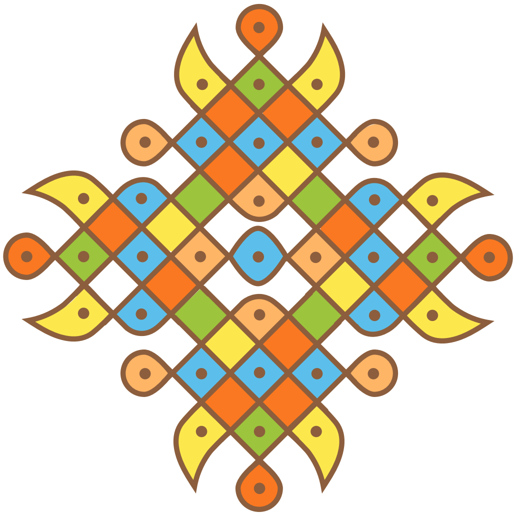
९

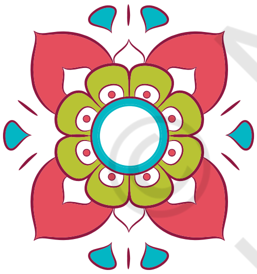
सममितिः



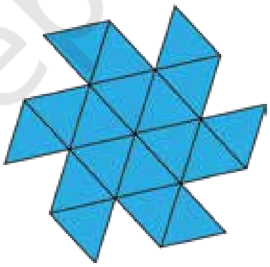
परितः पश्यतु-भवान् बहूनि वस्तूनि अन्वेष्टुं शक्नोति यानि भवतः अवधानं ग्रहीष्यन्ति। एतादृशाः काश्चन वस्तूनि अधः दर्शितानि सन्ति।

पुष्पम्

चित्रपतङ्गः



रङ्गोली



पिन्-वील्

उपरि दत्तानां चित्राणां विषये किमपि सुन्दरम् अस्ति।

पुष्पं बहुविधकोणात् समानं दृश्यते। चित्रपतङ्गस्य विषये किम्? निःसन्देहे, वर्णाः अतीव आकर्षकाः सन्ति। परन्तु भवतः कृते चित्रपतङ्ग-अनुरोधानां विषये अन्यत् किम्?

एतेषु चित्रेषु, एतत् दृश्यते यत् आकृत्याः केचन भागाः पुनरावर्तिताः सन्ति, एते पुनरावर्तनाः निश्चितरूपेण भवितुम् अर्हन्ति इति भासते। भवन्तः पश्यन्ति यत् सुन्दरेषु किं पुनरावर्तते इति। *रङ्गोली* चित्रम्? मध्ये *रङ्गोली* ९० तमे वर्षे यदा पुष्पः परिभ्रमति तदा रक्तपित्ताः स्वयमेव पुनः आगच्छन्ति। केन्द्रस्य परितः तथा अन्येषु भागेषु एवं करोतु।

© NCERT not to be republished

पिन्वील् विषये किम्? किं भवन्तः स्पाट् कर्तुं शक्नुवन्ति यत् कः विन्यासः पुनरावर्तते?

सूत्रम् - हेक्सागन् मध्ये प्रथमं पश्यतु।

इदानीं, हेक्सागन् इत्यस्य प्रत्येकपार्श्वे किं चित्रं पुनरावृत्तं भवति इति भवान् वक्तुं शक्नोति वा? प्रत्येकपार्श्वे स्थिता आकृत्याः आकृतिः का? किं भवान् तत् जानाति? हेक्सागन् इत्यस्य सीमायां भवन्तः कथं एतानि आकृतयः चालयन्ति? अन्यानां चित्राणां विषये किम्-भवन्तं आकर्षमाणानां संरचनानां विषये किम्, पुनरावर्त्यमानानां संरचनानां विन्यासाः काः?

मेघाः

अन्यस्मिन् हस्ते, मेघाणां अस्मिन् चित्रे पश्यतु। एतादृशः पुनरावर्तकविन्यासः नास्ति।

वयं कथयितुं शक्नुमः यत् प्रथमाः चत्वारः आकृतयः सममितयः सन्ति, अन्तिमः च सममितयः नास्ति इति। कस्मिंश्चित् निश्चितपद्धतौ पुनरावर्त्यमानस्य आकृत्याः भागस्य वा भागस्य वा सममितिः निर्दिशति।

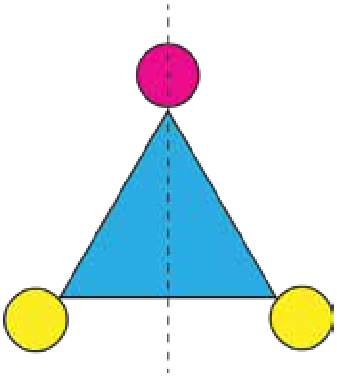
ताज महल

गोपुरम्

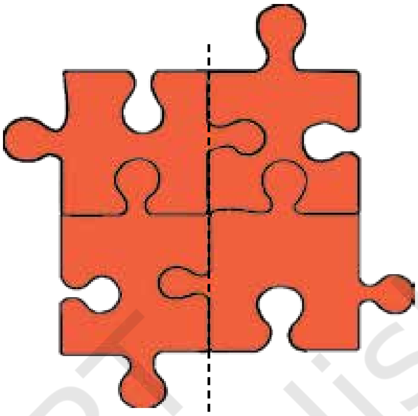
एतेषु सुन्दरेषु संरचनासु भवान् यत् सममितिम् पश्यति तत् किम्?

९.१ समरूप - रेखा

चित्रम् (क) बिन्दुयुक्त-पङ्क्त्या सह नील-त्रिभुजस्य चित्रं दर्शयति। यदि भवान् बिन्दुरेखायाः पार्श्वे त्रिकोणं पूरयति तर्हि किं भविष्यति? अयमेव, त्रिभुजस्य अर्धभागः अपरार्धं पूर्णतया आच्छादयति। एते उच्यन्ते **दर्पण-खण्डाः**!



(क)



(ख)

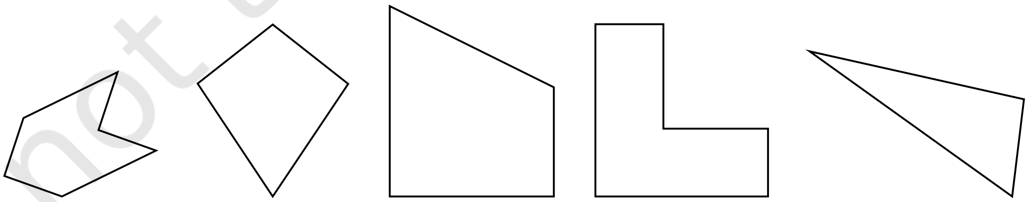
चतुर्षु पजल्-खण्डैः सह चित्रस्य (ख) विषये किम्, तथा मध्ये गच्छन्ती बिन्दुयुक्ता पङ्क्तिः किम्? ते दर्पणम् स्थगयन्ति वा? न, यदा वयं रेखायाः पार्श्वे पङ्क्तिं करिष्यामः, तदा वामार्धः दक्षिणार्धस्य उपरि यथार्थतया न योजयति।

एकं रेखा यत् एकं चित्रं द्वयोः मध्ये विच्छेदयति। यदा पङ्क्त्याः पार्श्वे पङ्क्तिं भवति तदा यथार्थतया आच्छादिताः भागाः अ इति उच्यन्ते। **समरूपरेखा** चित्रस्य।

एतत् निश्चिन्वन्तु

१. अध्यायस्य आरम्भे अङ्केषु किमपि सममिति-रेखा भवन्तः पश्यन्ति वा? मेघस्य चित्रे किं भवति?

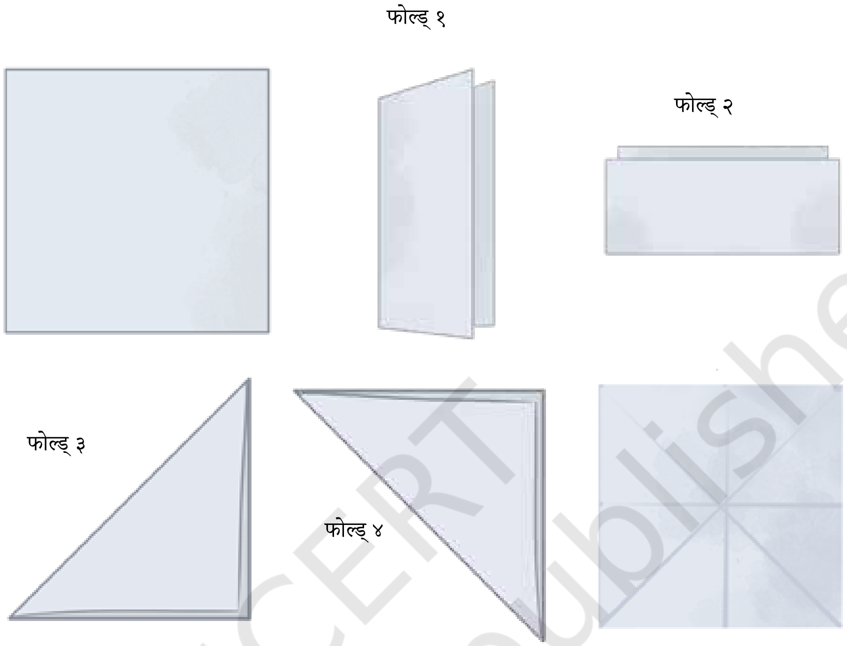
२. निम्नलिखितेषु प्रत्येकस्य अङ्कस्य कृते, यदि सममितिः अस्ति तर्हि पङ्क्तिं चिन्वन्तु।



