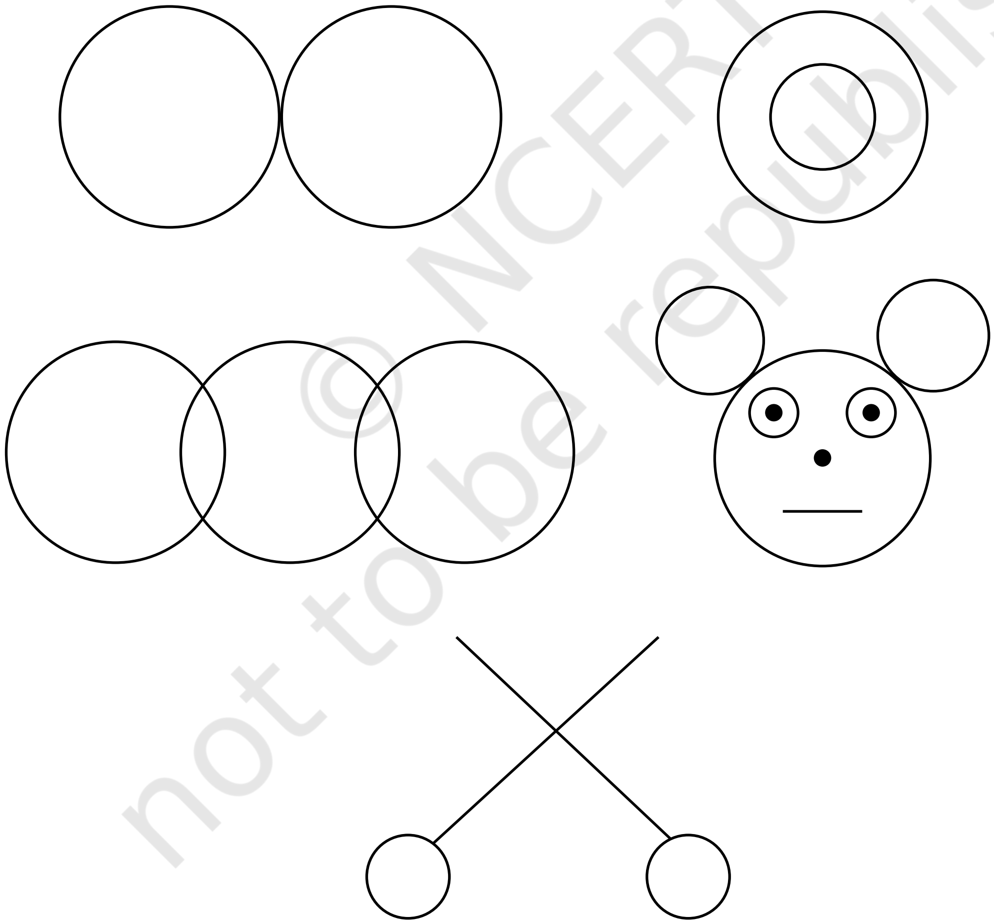
८ निर्माणैः सह क्रीडा

0674CH08

८.१ कलाकृतिः

निम्नलिखितानां अङ्कानाम् अवलोकनं कृत्वा तान् स्वतन्त्रतया चित्रयितुं प्रयतताम्।



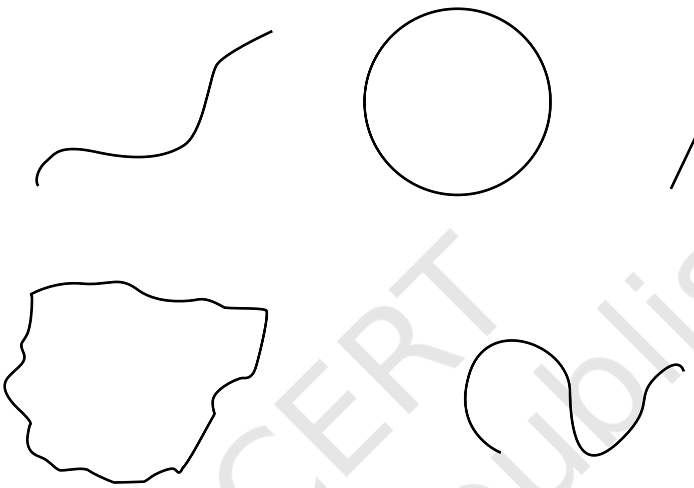
चित्रम् ८.१

© NCERT not to be republished

अधुना, स्वस्य हस्ते एकं कम्पास्, एकां मापनीं च स्वीकरोतु। यदि वयम् एतैः साधनैः सह एतान् अङ्कान् अङ्कयितुं शक्ताः तर्हि अन्विषामः, सङ्कोचविषये च परिचिताः भवामः।

कम्पास् कथं निर्मितम् इति अवलोकयतु। कम्पास् द्वारा कश्चित् किं चित्रयितुं शक्नोति? अन्विषतु!

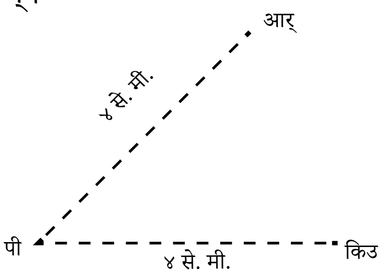
किं वक्रम् इति कथ्यते इति भवान्/भवती जानाति वा? ते कस्यापि आकृतयः सन्ति यानि अङ्कनीयुक्ते कागदे अङ्कयितुं शक्यन्ते, तथा च सरलरेखाः, वृत्तानि, अन्यानि अङ्कानि च अधः दर्शितानि सन्ति।



भवतः लेखपुस्तिकायां 'पी' इत्येकं बिन्दुं चिह्नीकरोतु। ततः, यथासंभवं अनेकान् बिन्दून् चिन्वन्तु, भिन्नदिग्देशेषु, यत् पी-तः ४ से. मी. दूरे अस्ति।

चिन्तयतु - पी-बिन्दुतः ४ से.मी. दूरे स्थितेषु सर्वेषु बिन्दुषु रेखां कल्पयतु, ताः कथं दृश्यन्ते?

वक्रस्य केषुचित् बिन्दुषु तत् सम्यक् भवति न वेति अन्वेष्टुं प्रयतताम्, तथा च यदि तेषां पी-तः दूरं वस्तुतः ४ से. मी. परिमितम् अस्ति न वेति तदप्यन्वेष्टुं प्रयतताम्।



अन्विषतु, यदि भवान्/भवती पूर्वमेव तत् नाकरोत्, अपि च पश्यतु यत् अस्य प्रयोजनार्थं सङ्कोचनस्य उपयोगः कर्तुं शक्यते वा इति।

कम्पास् इत्यस्य उपयोगेन पी इत्यतः ४ से. मी. परिमितेः कतिपयान् बिन्दून् चिह्नित्वा भवान् आरभेत। एतत् कथं करणीयम्?

मापिन्याः समीपे भवता कम्पास् उद्घाटनीयम् (चित्रम् ८.२), येन कम्पास् इत्यस्य अग्रभागस्य, अङ्कन्याश्च मध्ये दूरत्वं ४ से. मी. भवति।

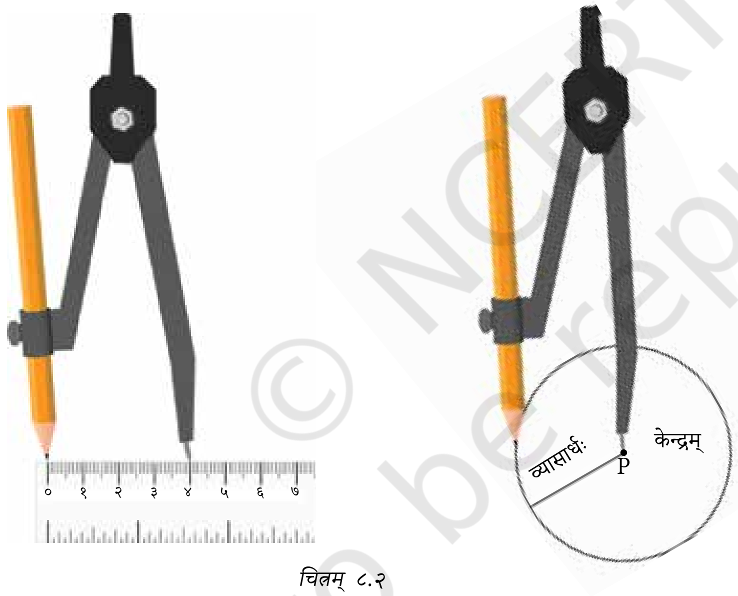
अधुना, पूर्णं वक्रं प्राप्तुं प्रयतताम्।

सङ्केतः - कम्पास् इत्यस्य बिन्दुं स्थापयतु, केवलं पेन्सिलस्य एव गतिः भवति।

वक्रस्य आकारः कः? एषः वृत्तः अस्ति!

