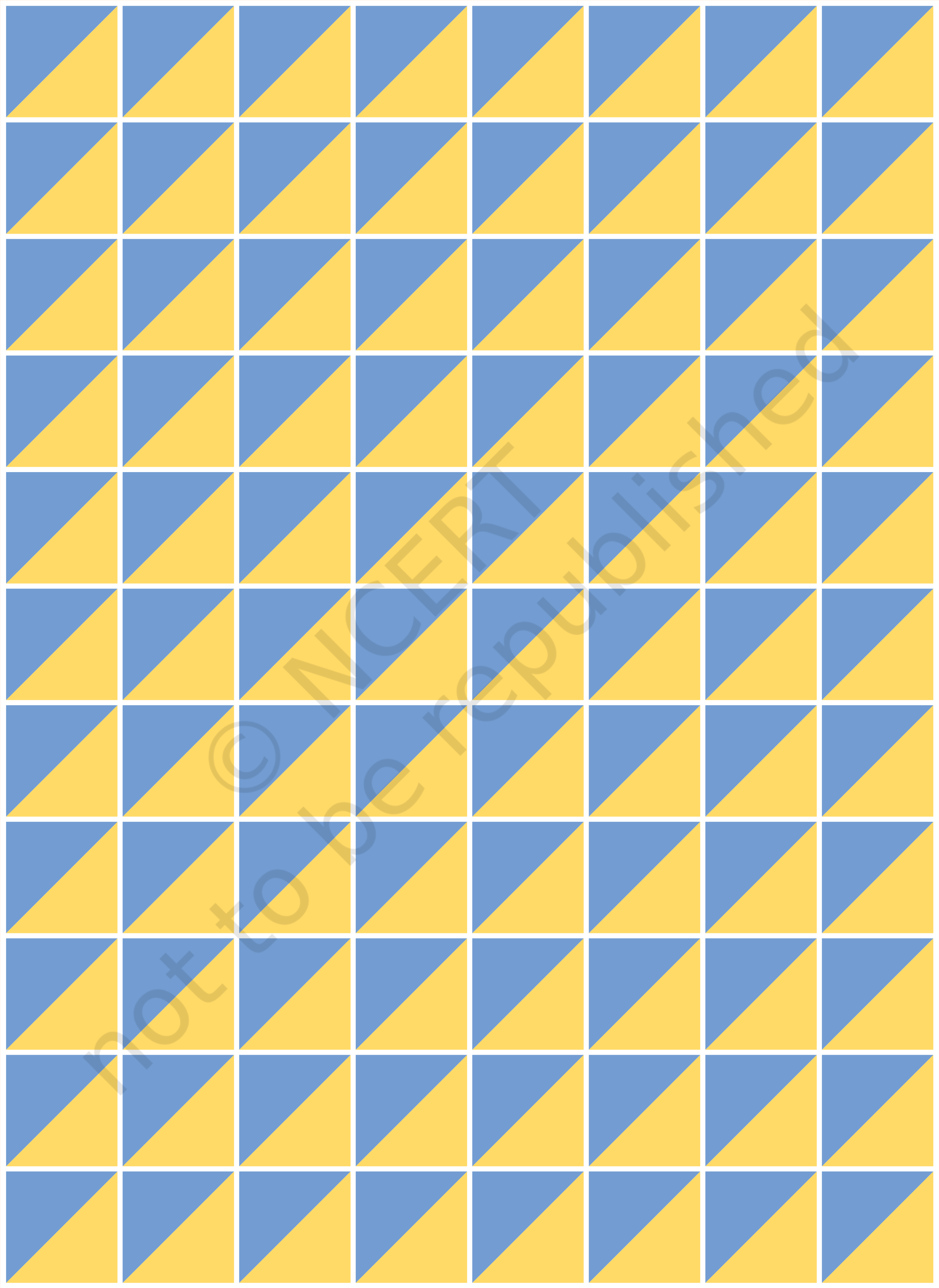
द्रष्टव्यः - श्वेतवर्णीयं सीमानम् आश्रित्य सर्वान् आकारान् कर्तयतु।



© NCERT not to be republished

© NCERT
not to be republished

द्रष्टव्यः - श्वेतवर्णीयं सीमानम् आश्रित्य सर्वान् आकारान् कर्तयतु ।



© NCERT not to be republished

© NCERT
not to be republished

टिप्पण्यः

© NCERT not to be republished

टिप्पण्यः

© NCERT
not to be republished