© NCERT not to be republished

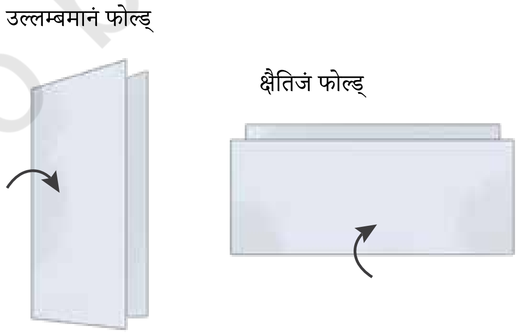
एकाधिकाभिः समरूपरेखाभिः सह आकृतयः

किमर्थं चतुष्कोणे केवलं एकं पङ्क्तिः सममितिः भवति?
कागदेन एकं वर्गखण्डं स्वीकरोतु। फोल्डिङ्ग्-द्वारा, तस्य सर्वाः पङ्क्तिः सममितिम् अन्विष्यतु।



अत्र विविधानि फोल्ड्-विशेषाः सन्ति यानि विविधानि लैन्स्-आफ्-सिमेट्री इत्येतानि ददति।

- पत्रं अर्ध-ऊर्ध्वतः पातयन्तु।
- तत् पुनः अर्ध-क्षैतिजरूपेण फोल्ड् करोतु (यथा, भवान् एतद् द्विवारं फोल्ड् करोतु)। इदानीं तत् फोल्ड् उद्घाटयतु।



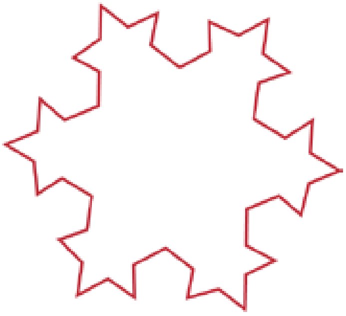
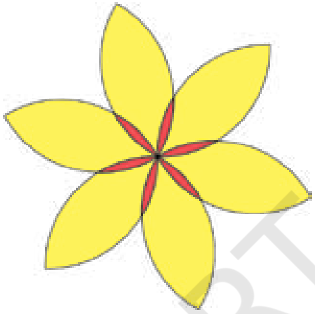
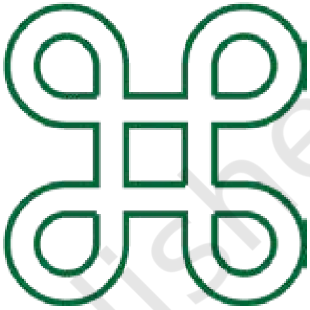
पुनः अर्धभागे वर्गम् आवरणं करोतु (तृतीयवारं अधुना), परन्तु अस्मिन् समये विकर्णस्य पार्श्वे, आकृतौ दर्शितं भवति। पुनः उद्घाटयतु।

© NCERT not to be republished

तं अर्धभागे पातयन्तु (चतुर्थवारं), परन्तु अस्मिन् समये अन्यस्य विकर्णस्य पार्श्वे, आकृतौ दर्शितं भवति। फोल्ड् इत्यस्य बहिः उद्घाटयतु।

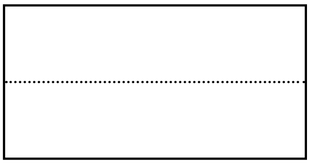
किमत्र अन्यः कश्चिद् उपायः अस्ति येन एतत् वर्गक्षेत्रं तथा फोल्ड् कर्तुं शक्यते येन अर्धभागद्वयं परस्परम् उपर्युपरि आगच्छति? सममित्याः कति पङ्क्तिः वर्गाकारं भवति?

अतः, अङ्कानां सममितिः बहुविधरेखाः भवितुम् अर्हन्ति। अधः दत्तां सङ्ख्यासु सममित्याः बहुविधरेखाः अपि सन्ति। भवान् तत् अन्वेष्टुं शक्नोति। ते सर्वे?

वयं दृष्टवन्तः यत् वर्गस्य विकर्णः सममिति-रेखा अपि अस्ति इति। अस्माभिः एकं आयतम् स्वीकरोतु यत् चतुष्कोणं नास्ति। अस्य विकर्णः सममित्याः पङ्क्तिः अस्ति वा?

प्रथमं, आयतम् पश्यतु, अस्य प्रश्नस्य उत्तरं च ददातु। ततः, कागदेन आयताकारं खण्डं स्वीकृत्य, तस्य विकर्णस्य पार्श्वे फोल्डिङ्ग्-द्वारा यदि भागद्वयम् अतिव्याप्तिः भवति तर्हि पश्यतु। भवान् किं निरीक्षति?



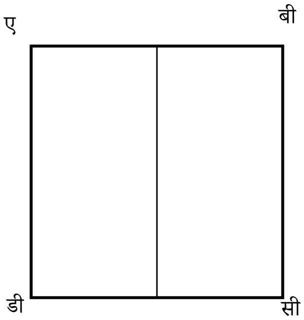
प्रतिबिम्बः

एतावत् यावत् वयं उक्तवन्तः यत् यदा वयं सममित्याः पङ्क्त्या सह एकं चित्रं पङ्क्तिं करिष्यामः, तदा भागद्वयं पूर्णतया अतिव्याप्तिः भवति। वयं अपि वक्तुं शक्नुमः यत् एकस्य पार्श्वस्य रेखा-सममिति-चित्रस्य भागः अपरपक्षस्य रेखा-द्वारा प्रतिबिम्बितः भवति; तथैव, रेखा-सममिति-चित्रस्य अपरपक्षस्य आकृति-अंशः प्रथमपक्षस्य प्रतिबिम्बितः भवति! चित्रस्य केषाञ्चन बिन्दूनां लेबलिङ्ग्-द्वारा अस्माभिः एतत् अवगन्तव्यम्।

ए, बी, सी तथा डी इति अङ्कितैः मूलैः युक्तेन वर्गस्य चित्रं दर्शयति। अस्माभिः प्रथमं सममिति-ऊर्ध्वाधर-पङ्क्तिं विचारणीयम्। यदा वयं अस्य पङ्क्त्याः पार्श्वे वर्गस्य प्रतिबिंबं करिष्यामः, तदा बि,

© NCERT not to be republished

सि इति बिन्दुः दक्षिणस्यां दिशि आगमिष्यन्ति, तथा च ए, डि द्वारा पूर्वस्यां दिशि स्थितिं व्यापयन्ति, तदा ए, डि इति बिन्दुषु किं भवति? बी तथा डी द्वारा सी द्वारा आयोजित स्थिति पर ए कब्जा करता है!



यदि वयं ए-तः सी-पर्यन्तं विकर्णस्य पार्श्वे प्रतिबिम्बयामः तर्हि किं भविष्यति? ए, बी, सी तथा डी बिन्दुः कुत्र गच्छन्ति? सममित्याः क्षैतिजरेखायाः पार्श्वे यदि वयं प्रतिबिम्बयामः तर्हि किं भविष्यति? अतः सममित्याः पङ्क्तिः वा पङ्क्तिः वा अस्ति इति आकृतिः, अस्ति इति अपि कथ्यते। **प्रतिबिम्बसममिति.**

समरूप-रेखायुक्तानाम् आकाराणां निर्माणम्

एतावत् वयं सममिति-अङ्कान् असममिति-अङ्कान् च दृष्टवन्तः सङ्ख्याः। एतादृशं सममितियुक्तं अङ्कं कथं जनयति? अस्माभिः एतत् अन्वेष्टव्यम्।

इंक् ब्लोट् डेभिल्स्

भवान् ५ श्रेण्याः पूर्वं एतत् कुर्वन् आनन्दम् अवाप्नोत्। कागदेन एकं खण्डं स्वीकरोतु। अर्धभागे फोल्ड् करोतु। पत्रं उद्घाट्य एकस्य अर्धभागस्य उपरि किञ्चित्कम् उत्कीर्णं (अथवा वर्णं) प्रसरतु।

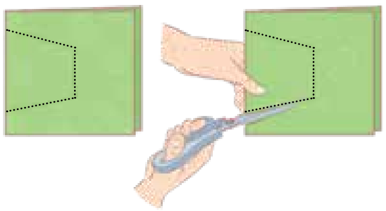
इदानीं एकत्र प्रक्षालयतु, ततः पुनः पत्रं उद्घाटयतु।

- भवान् किं पश्यति?
- परिणाम-अङ्कः सममितियुक्तः अस्ति वा?
- यदि अस्ति, तर्हि सममिति-रेखा कुत्र अस्ति?
- अन्यत् किमपि पङ्क्तिः अस्ति वा यया सह फोल्ड् कृत्वा विशिष्टभागद्वयं निर्मातुं शक्यते?
- एतादृशानि अधिकानि प्रतिरूपाणि निर्मातुं प्रयतताम्।

© NCERT not to be republished

कागदानां फोल्डिंग् कार्टिं च

सममिति-आकृतयः निर्मातुं अन्यः उपायः अत्र अस्ति!

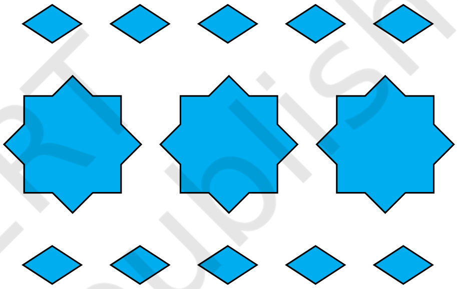


एतेषु द्वयोः अङ्कयोः, पत्रस्य एकः पत्रः फोल्ड् भवति तथा च एकं कट्, बिन्दुरेखायाः पार्श्वे निर्मितं भवति। कागदेन यदा फोल्ड् भवति तदा कथं दृश्यते इति रेखाङ्कनं करोतु।

अस्मिन् चित्रे किं भवान् सममिति-पङ्क्तिं पश्यति? तत् किम् अस्ति?