वृत्तस्य उपरि एकं बिन्दुं स्वीकरोतु। सः बिन्दुः पी-तः कियद्दूरे अस्ति? — ४ से.मी. दूरे अस्ति, ४ से.मी.-तः न्यूनम्, ४ से.मी.-तः बृहान् वा? तथैव, पी-तः वृत्तस्थस्य कस्यचिद् अन्यस्य बिन्दोः दूरत्वं कियद् अस्ति?

चित्रे यथा दर्शितं तदनुसारेण पि-बिन्दुः वृत्तस्य **केन्द्रम्** इति कथ्यते। अपि च, केन्द्रात् वृत्तस्थस्य कस्यचिद् बिन्दोः दूरत्वं हि तस्य वृत्तस्य **व्यासार्धः** इत्युच्यते।



चित्रम् ८.२

सङ्कोचनस्य उपयोगस्य अन्वेषणं कुर्वन्, अग्रे गत्वा चित्राणां पुनर्निर्माणं कुर्वन्। चित्रम्। ८.१।

भवान् कर्तुं शक्नोति। अङ्कान् अङ्कैः सदृशं सुन्दरं करोतु। दर्शयतु। अत्र अस्ति वा? यदि भवान् इच्छति तर्हि पुनः प्रयतताम्।

अपि च, निर्माणम् सुलभतरं कर्तुं यन्त्राणां उपयोगः अस्ति वा?

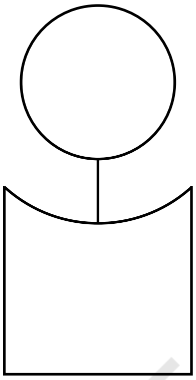
इदानीं निम्नलिखितानि अङ्कानि निर्मातुं प्रयतताम्।

© NCERT not to be republished

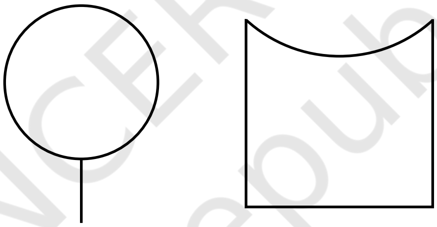
निर्माणम्

१. एकः जनः

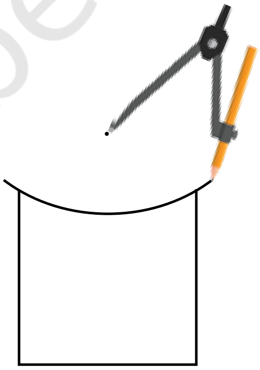
भवान् एतत् कथं चित्रयिष्यति ?



अस्मिन् चित्रे द्वौ घटकौ स्तः।



प्रथमभागस्य चित्रणं कथं करणीयम् इति भवान् कल्पयेत्। द्वितीयभागस्य चित्रणं कर्तुं, एतत् पश्यतु।



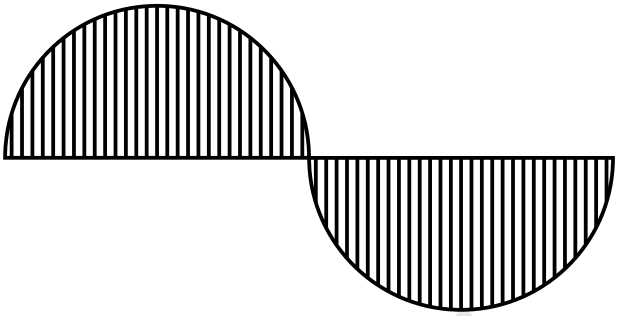
सङ्कोचनस्य अग्रं कुत्र स्थापयेत्, तथा च अस्य वक्रस्य चित्रणं कर्तुं त्रिज्या कुत्र स्थापनीया भवेत् इति ज्ञातुं अत्र प्रतिकूलता अस्ति। भवन्तः कम्पास्-मध्ये त्रिज्यां निर्धारयितुं शक्नुवन्ति तथा च

© NCERT not to be republished

भिन्न-भिन्न-स्थानेषु कम्पास्-इत्यस्य अग्रं स्थापयितुं प्रयतन्ते येन पश्यन्तु यत् वक्रं प्राप्तुं कः बिन्दुः कार्यं करोति इति। सूचीं कुत्र स्थापयेत् इति भवतः अनुमानं प्रयुज्यताम्।

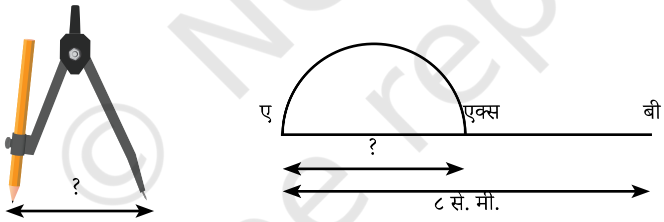
२. तरङ्गायितः तरङ्गः

अस्य निर्माणं करोतु।



यथा मध्यरेखायाः दीर्घता विशिष्टा नास्ति।डी, वयं तत् कस्यापि दीर्घतायाः कृते ग्रहीतुं शक्नुमः। ए. बी. इत्यस्य दीर्घता ८ से. मी. यावत् भवेत् इति केन्द्रीयरेखाम् एबी इतीदं स्वीकरोतु। वयं एतत् एबी = ८ से.मी. इति लिखामः।

अत्र, प्रथमा तरङ्गः अर्धवृत्तरूपेण अङ्किता भवति।



एतत् निश्चिन्वन्तु

१. अस्य अर्धवृत्तं प्राप्तुं सङ्कोचस्य कः त्रिज्या ग्रहीतुं शक्यते? ए. एक्स्. इत्यस्य दीर्घता का भवितुम् अर्हति?

२. भिन्नदीर्घतायाः मध्यरेखां स्वीकृत्य तस्य उपरि तरंगं आकर्षयितुं प्रयतताम्।

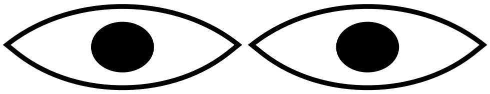
३. यत्र तरङ्गाः अर्धवृत्तस्य अपेक्षया लघवः सन्ति तत् चित्रं पुनः निर्मातुं प्रयतताम् (यथा आकृत्याः ग्रीवे दृश्यते, 'एकः जनः')। अत्र चुनौती अस्ति यत् उभयोः तरङ्गाः समानरूपेण प्राप्यन्ते इति। एतत् कष्टप्रदं भवेत्!

प्रयतताम् इदम्

© NCERT not to be republished

३. नेत्रे

कम्पास् इत्यनेन सह एतानि नेत्राणि कथं चित्रयति?

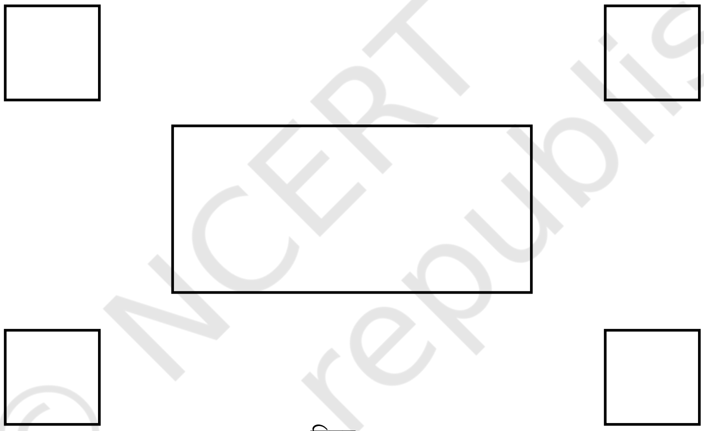


सङ्केताय अध्यायस्य अन्तं प्रति गच्छतु।

- मापिन्या, कम्पासेन च स्वस्य इच्छानुसारम् अन्यामेकां कलाकृतिं निर्मातु।

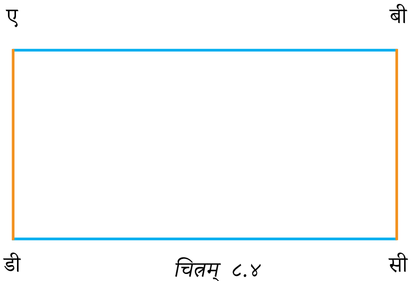
८.२ वर्गक्षेत्राणि आयतक्षेत्राणि च

इदानीं, तेषां सीमायां सरलरेखां धारयतीः काश्चन मूलभूत-आकृतीः पश्याम।



चित्रम् ८.३

इमाः काः आकृतयः सन्ति? सत्यम्? एताः सर्वाः आकृतयः वर्गक्षेत्राणि आयतक्षेत्राणि च सन्ति। परन्तु कथं वर्गक्षेत्राणि आयतक्षेत्रेभ्यः भिद्यन्ते?