फोल्डिङ्ग् तथा कटिंग् द्वारा भिन्नान् सममिति-आकारान् कल्पयतु।

सममिति-आकारं प्राप्तुं कागदेन खण्डानां फोल्डिङ्ग् तथा कटिंग् इत्येतयोः अधिकाः मार्गाः सन्ति!

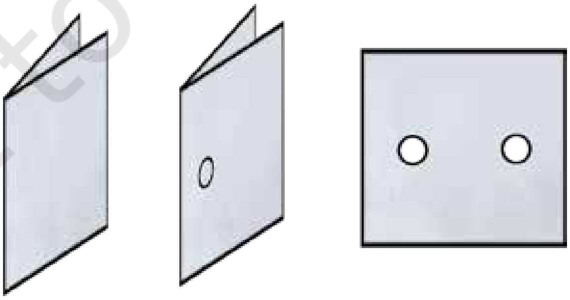


लघुतरं आयताकारं वर्णयुक्तं पत्रं प्रयुज्यताम्। तत् बहुवारं फोल्ड् कृत्वा पत्रं कर्तयित्वा कानिचन अन्तरङ्गविन्यासान् निर्मातु, यथा अत्र दर्शितम् अस्ति। पुनरावर्तितविन्यासे सममिति-पङ्क्तिं चिन्वन्तु। उत्सवीस्थानानां कृते एतादृशानां अलङ्कृतपत्राणां कट-औट् इत्येतान् उपयुञ्जन्तु।

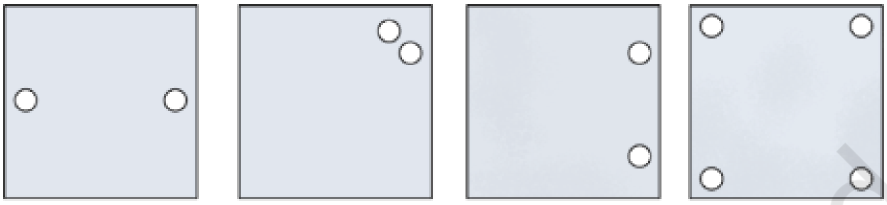
एतत् निश्चिन्वन्तु

मुष्टियुद्धक्रीडा

द फ़ोल्ड् इतीदं सममित्याः पङ्क्तिः अस्ति। मुष्टिप्रहारयन्त्रस्य उपयोगेन पत्रस्य फोल्डेड्-स्क्रेर्-शीट् इत्यस्य विभिन्नेषु स्थानेषु मुष्टिप्रहारः भवति, भिन्नान् सममिति-प्रतिरूपाणि च कल्पयति।

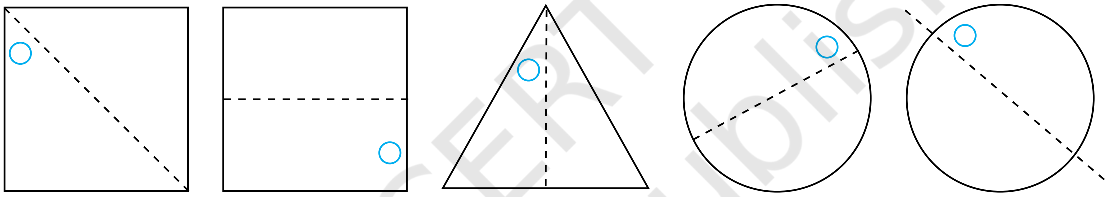


१. अनुवर्तमानेषु प्रत्येकस्मिन् अङ्केषु, एकं छिद्रम् कागदस्य फोल्डेड्-स्क्वेर्-शीट्-मध्ये मुष्टिप्रहारितं, ततः पत्रं फोल्डेड् अभवत्। यस्याः पत्रस्य फोल्डिङ्ग् अभवत् तस्य पङ्क्तिं चिन्वन्तु।
चित्रम् (घ) मध्ये एकं छिद्रम् मुष्ट्या निर्मितम् आसीत्। पत्रं कथं फोल्ड् जातम्?



क. ख. ग. घ.

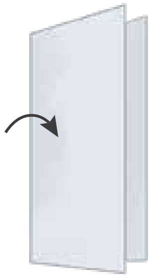
२. समरूपरेखानां प्रदत्तान् भागान् दृष्ट्वा अन्यान् गोलकान् चिह्नतु।



क. ख. ग. घ. ङ.

३. अत्र पेपर-कटिंग् विषये कानिचन प्रश्नाः सन्ति।
एकम् ऊर्ध्वाधरं फोल्ड् इति चिन्तयतु। वयं तस्य प्रतिनिधित्वं एवं कुर्मः

ऊर्ध्वाधर फोल्ड



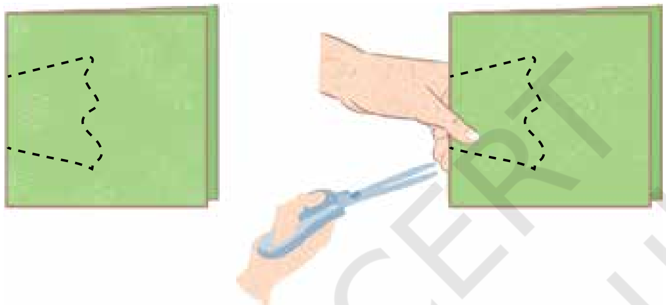
© NCERT not to be republished

समानतया, क्षैतिज-फोल्ड् इतीदं निम्नलिखितरूपेण निरूपितम् अस्ति।

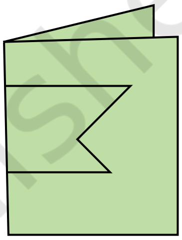
क्षैतिज-फोल्ड्

४. अनुवर्तमानानां कटानां प्रत्येकस्य अनन्तरं, यदा पत्रं उद्घाट्यते तदा छिद्रस्य आकारस्य पूर्वानुमानं करोतु। यदा भवान् स्वस्य पूर्वानुमानं करोति, कटौट् करोति, उत्तरस्य सत्यापनं च करोति।

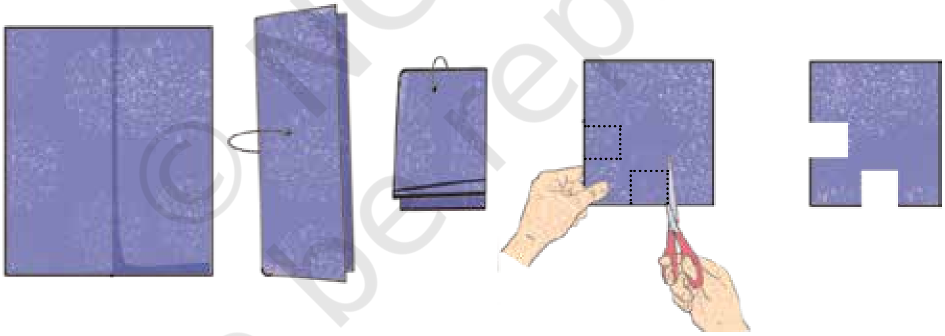
क.



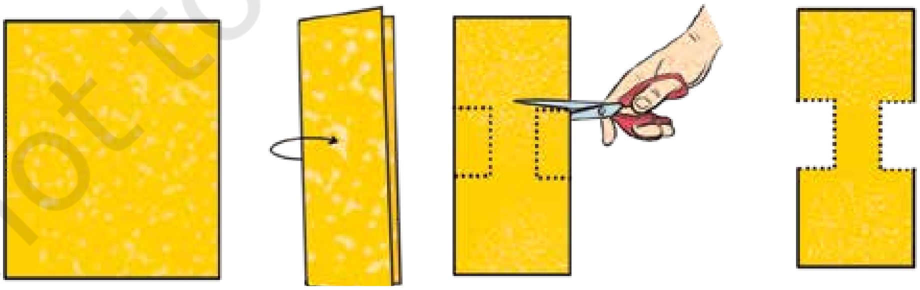
ख.



ग.



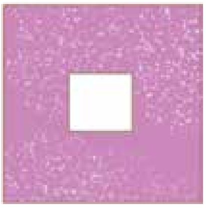
घ.



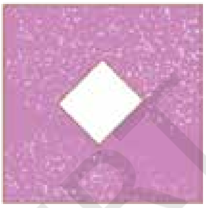
© NCERT not to be republished

५ केषुचित् फोल्ड्-युक्तानाम् एतेषां प्रत्येकानां आकृतयः, एकं सरलं कर्तनं च प्राप्नुयात्। भवान् तत् कथं करिष्यति?

क. केन्द्रे विद्यमानः छिद्रः एकः वर्गः अस्ति।



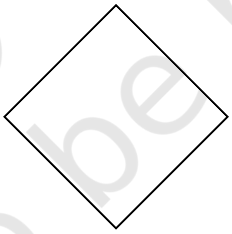
ख. केन्द्रे विद्यमानः छिद्रः एकः वर्गः अस्ति।

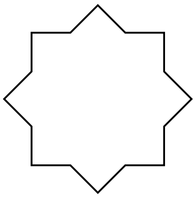


टिप्पणिः -उपर्युक्तयोः प्रश्नद्वये, यदि केन्द्रस्य ४-पक्षीय-आकृतयः एकस्य वर्गस्य गुणविशेषयोः सन्तुष्टिं कुर्वन्ति तर्हि पश्यन्तु।

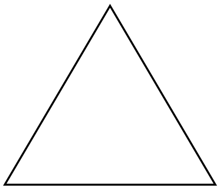
६. एतेषु आकारेषु कति समरूपरेखाः सन्ति?