चित्रम् ८.४

अस्य आयतस्य ए. बी. सी. डी. इत्यस्य विषये चिन्तयतु।

ए, बी, सी तथा डी इति बिन्दुः आयतस्य मूलकाः सन्ति। अस्य पार्श्वे ए. बी., बी. सी., सी. डी. तथा डी. ए. इति पङ्क्तिः सन्ति। अस्य कोणानि सन्ति। ∠अ, ∠बी, ∠सी तथा ∠डी।

नीलपक्षौ एबी तथा सीडी इति उच्यन्ते। **विपरीतपार्श्वे** यथा ते परस्परं प्रतिध्वनिं कुर्वन्ति। लिकेवैस्, सा. श. पू. तथा सा. श. पू. इति अपरयोः पार्श्वयोः युग्मः अस्ति।

© NCERT not to be republished

स्मरतु, आयतक्षेत्रमध्ये -

आर्. १) विपरीतानि पार्श्वानि समानदीर्घानि सन्ति,

आर्. २) सर्वे कोणाः ९०° सन्ति।

आयतक्षेत्राणां सन्दर्भे, वर्गक्षेत्रीयाः कोणाः पार्श्वानि च समदीर्घानि भवन्ति।

एकस्मिन् वर्गक्षेत्रे अधस्थौ द्वौ बिन्दवः अवश्यं भवेताम् -

एस्. १) सर्वाणि पर्श्वानि समदीर्घानि भवन्ति।

एस्. २) सर्वे कोणाः ९०° सन्ति।

चित्रम् ८.४ मध्ये प्रदत्तम् आयतक्षेत्रं पश्यतु, तच्च अभिदधातु एबीसीडी इति। आयतक्षेत्रमिदम् अन्येनापि नाम्ना अभिधातुं शक्यते - बीसीडीए, सीडीएबी, डीएबीसी, एडीसीबी, डीसीबीए, सीबीएडी, बीएडीसी इति च। तर्हि किम् आयतक्षेत्रस्य कमपि पार्श्वं स्वीकृत्य तेन अभिधातुं शक्यते? न! दृष्टान्तो यथा - भवान् इदम् आयतक्षेत्रम् - एबीडीसी अथवा एसीबीडी इत्थं वक्तुं न शक्नोति। किं भवता ज्ञातम्, कैः नामभिः अभिधातुं शक्यते, कैश्च न?

वैधेषु नामसु आयतक्षेत्रस्य कमपि एकं पार्श्वं स्वीकृत्य आवर्तनेन कोणान् अभिधातुं शक्नोति।

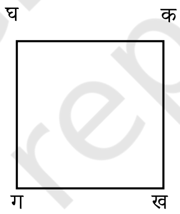
अधोलिखितेषु किं नाम अस्य वर्गक्षेत्रस्य भवितुं नार्हति?

१. कखघग

२. घकखग

३. गघकख

४. खगघक



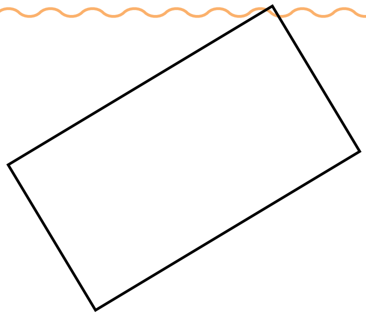
आवर्त्यमानानि वर्गक्षेत्राणि आयतक्षेत्राणि च

अत्र एकः वर्गक्षेत्रीयः कागदखण्डः अस्ति यस्य सर्वाणि पार्श्वानि समदीर्घानि सन्ति, अपि च सर्वे कोणाः ९०° पर्यन्तं समानाः सन्ति। प्रदर्शितं चित्रम् अनुसृत्य एताः आकृतयः परिभ्रमत्यः सन्ति। इदानीमपि इयमाकृतयः वर्गाकाराः सन्ति वा?

यदि परिभ्रमितं पत्रं अद्यापि वर्गस्य गुणान् पूरयति तर्हि पश्याम।

- किं सर्वाणि पक्षानि अद्यापि समानानि सन्ति? आम्।
- किं सर्वाणि कोणानि अद्यापि ९०° सन्ति? आम्।

© NCERT not to be republished



वर्गक्षेत्रस्य आवर्तनेन तस्य दैर्घ्यः प्रस्थश्च परिवर्तताः न भवन्ति।

अतः, एतत् परिभ्रमण-आकृतिः वर्गस्य गुणविशेषयोः सन्तुष्टिं करोति, अतः तत् वर्गम् अस्ति।

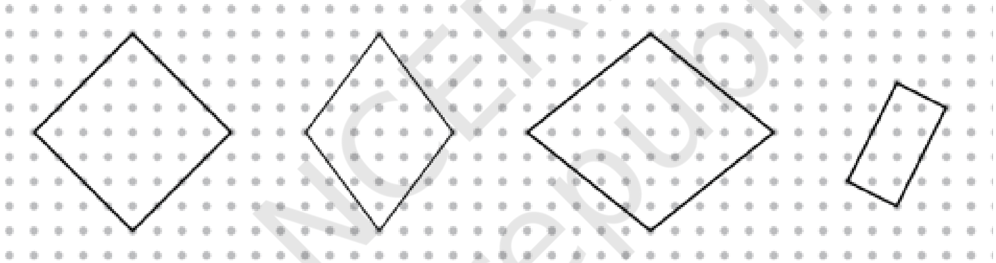
समानकारणात्, परिभ्रमण-आयतः इदानीमपि आयतः अस्ति।

एतत् निश्चिन्वन्तु

१. बिन्द्वाकारे कागदे (चित्रम् ८.३ अनुसृत्य) बाहुचतुष्टयम् अङ्कयित्वा एकम् आयतक्षेत्रं चित्रयतु।

इमाम् आकृतिं पुनः निर्मातुं किं करिष्यति येन आकृतेः चत्वारि पार्श्वानि आयतक्षेत्रस्य बाहुभ्यः समानतया दीर्घानि भविष्यन्ति? भवतां कक्षायाः सहपाठिभिः सह आलोचयतु।

२. अस्मिन् संग्रहे किमपि वर्गक्षेत्रम् अस्ति न वेति अन्विषतु। यदि आवश्यकं भवति तर्हि मापनस्य उपयोगः करोतु।



क खग घ

चिन्तयतु - यदि पक्षाः समानाः न सन्ति तर्हि किम् अस्य कारणम् अन्वेष्टुम् अर्हति? यदि च कोणाः समानाः न सन्ति, तर्हि उपकरणम् अनुपयुज्य युक्तान् कोणान् कर्तुं शक्नोति वा? किं वयं बिन्दुसन्दर्भे स्थानं दृष्ट्वा तत् मनसि अवधार्य अङ्कयितुं शक्यते?

३. बिन्दुसन्दर्भम् आश्रित्य न्यूनातिन्यूनं त्रीणि आवर्तितानि वर्गक्षेत्राणि आयतक्षेत्राणि च अङ्कयतु। तानि चित्राणि तथैव अङ्कयतु येषां समेषाम् आकाराणां कोणाः सन्दर्भस्य अन्तः एव स्युः। यदि चतुष्कोणाः आयतानि च सन्ति तर्हि सत्यापयतु यत् भवान् तेषां स्वसम्पत्तिं सन्तोषेन अङ्कयति इति।

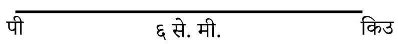
© NCERT not to be republished

८.३ वर्गाणां आयतक्षेत्राणां च निर्माणम्

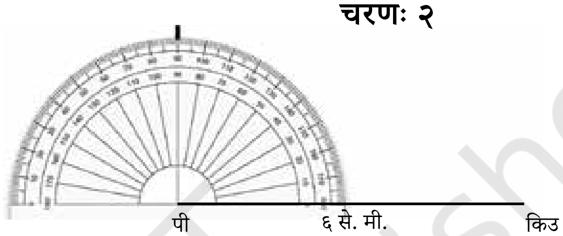
एहि, अधुना वयं वर्गाणि आयतक्षेत्राणि च निर्मातुं प्रारभामहे। ६ से.मी. परिमितं दीर्घमेकं वर्गक्षेत्रं भवान्/भवती कथं निर्मास्यति?

साहाय्यार्थं भवान्/भवती अधोदत्तानि चित्राणि द्रष्टुं शक्नोति। ६ से.मी. दीर्घमेकं पी.किउ.आर्.एस्. नामकं वर्गक्षेत्रम् अधः निर्मितम् अस्ति।

चरणः १



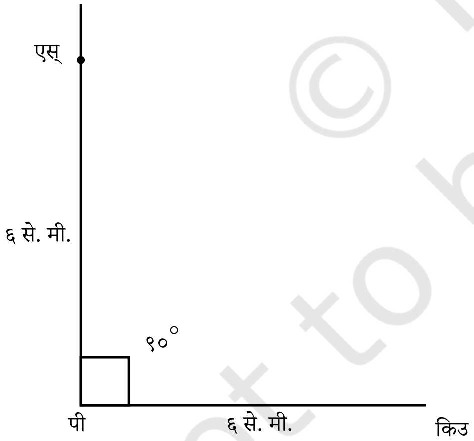
चरणः २



उपरि एकं चिह्नं निर्मातु, येन पी-तः पी.किउ. रेखायाः उल्लम्बरूपेण एका रेखा निर्मातुं शक्यते।

चरणः ३

पद्धतिः १

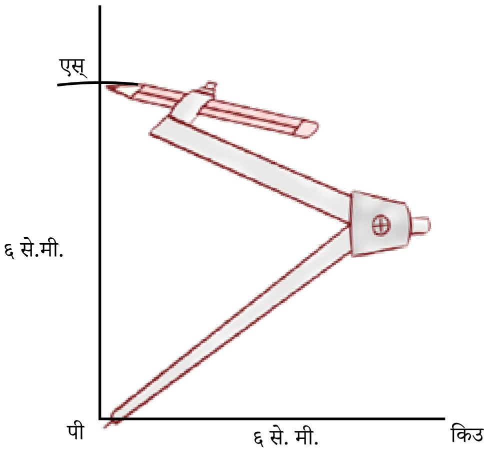


मापन्या उल्लम्बरेखायाम् एस्-नामकम् एकं बिन्दुं करोतु, अपि च इदं निश्चिनोतु यत् पी.एस्. = ६ से.मी. स्यात्।

पद्धतिः २

एतत् कम्पास् उपयुज्यापि कर्तुं शक्यते।

© NCERT not to be republished



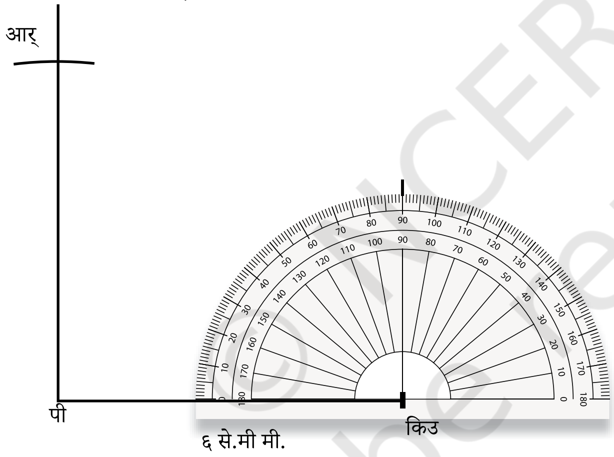
किं भवान्/भवती उत्तरितुं शक्नोति यत्
पी.एस्. कुतः ६ से. मी. दीर्घा अस्ति ?

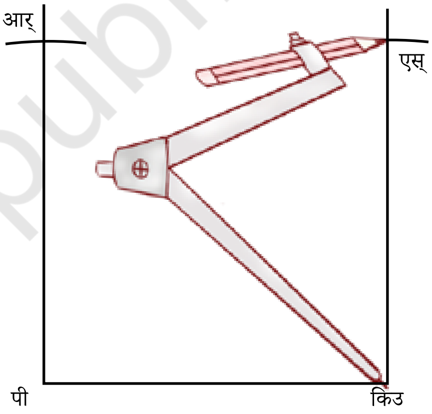
चरणः ४

किउ-तः पी.किउ.-रेखायाः उल्लम्बरूपेण एकां रेखाम् अङ्कयतु।

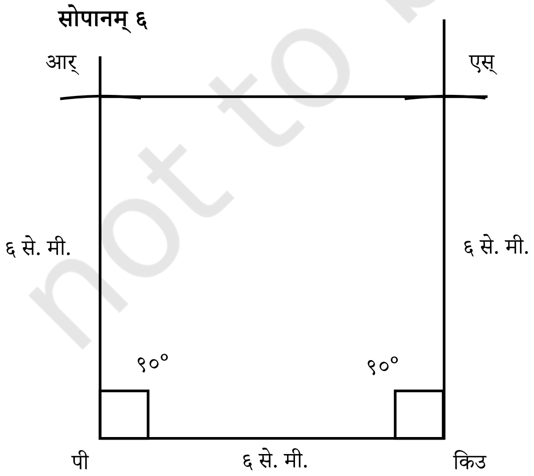
चरणः ५

यदि भवता कम्पास् व्यवहृतम्, तर्हि तेन परवर्ती बिन्दुः सारल्येनैव निर्दिष्टुं शक्यते।





सोपानम् ६



आर्.एस्.-रेखा कियती दीर्घा अस्ति? ∠आर् तथा ∠एस् इत्यनयोः कः परिमाणः स्यात्?

© NCERT not to be republished

निर्माणम्

१. एकम् आयतक्षेत्रं निर्मातु यस्य दैर्घ्यः ४ से.मी. तथा ६ से.मी. भवन्ति। चित्रणानन्तरम् एतत् पश्यतु यत् इदम् आयतक्षेत्रं सर्वाणि सूत्राणि संगच्छते न वेति।

२. एकम् आयतक्षेत्रं निर्मातु यस्य पार्श्वानि २ से.मी. तथा १० से.मी. दीर्घानि भवेयुः। अङ्कयित्वा पश्यतु यद् उभयोः आयतक्षेत्रयोः गुणविशेषाणां तृप्तिः भवति न वा इति।

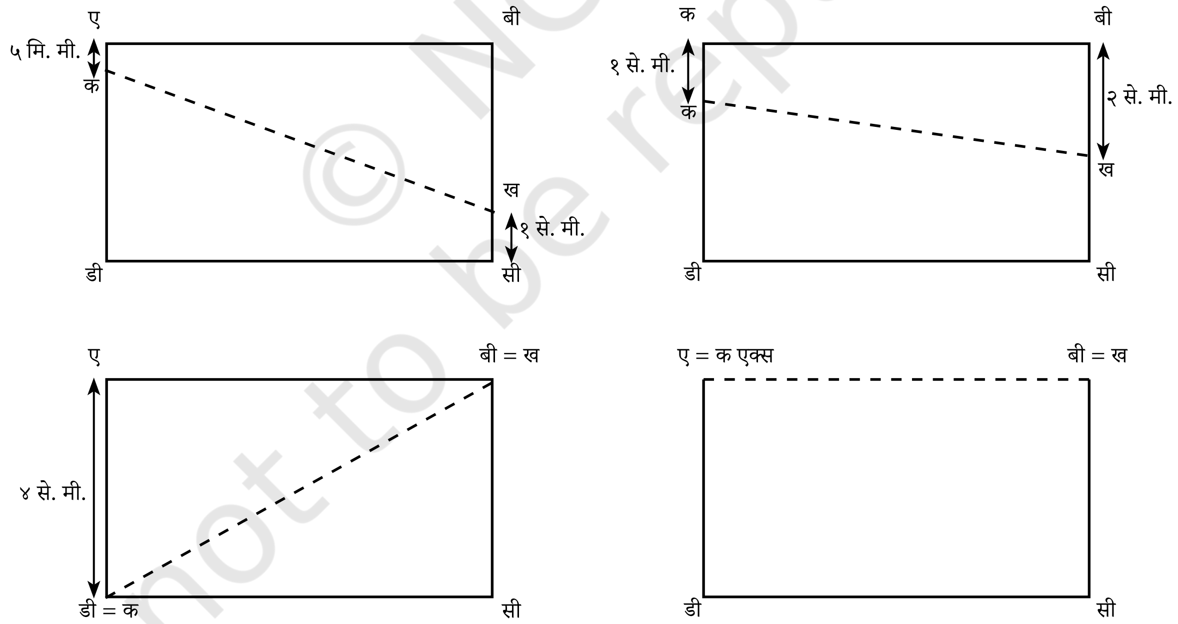
३. किं तथा पार्श्वचतुष्टयविशिष्टा आकृतिः निर्मातुं शक्यते यत्र -
- सर्वे कोणाः ९०° परिमिताः भवन्ति, परन्तु
- विपरीतानि पार्श्वानि समानानि न सन्ति?