क.

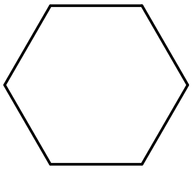




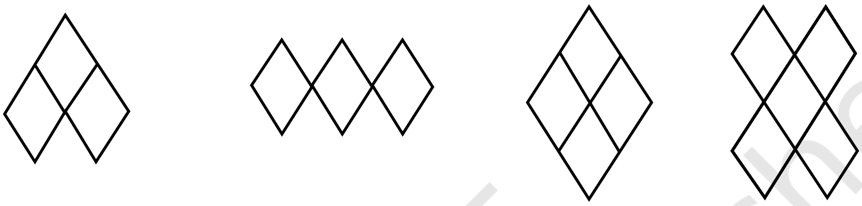
ख. समबाहुविशिष्टः समकोणविशिष्टश्च त्रिभुजः।

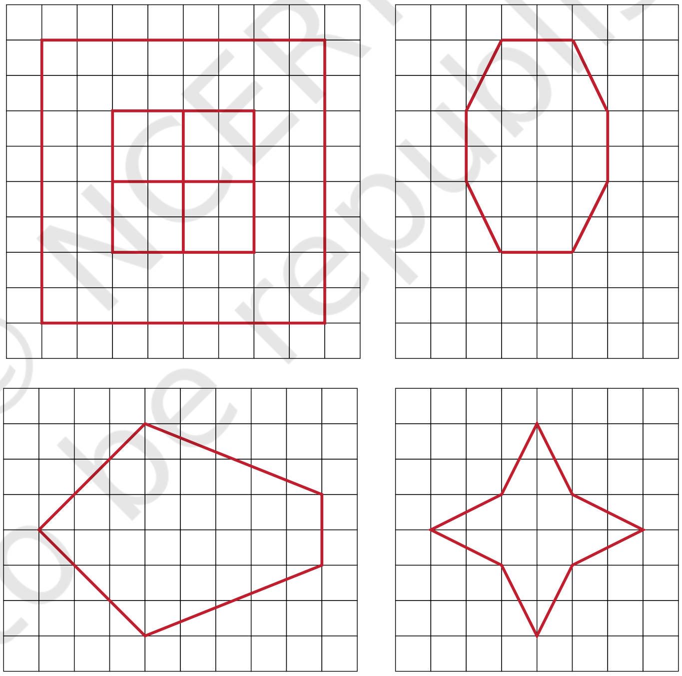


ग. समबाहुविशिष्टः समकोणविशिष्टश्च षड्भुजः।



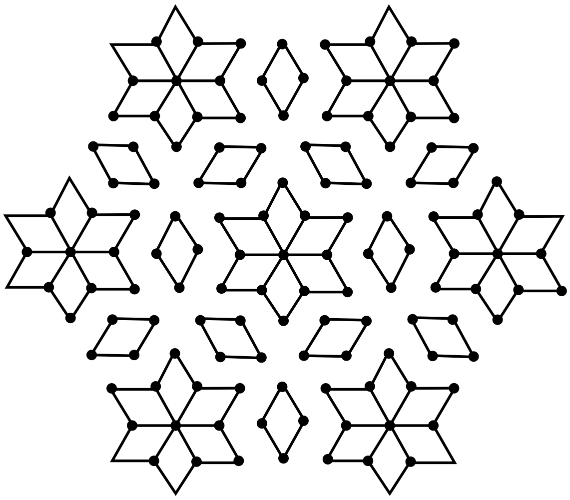
७. यदि शक्यते, तर्हि प्रत्येकं चित्रम् अन्विषतु, किञ्च समरूपरेखाः अङ्कयतु।





© NCERT not to be republished

८. अधोवर्तिनः कोलाम्-आकारस्य कृते समरूपरेखाः अन्विषतु।



९. अधोवर्तिनः चित्रयतु -

क. एकया समरूपरेखया युतः एकः त्रिभुजः

ख. समरूपरेखात्रययुतः एकः त्रिभुजः।

ग. समरूपरेखाविहीनः एकः त्रिभुजः।

द्वाभ्यां समरूपरेखाभ्यां सहितस्य एकस्य त्रिभुजः निर्माणं किं भवितुम् अर्हति?

१०. अधोवर्तिनः चित्रयतु। प्रत्येकस्मिन् सन्दर्भे, आकृत्यां न्यूनातिन्यूनम् एकः वक्रसीमा अवश्यं भवेत्।

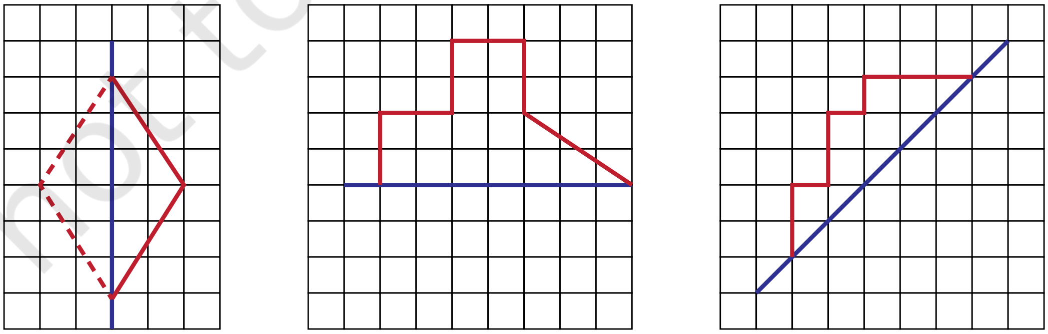
क. एकया समरूपरेखया सहिता आकृतिः।

ख. द्वाभ्यां समरूपरेखाभ्यां सहिता आकृतिः।

ग. समरूपरेखाचतुष्टयेन युता आकृतिः।

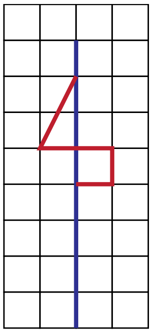
११. स्क्वेर्ड्-कागदे अधोवर्तिनां प्रतिलिपिं करोतु। एतान् आकारान् तथा समापयतु येन नीलरेखया समरूपरेखा बोध्येत। प्रथमं (क) भवतां कृते कृतम् अस्ति।

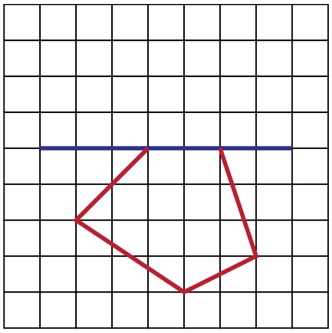
a = क
b = ख
c = ग

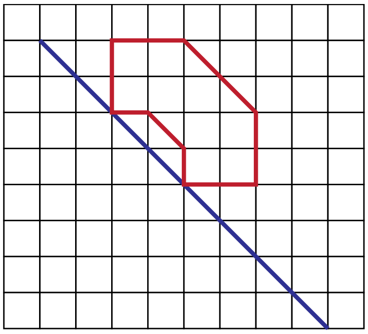


(क) (ङ)

d = घ
e = ङ
f = च

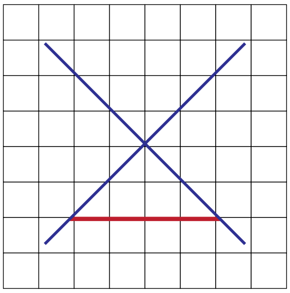

(d)

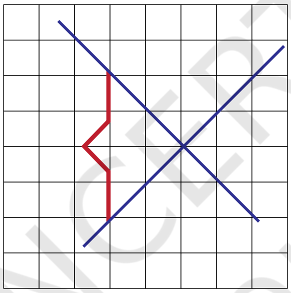

(e)

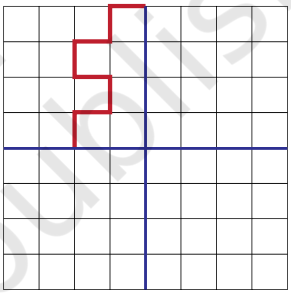

(f)

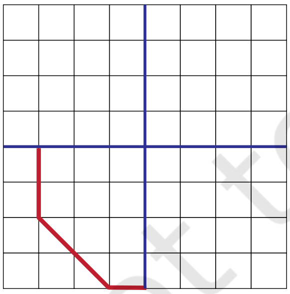
सूत्रम् - (ग) तथा (च) कृते, पश्यतु यदि पुस्तकस्य परिभ्रमणम् साहाय्यं करोति!