प्रयतताम् इदम्

८.४ आयतक्षेत्रान्वेषणम्

एबीसीडी इति नामकम् एकम् आयतक्षेत्रं निर्मातु, यस्य एबी = ७ से.मी. तथा बीसी = ४ से.मी.।

कल्पयतु यत् एडी पार्श्वे क इति नामकः एकः बिन्दुः अस्ति, यो हि तस्मिन्नेव पार्श्वे क्वापि गन्तुं शक्नोति। समानतया बीसी पार्श्वे ख इति नामकः एकः अन्यः बिन्दुः अस्ति। इदं स्मरतु यत् अयं क-इति बिन्दुः तस्य पार्श्वस्य कोणद्वये ए-मध्ये, डी-मध्ये अपि भवितुम् अर्हति। समानरूपेण ख इति बिन्दुः अपि बी-मध्ये, सी-मध्ये वा भवितुम् अर्हति।



© NCERT not to be republished

कस्यां परिस्थितौ क-बिन्दुः, ख-बिन्दुश्च सर्वन्यूनं दूरं भविष्यति? कदा तौ बिन्दौ सर्वाधिकं दूरं भविष्यति? भवतः/भवत्याः अन्तर्दृष्टिः किं वदति? भवतां सहपाठिभिः सह चर्चयतु।

अधुना, उभयेस्मिन् पार्श्वे क-बिन्दुं ख-बिन्दुं च परिवर्त्य भवतः/भवत्याः अनुमानं सत्यम् अस्ति न वेति परीक्ष्यताम्। कस्मात् स्थानात् सर्वतः दूरम् अस्ति, कस्माच्च सर्वतः समीपम् अस्तीति निश्चयेन च जानन्तु।

कख-रेखायाः दैर्घ्यस्य परिमापनेन भवन्तः क-बिन्दोः ख-बिन्दुं यावत् कियद् दूरत्वम् अस्तीति ज्ञातुं शक्नोति।

एबी-रेखायाः दैर्घ्यापेक्षया क-ख-बिन्द्वोः सर्वन्यूनः दैर्घ्यः कः इति कथं प्राप्तुं शक्यते?

क-बिन्दुः, ख-बिन्दुः - इत्यनयोः परस्परं स्थानं परिवर्त्य पश्यतु यत् कस्मिन् स्थाने तौ सर्वतः समीपं तिष्ठतः, कस्मिंश्च तौ अत्यन्तं दूरे तिष्ठतः। भवन्तः आयतस्य बहुविधप्रतिं निर्मातुं शक्नुवन्ति तथा च क-बिन्दुः तथा ख-बिन्दुः इति विभिन्नेषु स्थानेषु प्रयतयितुं शक्नुवन्ति।

क-ख-बिन्द्वोः स्थानानां परिवर्तनेन कख-रेखायाः दैर्घ्यः कथं परिवर्तते? अत्र एतत् कर्तुं एकः उपायः अस्ति। अत्र क तथा ख पदानां कतिपयानि सन्ति यानि भवान् पर्यालोचयत्।

- यदा क-बिन्दुः ए-स्थानात् ५ मी.मी. दूरम् अस्ति, किञ्च ख-बिन्दुः बी-स्थानात् ३ से.मी. दूरम् अस्ति, तदा कख = _____ से. मी. _____ मी.मी.।
- यदा क-बिन्दुः ए-स्थानात् १ से.मी. दूरम् अस्ति, किञ्च ख-बिन्दुः बी-स्थानात् १ से.मी. दूरम् अस्ति, तदा कख = _____ से. मी. _____ मी.मी.।
- यदा क-बिन्दुः ए-स्थानात् १ से.मी. दूरम् अस्ति, किञ्च ख-बिन्दुः बी-स्थानात् ४ से.मी. दूरम् अस्ति, तदा कख = _____ से. मी. _____ मी.मी.।

एतेषां लेखनाय कश्चित् लघुतरः उपायः अस्ति वा? सर्वेषु वाक्येषु, केवलं क-ख-बिन्द्वोः स्थानानि परिवर्त्यन्ते, येन च कख-रेखायाः अपि दैर्घ्यः परिवर्तितो भवति। अतः इदं वयम् इत्थंरूपेण वक्तुं शक्नोमि यत् -

ए-तः क-बिन्दोः दूरत्वम्	बी-तः ख-बिन्दोः दूरत्वम्	कख-रेखायाः दैर्घ्यः

© NCERT not to be republished

दीर्घतायां किं भवति इति भवान् पश्यतु। क-ख यदा क तथा ख ए तथा बी तः समानदूरे स्थिताः सन्ति वा? उदाहरणार्थं, यथा प्रकरणेषु यथाः

ए-तः क-बिन्दोः दूरत्वम्	बी-तः ख-बिन्दोः दूरत्वम्	क-ख-रेखायाः दैर्घ्यः
५ मी.मी.	५ मी.मी.	
१ से.मी.	१ से.मी.	
१ से.मी. तः ५ मि. मी.	१ से.मी. तः ५ मी. मी.	

इत्थम् अग्रे अनुवर्तते।

एतेषु प्रत्येकस्मिन् प्रकरणे, अवलोकयतु यत् -

१. एबी इत्यपेक्षया कख इति रेखा दैर्घ्यात् कियान् बृहान् अस्ति?

२. एबीखक इति नामकं चतुर्बाहुपरिमिता आकृतिः।

एसी रेखां, बीडी रेखां च आश्रित्य क-ख-बिन्द्वोः दैर्घ्यतायां दूरत्वं कुत्र सर्वाधिकम्, कुत्र च सर्वन्यूनं भवति?

निर्माणम्

भग्नानि आयतक्षेत्राणि

एकम् आयतक्षेत्रं तथा निर्मातु यत् खण्डयित्वा ३ वर्गक्षेत्राणि निर्मातुं शक्यते, यथा पार्श्वस्थे चित्रे प्रदर्शितम्।

समाधानम्

यदि एतत् कठिनम् अस्तीति अनुभूयते, तर्हि वयं प्रश्नमिदं सुलभं कुर्मः।

अन्वेषणम्

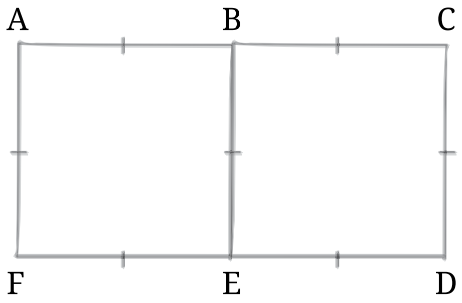
आयतस्य निर्माणस्य विषये किम् यत् द्वयोः विशिष्टयोः वर्गयोः विभक्तुं शक्यते? भवान् तत् प्रयतितुं शक्नोति वा?

प्रथमं योजना, ततः निर्माणं च युक्तियुक्तम् अस्ति। परन्तु वयं कथं योजनां कुर्मः? किं भवान्/भवती एकस्मिन् मार्गे चिन्तयितुं शक्नोति?

© NCERT not to be republished

A - ए
B - बी
C - सी
D - डी
E - ई
F - एफ्

तस्य स्थूलचित्रं चित्रयित्वा अन्तिमं चित्रं दृश्यमानं एकैकः उपायः अस्ति।



अस्य अङ्कात् वयं किं ज्ञातुं शक्नुमः?

समानपक्षान् ज्ञातुं शक्यसे वा?

यतो हि द्वौ वर्गौ समानौ स्तः।

एबी = बीसी तथा एफ्.ई. = ईडी

यतो हि ए. बी. ई. एफ्. तथा बी. सी. डी. ई. वर्गाकारं भवति, अतः प्रत्येकस्य पार्श्वे प्रत्येकं भवति। वर्गाणि समानानि भवन्ति। इदं लिखितम् अस्ति यथा -

ए.एफ्. = ए.बि = बी.ई = ए.एफ्.
बी.ई = बी.सी = सी.डी = ई.डी

तर्हि, सर्वाः लघुरेखाः समानाः सन्ति!

समानपक्षाणां प्रतिनिधित्वार्थं एकः नियमः अनुस्रियते। एतत् द्वारा अ '।' इति पङ्क्तौ स्थापयतु। स्थूलचित्रं प्रति निर्दिशतु।

अस्य विश्लेषणस्य उपयोगेन, भवान्/भवती एतत् निर्मातुं प्रयतताम् वा? स्मर्यतां, सर्वं यत् एकं आयतम् इति पृष्टम् आसीत् तत् प्रतीकात्मक-वर्गद्वये विभक्तुं शक्यते तथा च किमपि मापनं न विधितं भवेत्।

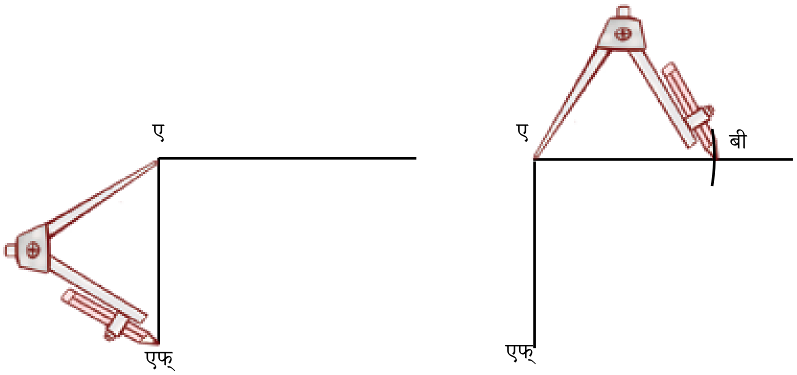
ए.सी.डी.एफ्. इति नामकम् आयतक्षेत्रम् अङ्कयितुम् एकेन ए.एफ्-रेखायाः कश्चित् दैर्घ्यः उल्लेखनीयः। दृष्टान्तो यथा - यदि ए.एफ्.-रेखायाः दैर्घ्यः ४ से.मी. इति भवति, तर्हि ए.सी.-रेखायाः दैर्घ्यः कः स्यात्?