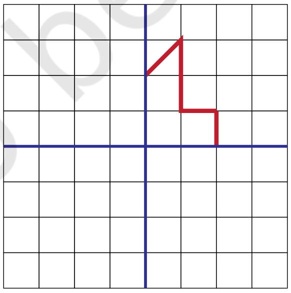
१२. प्रतिलिपिम् अनुसरतु। एन्. जी. स्क्वेर्ड्-पेपर् इत्यत्र चित्रयति। प्रत्येकं तेषां एकं पूरयतु येन परिणाम-आकृतौ द्वे नीलरेखाः सममिति-रेखाः इव भवन्ति।

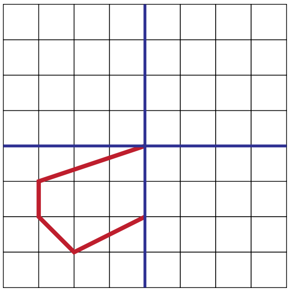

(क)


(ख)


(ग)

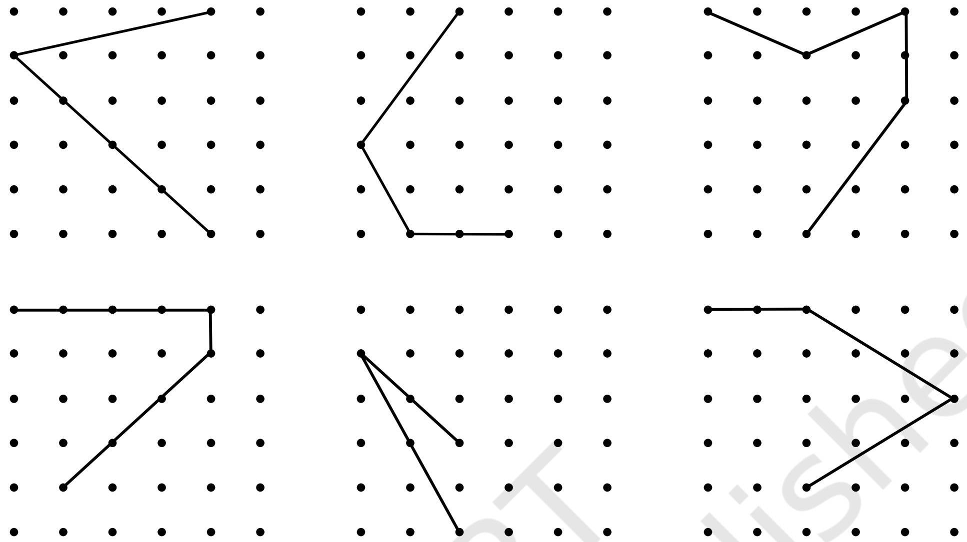

(घ)


(ङ)


(च)

© NCERT not to be republished

१३. ए-डाट्-ग्रिड् इत्यत्र अनुवर्तनं प्रतिलिपिं करोतु। प्रत्येकस्य अङ्कस्य कृते द्वे अधिकं पङ्क्तयः अङ्कयन्तु येन सममिति-पङ्क्तिः युक्तः आकारः भवेत्।



९.२ आवर्तमाना समरूपता

चित्रस्य कागद-पवनचक्री सममितियुक्ता दृश्यते, परन्तु सममित्याः पङ्क्तिः नास्ति! तथापि, यदि भवान् तत् फोल्ड् करोति, तर्हि द्वौ हाल्व्स् इत्येतौ यथार्थतया अतिव्याप्तिः न करिष्यन्ति। अन्यस्मिन् हस्ते, यदि भवान् केन्द्रस्य रक्तबिन्दुः परितः ९०° यावत् परिभ्रमति, तर्हि पवनचक्री यथार्थतया तथैव दृश्यते।

वयं वदामः यत् पवनचक्री अस्ति इति। **घूर्णनसममिति.**

परिभ्रमण-सममितिविषये वार्तालापं कुर्वन्, यत्र वस्तु परिभ्रमिता भवति तस्य विषये सर्वदा निश्चितः बिन्दुः भवति। अयं निश्चितः बिन्दुः इति कथ्यते। **परिभ्रमणकेन्द्रम्.**

९०° तः न्यूनकोणस्य माध्यमेन परिभ्रमिते विण्ड्मिल् इत्यस्य उपरिभागः यथार्थतया समानरूपेण दृश्यते वा?

न!

यस्याः कोणे एका आकृतिः परिभ्रमिता भवितुम् अर्हति, तत् एव कोणम् इति कथ्यते। **घूर्णनसममितेः कोण**, अथवा केवलं एकः **सममिति-कोणः**, लघुतरं कृते।

© NCERT not to be republished

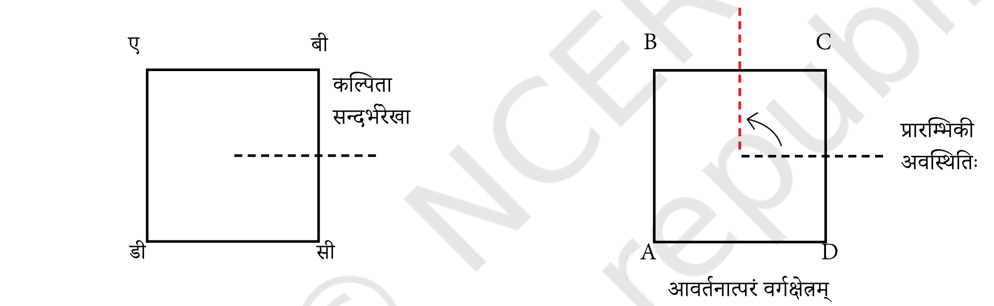
पवनचक्रस्य कृते सममिति-कोणः ९०° (चतुर्थ-वक्रं), १८०° (अर्ध-वक्रं), २७०° (त्रि-चतुर्थ-वक्रं) तथा ३६०° (पूर्ण-वक्रं) भवति। अवलोकयतु यत् यदा किमपि चित्रं ३६०° द्वारा परिभ्रमितं भवति, तदा तत् स्वस्य मूलस्थानं प्रति प्रत्यागच्छति, अतः ३६०° सर्वदा सममिति-कोणः भवति।

अतः, वयं पश्यामः यत् पवनचक्राणां सममितिः ४ कोणानि सन्ति इति।

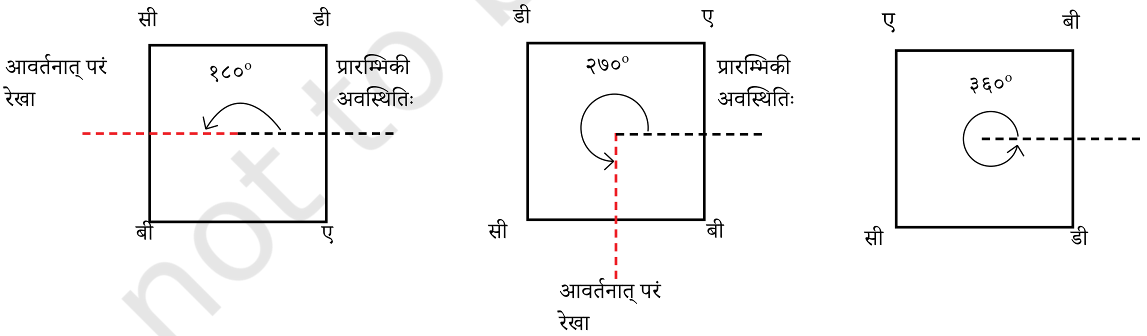
किं भवान् अन्यस्य आकारस्य विषये जानाति यत् सममित्याः यथार्थतया चतुर्णां कोणान् धारयति?

सममित्याः कति कोणानि वर्गम् अस्ति? प्रारम्भिकवर्गं प्राप्तुं कियत् अधिकं परिभ्रमणम् आवश्यकं भवति?

अस्माभिः ९०° परिभ्रमणानन्तरं स्वयमेव एक-वर्ग-आच्छादनं पुनः प्राप्यते। एतत् अस्मान् ए-बिन्दुं बी-बिन्दोः स्थानं प्रति नयति, बी-बिन्दुं सी-बिन्दोः स्थानं प्रति नयति, सी-बिन्दुं डी-बिन्दोः स्थानं प्रति नयति, डी-बिन्दुं च पुनः ए-बिन्दोः स्थानं प्रति प्रत्यानयति। किं भवान्/भवती जानाति यत् कुत्र आवर्तनस्य केन्द्रं चिह्नीकर्तव्यम् इति ?

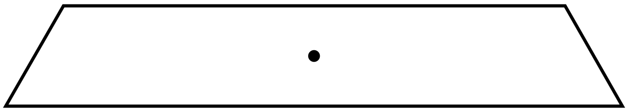


सममित्याः अन्ये कोणाः के सन्ति?

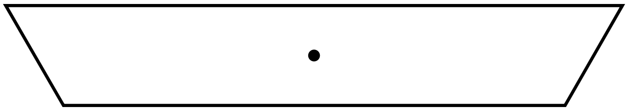


© NCERT not to be republished

उदाहरणम् - अनुवर्तमानायाः पट्टिकायाः सममिति-कोणान् अन्विषतु।



समाधानम् : आगच्छन्तु, वयं केन्द्रम् आधारीकृत्य इमाम् आकृतिं घटिकादिशि आवर्तयामः।



उपरिस्थे चित्रे १८०° परिणामानां परिभ्रमणम्। मूल-आकृत्या सह एतत् अतिव्याप्तिः भवति।

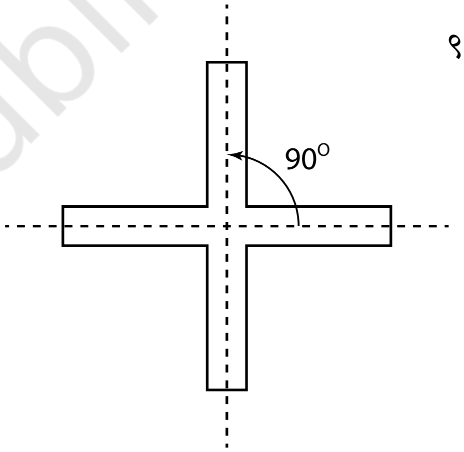
न। कुतः ?

अस्मात् स्थानात् १८०° पर्यन्तं अन्यः परिभ्रमणः मूलस्वरूपं प्रददाति।

एषा आकृतिः तस्य मूलस्वरूपं प्रति केवलं पश्चात् एव प्रत्यावर्तते। **एकः** ३६०° द्वारा पूर्ण-परिभ्रमणम्। अतः, वयं वदामः यत् एषा आकृतिः **आवर्तिता सममितिः नास्ति।**.

रेडियल्-बाहुसहितायाः आवर्तितायाः सममितेः आकृतयः

९०°



एतत् चित्रं विचारयतु, ४ रेडियल्-शस्त्रैः युक्तं चित्रम्। सममितिः कति कोणानि कुर्वन्ति इति। अस्ति वा? ते काः सन्ति? संलग्नतायाः मध्यबिन्दुरेखायाः मध्ये कोणः ९०° अस्ति इति लक्षयतु।

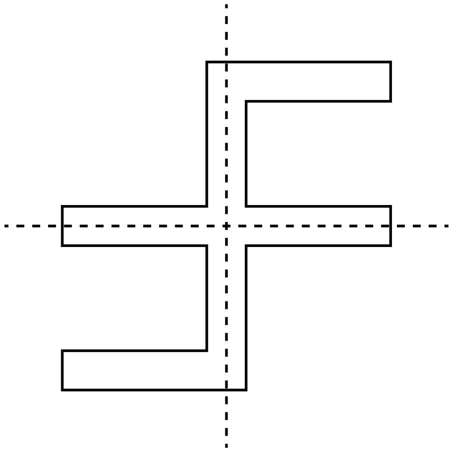
राडियल्-आर्म्स् मध्ये कोणान् परिवर्तयितुं शक्नोषि वा येन आकृतिः अद्यापि सममित्याः ४ कोणान् धारयति? तत् अङ्कयितुं प्रयतताम्।

यदि चित्रे वस्तुतः सममितिः ४ कोणानि सन्ति इति द्रष्टुं, भवान् कागदस्य द्वयोः भिन्नयोः खण्डयोः चित्रं चित्रयितुं शक्नोति स्म। पत्राणां एकस्मात् रेडियल्-शस्त्राणि कर्तयतु। कागदे अङ्कं निश्चितं कृत्वा परिभ्रमण-सममिति-परीक्षणार्थं कटौट् परिभ्रमयतु।

उपरि दत्तांशं कथं परिवर्तयिष्यसि येन तस्य केवलं द्वे सममिति-कोणौ स्तः?

© NCERT not to be republished

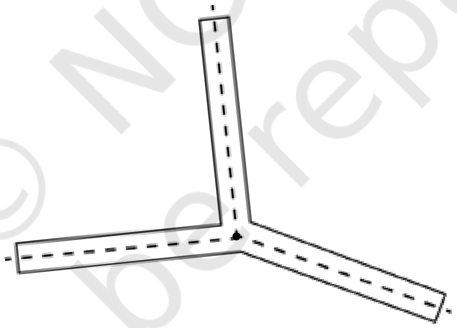
अत्रैकः मार्गः अस्ति -



४ तथा २ सममिति-कोणयुक्ताः सङ्ख्याः वयं दृष्टवन्तः। सममित्याः यथार्थतया ३ कोणयुक्तां चित्रं वयं प्राप्तुं शक्नुमः वा? अस्य कृते भवान् रेडियल्-शस्त्राणि उपयोक्तुं शक्नोति वा?

अधः दत्तां आकृतौ ३ रेडियल्-शस्त्रैः सह प्रयतताम्। सममित्याः कति कोणानि सन्ति, तानि कानि?

अत्राधः ३ रेडियल्-बाहुयुक्ता आकृतिः प्रदत्तास्ति।



अस्य आकृत्याः प्रतिलिपिं अन्विष्य तस्य खण्डनं करोतु। अस्य अङ्कस्य परिक्रमणकोणे निर्धारितं कटौट् इत्यस्य परिक्रमणेन।

वयं पश्यामः यत् केवलं पूर्णपरिवर्तनम् अथवा ३६० परिभ्रमणम् एव।° तत् चित्रं स्वयमेव पुनः आनयति। अतः एतत् चित्रं ३६० डिग्री-मितं परिभ्रमण-सममितिम् न धारयति, तस्य सममितिः एकमात्रः कोणः अस्ति।

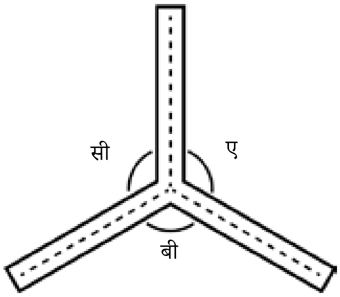
तथापि, तस्य सममित्याः ३ कोणान् निर्मातुं आकृतौ किमपि परिवर्तयितुं शक्यते वा?

© NCERT not to be republished

बिन्दुरेखायाः मध्ये कोणपरिवर्तनेन एतत् कर्तुं शक्यते वा?

यदि त्रिभिः रेडियल्-शस्त्रैः युक्तस्य आकृत्याः परिभ्रमण-सममितिः भवेत्, तर्हि तस्य परिभ्रमण-संस्करणं मूलेन सह अतिव्याप्तिः भवेत्। अत्र उभयोः स्थूलचित्राणि सन्ति।

यदि एते संख्याद्वयम् अवश्यमेव अतिव्याप्तिः भवेत्, तर्हि कोणस्य विषये किं वक्तुं शक्नुयात्?



Angle sign has been changed.

ए त द् अवलोकयतु।

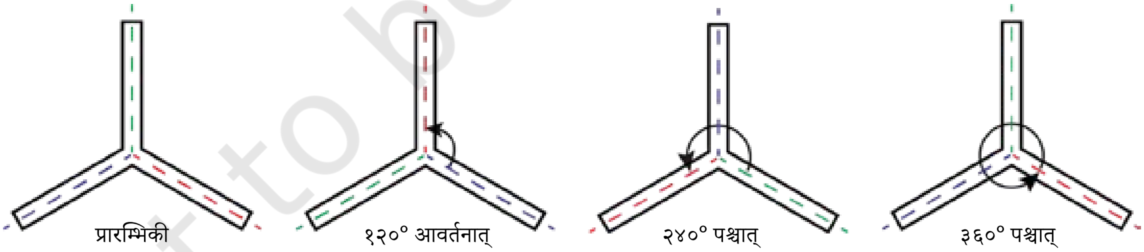
λए अवश्यमेव अतिव्याप्तिः भवेत्। λबी, λबी λबी अतिव्याप्तिः भवेत्। λ C तथा λC अवश्यमेव अतिव्याप्तिः भवेत्। λ A.

अतः, λए = λबी = λसी। अयं कोणः को भवेत्?

वयं जानीमः यत् पूर्णपरिवर्तनस्य ३६० डिग्री भवति इति। एतेषां त्रिषु कोणेषु समानरूपेण वितरीतम् अस्ति। अतः प्रत्येकं कोणं अवश्यमेव भवेत्। $\frac{३६०°}{३}$ = १२०°.

अतः, ३ शस्त्रयुक्ताः ३° एतत् निरीक्षणं सत्यापयितुं कागदेन कटौट् इत्यस्य उपयोगं करोतु।

इदानीं चित्रस्य परिभ्रमणस्य अनेककोणाः कथं भवन्ति, तानि काः सन्ति?



टिप्पणिः - आवर्तनस्य स्पष्टतः ज्ञानाय अत्र वर्णाः योजिताः सन्ति।

© NCERT not to be republished

अधिकान् अङ्कान् अन्विषतु।

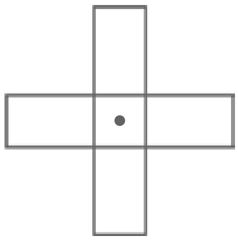
भवन्तः रेडियल्-आर्म्स्-युक्तं चित्रं चित्रयितुं शक्नुवन्ति यत् (क) सममित्याः यथार्थतया ५ कोणानि, (ख) सममित्याः ६ कोणानि सन्ति? प्रत्येकस्मिन् प्रकरणे सममिति-कोणान् अपि अन्विष्यतु। *सूत्रम्* - प्रथमं प्रकरणस्य कृते ५ रेडियल्-शस्त्राणि उपयुञ्जन्तु। समीपस्थयोः रेडियल्-शस्त्रयोः मध्ये कोणः कः भवेत्?

सममित्याः यथार्थतया ७ कोणयुक्तैः रेडियल्-आर्म्स्-युक्तैः आकृत्या सह विचारयतु। सममित्याः लघुतमः कोणः कः भविष्यति? अस्मिन् प्रकरणे डिग्रीनां सङ्ख्या सम्पूर्णसङ्ख्या अस्ति वा? यदि नास्ति तर्हि मिश्रभागरूपेण अभिव्यक्तं करोतु।

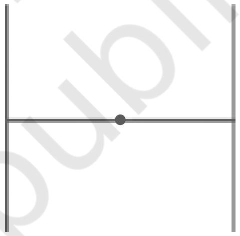
अन्यप्रकाराणां अङ्कानां कृते सममिति-कोणान् अन्वेष्टव्यम्।

एतत् निश्चिन्वन्तु

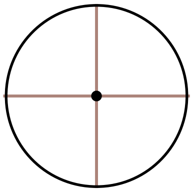
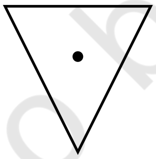
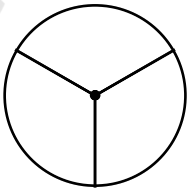
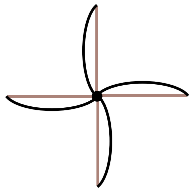
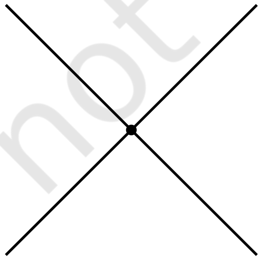
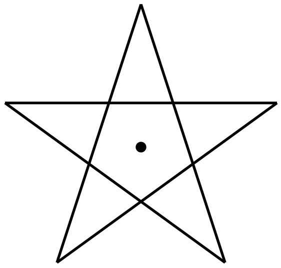
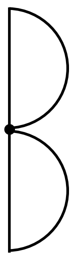
१. दत्तानाम् • इत्यङ्कानां बिन्दूनां चिह्नानि अवलोक्य सममिति-कोणान् अन्विषतु।