अन्वेषणम् : किम् अधुना आयतक्षेत्रमिदं पूर्णं भवितुम् अर्हति?

वस्तुतः, एकस्याः मापन्याः उपयोगेन कश्चित् ए.एफ्.-रेखाम् अङ्कयित्वा तस्याः दैर्घ्यं परिमापयितुं शक्नोति। इतः परं वयम् एकां रेखाम् अङ्कयितुं शक्नुमः या हि ए.एफ्-रेखायाः उल्लम्बरूपेण भविष्यति। यथा, ए. बी. = ए. एफ्., ए. एफ्. इत्यस्य दीर्घतां ए. एफ्. प्राप्तुं कथं स्थानान्तरं

© NCERT not to be republished

कर्तव्यम्? कम्पास् इत्यस्य उपयोगेन एतत् कर्तुं शक्यते वा?
अवलोकयतु, ए. एफ़्. इत्यस्य दीर्घता कम्पास् इत्यस्य उपयोगेन कथं माप्यते इति।



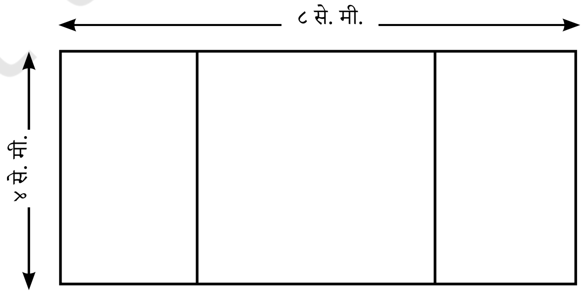
बी तथा सी इति बिन्दू चिह्नीकृत्य आयतक्षेत्रमिदं संयोजयन्तु।

- अस्मिन् विचारे, त्रिषु विशिष्टेषु वर्गेषु विभक्तुं शक्यम् इत्यमेकम् आयतक्षेत्रं निर्मान्तु।
- आयतस्य पार्श्वभागानां दीर्घतां ददातु यत् न भवितुम् अर्हति। विभाजितः -
  - द्वौ समान-वर्गौ स्तः।
  - समानानि त्रिगुणितानि वर्गाणि।

निर्मान्तु -

१. आयतक्षेत्रसहितम् एकं वर्गक्षेत्रम्

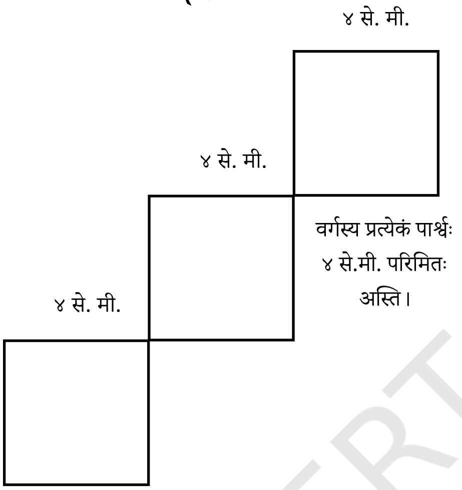
पार्श्वेषु ८ से. मी. तथा ४ से. मी. इति आयतस्य निर्माणं करोतु। भवन्तः एकं वर्गम् अन्तः कथं निर्मातुं शक्नुवन्ति, यथा आकृतौ दर्शितं भवति, यथा वर्गस्य केन्द्रम् आयतस्य केन्द्रम् इव भवति?



© NCERT not to be republished

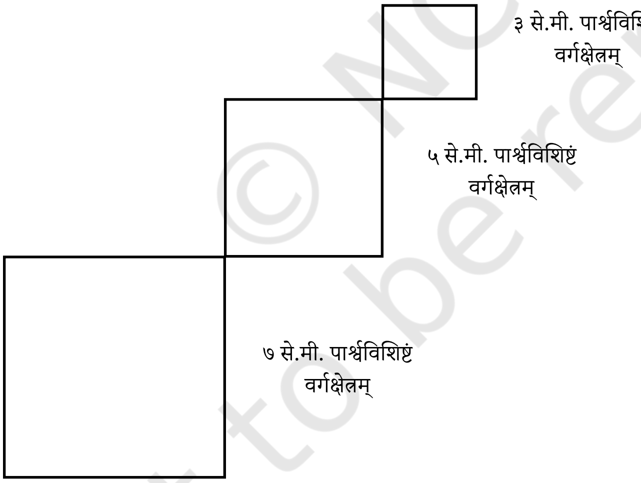
सूत्रम् - एकं स्थूलं चित्रं चित्रयतु। वर्गस्य पार्श्वदीर्घता किं भविष्यति? कोणे किं दूरं भविष्यति? एस् आफ् द स्क्वेर् अण्ड् द औटर् रेक्ट्याङ्गल्?

२. अधोगच्छन्ति वर्गक्षेत्राणि

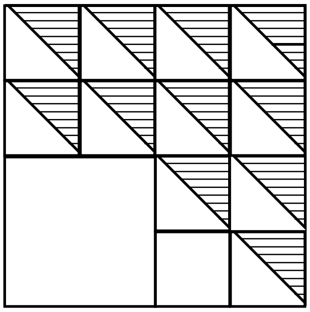


इदम् अवश्यं निश्चिनोतु यत् वर्गक्षेत्राणि अत्रोक्तरीत्या एव सन्ति इति।

इदानीं, एतत् प्रयतताम्।



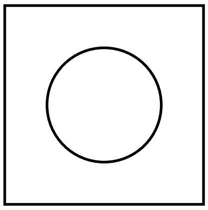
३. आच्छादनम्



अस्य निर्माणं करोतु। भवतः इच्छानुसारं उपायान् चिनोतु। लक्षयतु यत् बृहत्तरः ४-पक्षीयः अङ्कः वर्गाकारः अस्ति अतः लघुः अस्ति।

© NCERT not to be republished

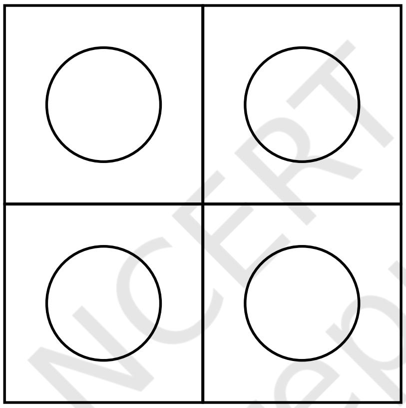
४. एकगोलकयुक्तं वर्गक्षेत्रम्



चित्रे यथा वर्गक्षेत्रस्य मध्ये एव सः गोलकः अस्ति, तथैव भवतामपि मध्ये एव भवेत्।

सूत्रम् - यत्र वृत्तस्य केन्द्रम् भवेत् तत्र चिन्तयतु।

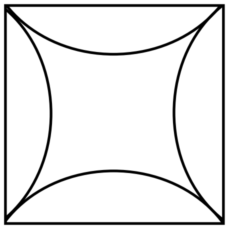
५. एकाधिक-गोलकयुक्तं वर्गक्षेत्रम्



६. वक्ररेखायुक्तं वर्गक्षेत्रम्

अयं ८ से. मी. पार्श्वदीर्घता युक्तः वर्गः अस्ति।

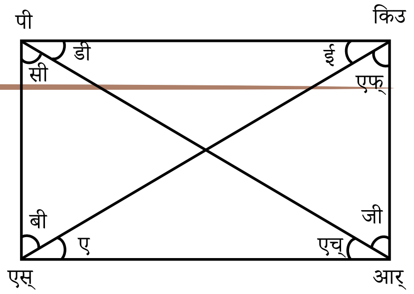
सूत्रम् - यत्र कम्पास् इत्यस्य अग्रभागः भवति तत्र चिन्तयतु यत् प्रत्येकं पार्श्वतः सर्वान् ४ आर्क्-इत्येतान् समानरूपेण बल्ब् कर्तुं स्थापयितुं शक्यते। तत् बहिः प्रयतताम्!



प्रयतताम् इदम्

८.५ आयतक्षेत्राणां वर्गक्षेत्राणां च विकर्णानाम् अन्वेषणम्

पी.किउ.आर्.एस्. इत्येकम् आयतक्षेत्रं चिन्तयतु। पी.आर्. इति, किउ.एस्. इति च बिन्दून् योजयतु। इमे द्वे रेखे आयतक्षेत्रस्य **विकर्णौ** इत्युच्येते।



© NCERT not to be republished

त्रिभुजानां दीर्घतायाः तुलनां करोतु। प्रथमं उत्तरस्य पूर्वानुमानं करोतु। ततः निर्माणं करोतु। बिन्दूनां चिह्नं कुर्वन्, विकर्णान् परिमाप्य च आयतम्।
पी.किउ.आर्.एस्. इत्यस्मिन् आयतक्षेत्रे, पी तथा आर् इत्येते स्थाने स्थितौ दक्षिणकोणौ परस्परं विपरीतकोणौ इतिरूपेण निर्दिष्टौ। विपरीतानां कोणानाम् अन्यौ युग्मौ च किउ. तथा एस् मध्ये वर्तमानौ दक्षिणकोणौ।

अवलोकयतु यत्, एकः विकर्णः विपरीतकोणानां प्रत्येकं युग्मं क्षुद्रेषु कोणेषु विभाजयति इति। चित्रमध्ये, पी.आर्. विकर्णः आर्-कोणं द्वयोः लघुकोणयोः विभक्तवान्, यौ च कोणौ वयं जी इति, एच् इति च वदामः। समानरूपेण अयं विकर्णः पी-कोणं द्वयोः कोणयोः - सी, डी च इत्येतयोः विभक्तवान्। किं जी-कोणः, एच्-कोणश्च समानौ? अपि च, किं सी-कोणः डी-कोणश्च समानौ?

प्रथमं भवान्/भवती उत्तरम् अनुमातु, ततः परं कोणान् परिमान्तु। किं भवता/भवत्या परिलक्षितम्? तौ युग्मौ चिनोतु ययोः कोणौ समानौ स्तः।

अन्विषन्तु

आयतक्षेत्रस्य निर्माणं कथं करणीयम्, येन समभागेषु समकोणेषु समकोणेषु विभाजनं भवति?

भवान् स्वस्य निरीक्षणानि कथं अभिलेखनं करिष्यति? प्रथमं, यत् मानदण्डं अनुसरणं आवश्यकं तत् चिन्वन्तु। ते आयतस्य पार्श्वभागाः, अष्टकोणाः च सन्ति, ये द्वयोः विकर्णयोः निर्मितौ स्तः। किं अन्यानि उपायानि सन्ति यानि भवान् अनुसरणं कर्तुम् इच्छति?

पार्श्वभागः	ए	बी	सी	डी	ई	एफ्	जी	एच्

भवतः प्रयोगे, यदा आयतस्य चत्वारः पक्षाः समानानि भवन्ति तदा भवान् प्रकरणं विचारयति वा? तत्, भवान् वर्गस्य प्रकरणं पर्यालोचयत् वा? अस्मिन् विशेषे प्रकरणे किं भवति पश्यतु!

गणित कथा

कोणानां पार्श्वानां च सम्मानेन किं सामान्यं विधिः भवान् अवागच्छत्? भवतः सहपाठिन्या सह फ्रेम् कृत्वा चर्चां कर्तुं प्रयतताम्।
यदि भवतः पालनस्य नियमाः सर्वदा सत्यानि भविष्यन्ति इति कथं निश्चेतुं शक्यते?

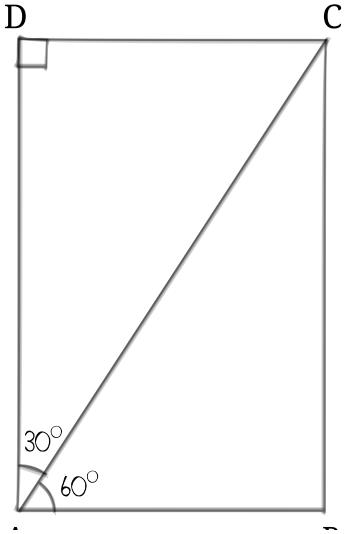
© NCERT not to be republished

निर्मान्तु

१. तथाविधम् एकम् आयतक्षेत्रं निर्मातु यत्र कश्चित् एकः उत्कीर्णः विपरीतस्थाने स्थितौ कोणौ यथाक्रमं ६०° तथा ३०° च मध्ये विभाजयिष्यति।

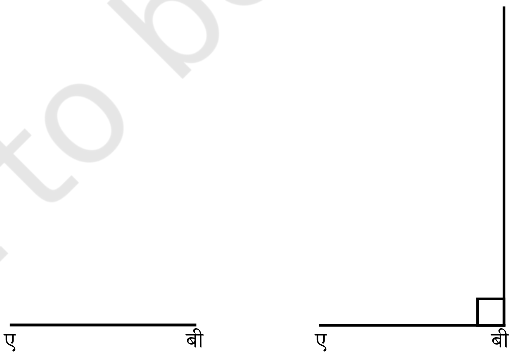
समाधानम्

एहि, वयम् अधुना स्वाभीष्टम् एकं रेखाचित्रं चित्रयामः।



किं क्रमः तस्य भागान् आकर्षयेत्?
वयं निर्माणस्य सम्भाव्यक्रमं संक्षेपेण चित्रयामः।

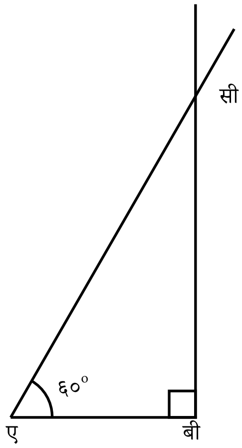
चरणः १ :



ए. बी. इति स्वेच्छया दीर्घतया अङ्कितम् अस्ति। अग्रिमः बिन्दुः कः यः स्थातुं शक्नोति?

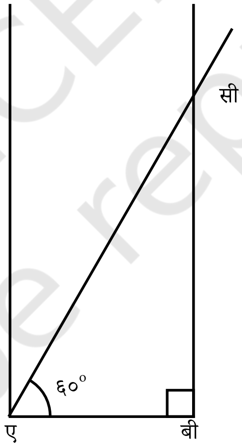
© NCERT not to be republished

चरणः २



चरणः ३

अस्माभिः ज्ञातम् यत् डी इति पङ्क्तिः अस्ति इति। ए-द्वारा ए-पर्पेण्डिक्युलर् इत्यतः ए. बी. पर्यन्तं पङ्क्तिं करोतु।



इदानीं ∠ए द्वयोः कोणयोः विभक्तः भवति। एकः कोणः ६०° इति। अन्यः कोणः कः भविष्यतीति पश्यतु।

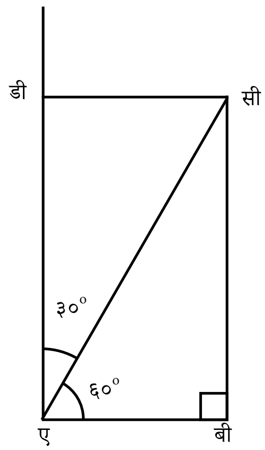
डी बिन्दुं प्राप्तम् अत्र मार्गद्वयम् अस्ति -

- एकत्र इदं चिन्तयतु यत् एकस्य आयतक्षेत्रस्य सर्वे कोणाः ९०° सन्ति।
- अपरत्र इदमस्ति यत् विपरीतौ कोणौ समानौ स्तः।

© NCERT not to be republished

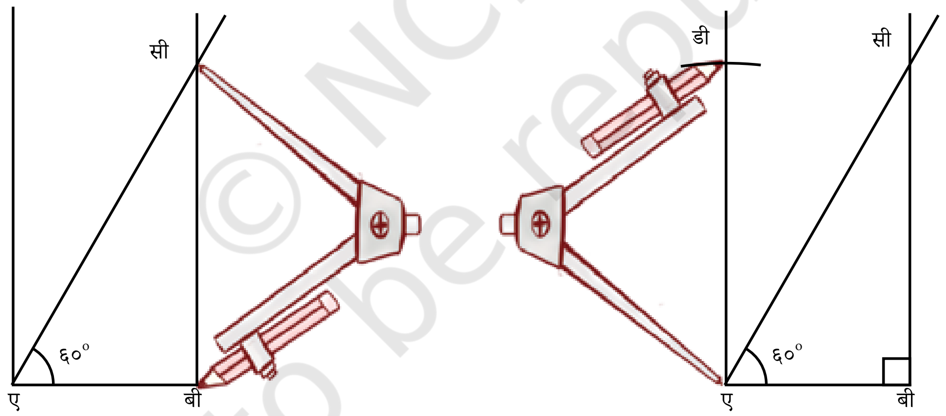
चरणः ४

पद्धतिः १



डी-बिन्दुं प्राप्तुं सी-बिन्दुतः बीसी-रेखायाः उपरि उल्लम्बरूपेण एकां रेखाम् अङ्कयतु।

पद्धतिः २



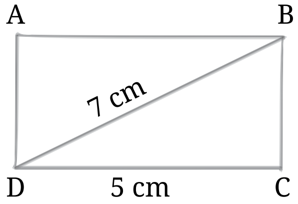
कम्पासम् उपयुज्य डी-इति एकं बिन्दुं निर्मातु येन एडी = बीसी इति स्यात्।
सी डी इति बिन्दुद्वयं मेलयतु एकम् आयतक्षेत्रं प्राप्तुम्।

यदा पार्श्वाः प्रदत्ताः भवन्ति तदा कथम् आयतक्षेत्रं निर्मेयम् इति वयम् अधुना ज्ञातवन्तः। दीयन्ते तदा आयतान् कथं निर्मातव्यम् इति वयं दृष्टवन्तः। परन्तु यदि एकः पार्श्वः, एकः विकर्णः च दीयते तर्हि वयं किं करिष्यामः?