(क)

(ख)

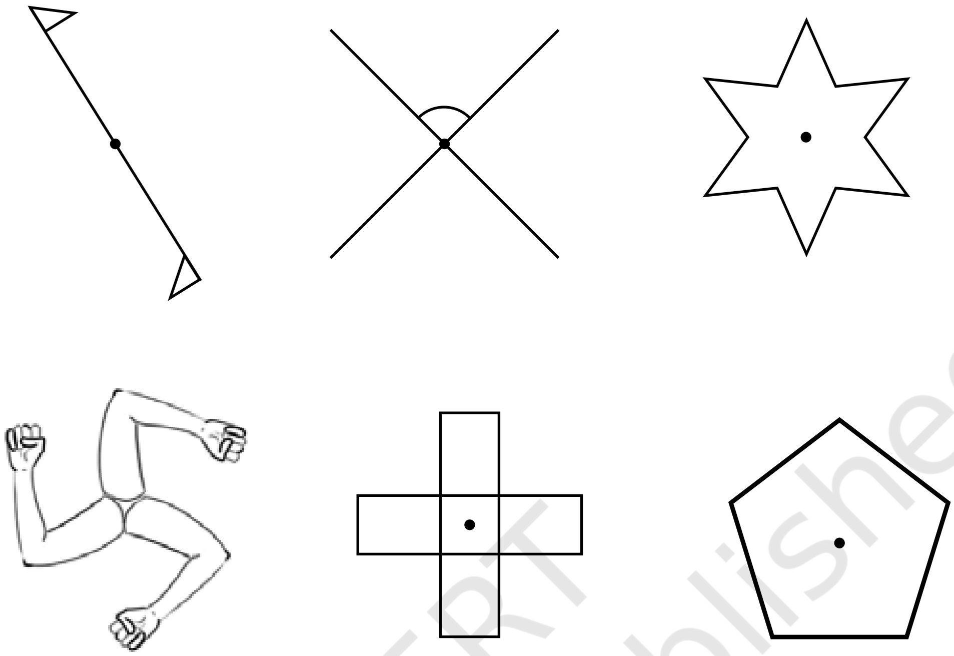

(ग)

२. निम्नलिखितेषु केषु अङ्केषु सममिति-कोणस्य अपेक्षया अधिकम् अस्ति?

© NCERT not to be republished

३. प्रत्येकस्य अङ्कस्य परिभ्रमण-सममिति-क्रमं ददातुः



उपरि उल्लिखितानां सर्वाणि प्रकरणानि सममिति-कोणान् सूचयन्तु।

- सममिति-कोणः यदा तेषां यथार्थतया २ भवन्तिः १८०°, ३६०°.
- सममिति-कोणः यदा तेषां यथार्थतया ३ भवन्तिः १२०°, २४०°, ३६०°।
- सममिति-कोणः यदा तेषां यथार्थतया ४ भवन्तिः ९०°, १८०°, २७०°, ३६०°।

एतेषु प्रकरणेषु सममिति-कोणानां विषये किमपि सामान्यं भवान् पश्यति वा? संख्यानां प्रथमः समुच्चयः १८० गुणितं भवति। द्वितीयं तु १२० गुणितं भवति। तृतीयः ९० गुणितं भवति।

प्रत्येकस्मिन् सन्दर्भे, कोणः लघुतमः कोणस्य गुणकः भवति। एतत् सर्वदा भवति वा इति भवान् चिन्तयित्वा पृच्छतु। किं चिन्तयति?

सत्यम् असत्यं वा

- प्रत्येकं अङ्कस्य सममिति-कोणे ३६० डिग्री भवति।

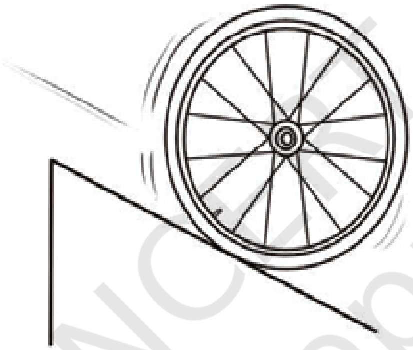
© NCERT not to be republished

- यदि आकृत्याः सममितिः लघुतमः कोणः स्तरेषु प्राकृतिकसङ्ख्या अस्ति, तर्हि तत् भवति। **एकः कारकः** मध्ये ३६० इति।

सर्वेषु अङ्कानां सममितिः लघुतमः कोणः अस्ति वा? इदं अधिकांशाः अङ्कानां कृते भवति, केवलं वृत्तसदृशानां अधिकांशाः सममित्याकृतीः विहाय, यस्याः सममितिविषये वयं अधुना चर्चां कुर्मः।

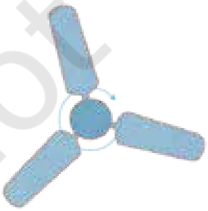
वृत्तस्य सममितिः

वृत्तं आकर्षकं चित्रम् अस्ति। यदा भवान् वृत्तं घटिकारूपेण तस्य केन्द्रस्य परितः परिभ्रमति तदा किं भवति? तत् स्वयमेव योजयति। भवान् तत् कस्मिन् कोणे परिभ्रमति इति न चिन्तयतु! अतः वृत्तस्य कृते प्रत्येकं कोणः सममिति-कोणो भवति।

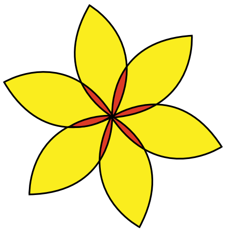


इदानीं वृत्तस्य आवर्तमध्ये एकं स्थानं स्वीकृत्य केन्द्रे सम्मेलयतु। वृत्तस्य व्यासपर्यन्तं विस्तारितं खण्डम्। किं तत् व्यासाङ्कनं प्रतिबिम्ब-सममित्याः पङ्क्तिः अस्ति? तदेवास्ति। प्रत्येकं व्यासाः सममित्याः पंक्तयो भवन्ति!

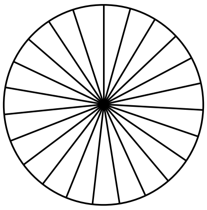
यथा चक्राणि, अस्माभिः परितः अन्यानि वस्तूनि अन्वेष्टुं शक्यते यत्र परिभ्रमण-सममितिः भवति। तान् अन्विष्यतु। तेषु केचन अधः दर्शिताः सन्ति।



व्यजनम्



पुष्पम्

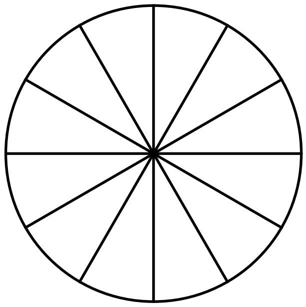


चक्रम्

© NCERT not to be republished

एतत् निश्चिन्वन्तु

१. अधो विद्यमानस्य वृत्तस्य क्षेत्राणि रञ्जयतु येन अस्याः आकृतेः (क) ३ सममितिकोणाः, (ख) ४ सममितिकोणाः, (ग) अन्ये सम्भाविताः सममितिकोणाः भवितुम् अर्हन्ति यान् भवान्/भवती विविधोपायैः रञ्जयितुं शक्नोति?



२. प्रतिबिम्बन-सममितिः, परिभ्रमण-सममितिः च उभयोः युक्ताः वृत्तस्य, वर्गस्य च अपेक्षया अन्यद्द्वयं अङ्कं चित्रयतु।

३. यत्र सम्भवं तत्र चित्रयतु, एकः स्थूलः रेखाचित्रः।

क. सममिति-पङ्क्तौ न्यूनातिन्यूनं द्वे, सममिति-पङ्क्तौ न्यूनातिन्यूनं द्वे च त्रिभुजः भवति।

ख. एकेन पङ्क्त्या सह त्रिभुजस्य सममितिः भवति, परन्तु परिभ्रमण-सममितिः नास्ति।

ग. चक्रीय-सममित्या सह चतुष्कोणीयः, परन्तु प्रतिबिम्ब-सममितिः नास्ति।

घ. प्रतिबिम्ब-सममिति-युक्तः चतुष्कोणीयः, परन्तु परिभ्रमण-सममिति-युक्तः नास्ति।

प्रयतताम् इदम्

४. एकस्मिन् चित्रे, ६०° सममित्याः लघुतमः कोणः अस्ति। अस्य आकृत्याः सममित्याः अन्यकोणाः काः सन्ति?

५. चित्रे, ६०° सममिति-कोणः अस्ति। अस्य आकृतौ ६०° तः न्यूनं सममिति-कोणद्वयं भवति। अस्य सममितिः लघुतमः कोणः कः?

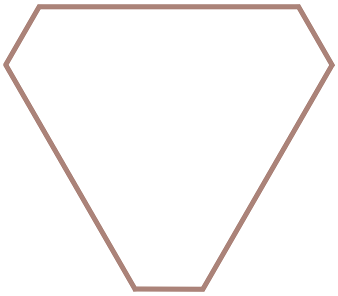
६. अस्माभिः परिभ्रमण-सममिति-युक्ता आकृतिः भवेत् यस्य सममिति-कोणं लघुतमः अस्ति।

क. ४५° ?

ख. १७° ?

© NCERT not to be republished

७. एतद्धि देहलीनगरस्थस्य नवीनस्य संसदभवनस्य चित्रम् अस्ति।



क. चित्रस्य बाह्यसीमा प्रतिबिम्बसममितिः अस्ति वा? यदि एवं भवति तर्हि सममित्याः पङ्क्तयः अङ्कयतु। ते कति अधिकाः सन्ति?

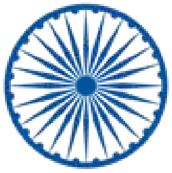
ख. तस्य केन्द्रस्य परितः परिभ्रमण-सममितिः अस्ति वा? यदि एवं भवति तर्हि परिभ्रमण-सममिति-कोणान् अन्विषतु।

८. अध्याय-१, सारणी-३, नियमित-बहुभुजानां प्रथम-आकार-श्रृङ्खलायां सममिति-रेखाः कथं आकृतिं कुर्वन्ति? किं सङ्ख्या-क्रमं भवान् प्राप्स्यति?

९. कथम् अनेकानां कोणानां सममितिः आकारं करोति? प्रथमाकार-क्रमः अध्यायः १, सारणी-३, नियमित-बहुभुजानि, सन्ति वा? किं सङ्ख्या-क्रमं भवान् प्राप्स्यति?

१०. अध्याय-१, सारणी-३, कोच्-स्नोफ्लेक्-अनुक्रमस्य अन्तिम-आकार-श्रृङ्खलायां सममिति-रेखाः कथं आकृतिं कुर्वन्ति? सममित्याः कति कोणानि सन्ति?

११. सममिति-कोणयोः अनेकाः पङ्क्तिः कथं कुर्वन्ति? *अशोकचक्रः* अस्ति वा?



टैल्स् इत्यनेन सह क्रीडा

क. वर्ण-पलकानां उपयोगः करोतु। पुस्तकस्य अन्ते तत् अनुवर्तमानं चित्रं पूर्णं करोतु येन तस्य सममितिः यथार्थतया २ पङ्क्तिः सन्ति।

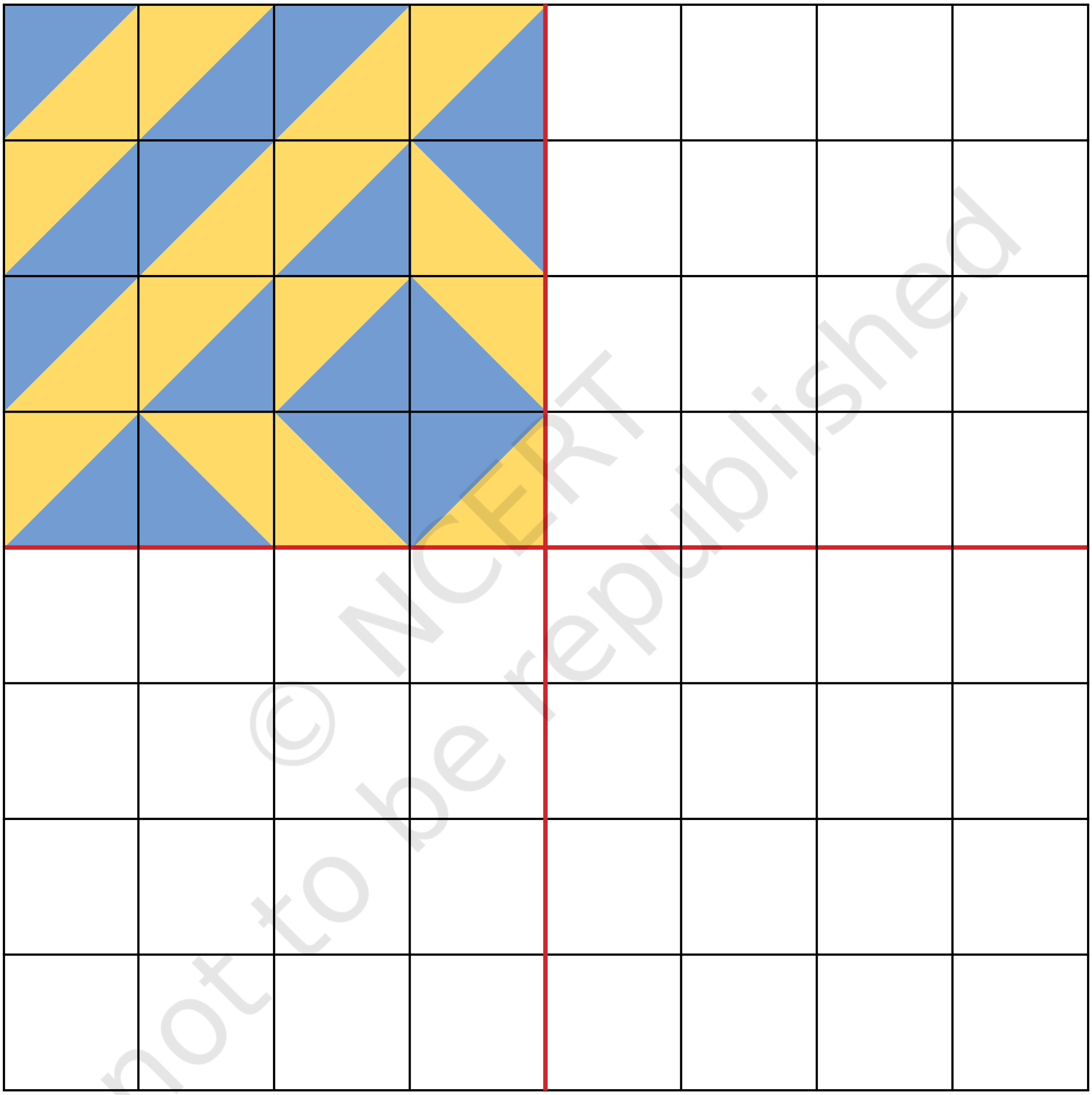
ख. १६ एतादृशानि टैल्स् इत्येतानि उपयुज्य यथार्थरूपेण दत्तांशानि निर्मीयन्तु।

एका सममितिरेखा

द्वे सममितिरेखे

ग. सृजनात्मक-सममिति-विन्यासानां निर्माणे एतेषां टैल्स् इत्येतान् उपयुञ्जन्तु।

© NCERT not to be republished

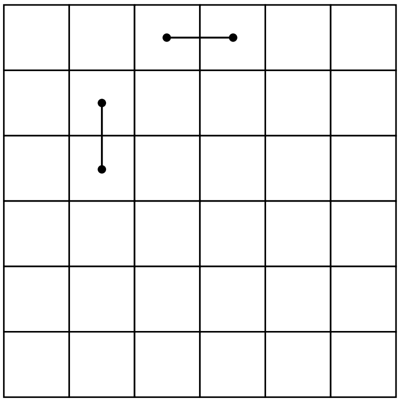


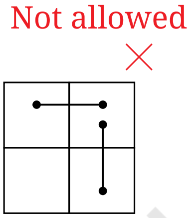
© NCERT not to be republished

क्रीडा

Not allowed - न अनुमोदितम्

६ x ६ इतिविधाम् एकां सारणीं निर्मातु। द्वौ क्रीडकौ पार्श्वे रेखाम् अङ्कयित्वा स्थानद्वयं स्वीकरिष्यतः। इयं रेखा उल्लम्बरूपेण समतलरूपेण वा भवितुम् अर्हति। परन्तु कदापि द्वे रेखे परस्परम् अतितरिष्यतः। इयं क्रीडा तावता न समाप्तिम् एष्यति यावता कश्चित् एकः अपि क्रीडकः पुनः रेखां निर्मातुं नार्हेत्। यः क्रीडकः रेखां स्थापयितुं न शक्ष्यति, सः पराजितो भविष्यति।





केनचित् क्रीडकेन कथं क्रीडनीयं येन सः विजयी भविष्यति?

सारसंक्षेपः

- यदा काचिद् आकृतिः कैश्चित् विशिष्टैः भागैः निर्मिता, ये भागाः पुनःपुनः आवर्तन्ते, तर्हि सा आकृतिः **सममितिः (सीमेट्री)** इति कथ्यते। अस्माभिः दृष्टं यद् एतादृशी आकृतिः प्रायः **सममितिरूपा** एव भवति इति।
- काचिद् रेखा या एकां सामानाम् आकृतिं द्वयोः भागयोः विभाजयति, यौ च भागौ प्रत्यक्षतः फोल्ड्-काले एकोपरि एकः आपतति। सेयं रेखा **सममितिरेखा** इति वा, **सममितिकोणः** इति वा कथ्यते।
- एकस्याम् आकृतौ एकाधिकाः सममितिरेखाः भवितुम् अर्हन्ति।
- कदाचित् कापि आकृतिः एकस्मात् निर्दिष्टात् स्थानात् एकं कोणं परितः परिभ्राम्यते चेदपि सा आकृतिः पूर्ववदेव समाना एव तिष्ठति। तस्याः आकृतेः एतादृशः कोणः **सममितिकोणः** इति कथ्यते। यस्याः आकृतेः सममितिकोणः ० तः ३६० डिग्री कोणमध्ये आयाति सः कोणः **आवर्त्यमाना सममितिः** इति कथ्यते। यस्मात् निर्दिष्टात् स्थानात् सा आवृत्तिः भवति तत्स्थानं हि **आवर्तनकेन्द्रम्** इत्युच्यते।
- एकस्याः आकृतेः एकाधिकाः सममितिकोणाः भवितुम् अर्हन्ति।
- कासाञ्चन आकृतीनाम् एका सममितिरेखा भवितुम् अर्हति, परन्तु कदाचित् सममितिकोणः नापि भवितुम् अर्हति। अन्यासां वा कासाञ्चन आकृतीनां तद्विपरीताः अपि भवितुम् अर्हन्ति। अपरासां वा कासाञ्चन आकृतीनाम् उभौ सममितिरेखाः सममितिकोणाश्च भवितुम् अर्हन्ति।

© NCERT not to be republished