© NCERT not to be republished

२. आयतस्य निर्माणं करोतु यत्र तस्य पार्श्वेषु एकः ५ से. मी. यावत् दीर्घः भवति तथा च विकर्णस्य दीर्घता ७ से. मी. यावत् दीर्घः भवति।

समाधानम्

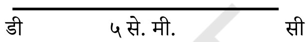


अस्माभिः स्थूलचित्रं चित्रयाम।

निर्माणस्य सोपानानि निर्धारयामः। कः पङ्क्तिः प्रथमं आकर्षयितुं शक्यते?

चरणः १

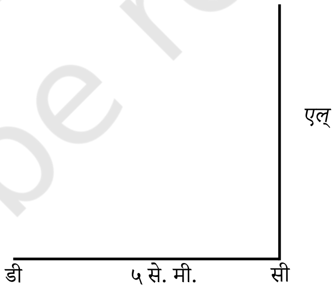
५ से.मी. दीर्घायाः आधाररूपायाः सीडि-रेखायाः सारल्येनैव निर्माणं भवितुम् अर्हति।



अग्रे?

चरणः २

सी-बिन्दुतः डीसी-रेखायाः उपरि उल्लम्बरूपेण एकां रेखाम् अङ्कयतु। एहि, एतां रेखाम् एल्-रेखा इति बदामः।



एतस्य ज्ञानं बहु सुलभम् अस्ति, यतो हि इयं रेखा आधारोपरि उल्लम्बरूपेण अस्ति। अयं बी-बिन्दुः एल्-रेखायाः उपरि क्वापि भवेत्।

वयं कथं तत् द्रष्टुं शक्नुमः? बी-बिन्दोः स्थानविषये वयम् अन्यत् किं जानीमः?

वयं जानीमः यत् स्थानमिदं डी-बिन्दोः ७ से.मी.-परिमिते दूरे प्रदेशे अस्ति।

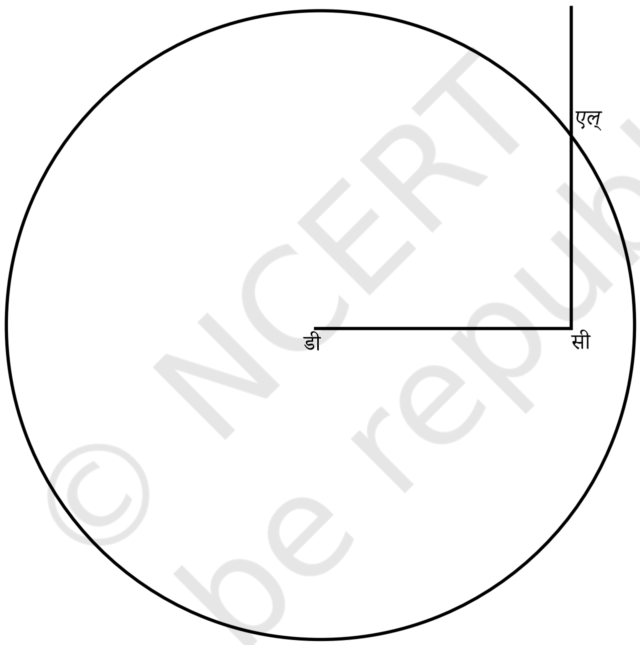
© NCERT not to be republished

बी-बिन्दोः निर्माणाय एकः अन्यतमो मार्गो हि - एकां मापनीं स्वीकरोतु, अपि च एल्-रेखां परितं ताम् आवर्तयतु यद्धि डी-बिन्दोः ७ से.मी. दूरम् अस्ति। परन्तु अस्मिन् अभ्यासे भ्रान्त्यः भवितुम् अर्हन्ति, तन्निवारणाय अभ्यासाश्च अपेक्षन्ते। तत्रैकः अन्यः मार्गो वर्तते, यो हि अधिकफलप्रदः, यत्र च भ्रान्त्यादीनाम् अभ्यासादीनाञ्च अपेक्षा नास्ति।

एतदर्थं डी-बिन्दोः ७ से.मी. दूरे प्रदेशे एकं स्थानं निश्चिनोतु। अपि च, डी-बिन्दोः स्थानात् ७ से.मी. परिमिते दूरप्रदेशे सर्वान् बिन्दून् प्राप्तुं के के उपायाः सन्तीति अन्विषतु।

वयं जानीमः केयम् आकृतिः अस्तीति!

चरणः ३
पद्धतिः १



डी-बिन्दुं केन्द्रीकृत्य ७ से.मी. परिमितस्य व्यासार्धस्य एकं गोलकं निर्मातु।

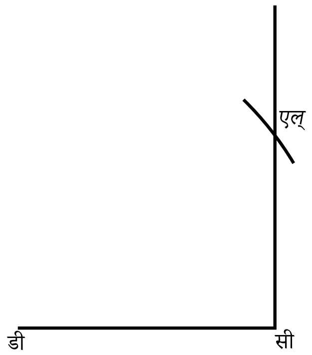
किं भवान् अत्र बि-बिन्दुं द्रष्टुं शक्नोति? स्मरन्तु यत् एल्-रेखायाः उपरि डी-बिन्दोः प्रवर्तिता इयं रेखा ७ से.मी. दीर्घा अस्ति।

तं बिन्दुम् अवजानतु यत्र गोलकं रेखा च परस्परम् अवच्छिन्नं भवति। डी-बिन्दोः तस्य दूरत्वं कियदस्ति? यदि अपेक्षते तर्हि भवतः आकृतिं पश्यतु। भवान्/भवती किं परिलक्षति?

सः बिन्दुः यत्र एल्-रेखया सह वृत्तं प्रतिच्छिद्यते, सो हि बी-बिन्दुः इति कथ्यते।

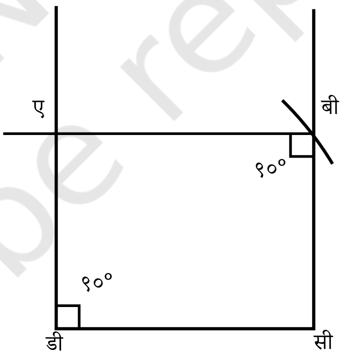
पद्धतिः २

बि-बिन्दोः अवस्थानं ज्ञातुं कं पूर्णं वृत्तम् अङ्कनीयम् अस्ति? अस्माभिः केवलं पङ्क्त्याः समीपे एव सन्दर्शयितुं शक्यते। एल् इत्यस्य आवश्यकता वर्तते। अतः, तृतीयः चरणः अधः दत्तम् अङ्कं दर्शयित्वापि कर्तुं शक्यते।



आयतक्षेत्रस्य बिन्दुत्रयं चिह्नीकृत्य अस्माभिः अधुना केवलं ते बिन्दवः योजनीयाः सन्ति। स्मरन्तु यत् अस्यां समानायाम् एव समस्यायां वयं पूर्वमपि आस्म। इतः वयम् आयतक्षेत्रस्य पूरणाय पद्धतिद्वयं पश्यामः। तयोः मध्ये काचिद् एका पद्धतिः अनुसर्तुं शक्यते।

चरणः ४



डी तथा बी इति द्वयोः बिन्द्वोः डीसी-रेखायाः बीसी-रेखायाश्च उपरि उल्लम्बरूपेण रेखाद्वयम् अङ्कयतु। तत् स्थानं यत्र रेखाद्वयं सम्मिलति, तद्धि ए-बिन्दुः इति कथ्यते। तेन रेखाद्वयं भवति - डीए, बीए इति च।

एतद् अधुना पश्यतु यत्, एबीसीडी इति आयतक्षेत्रमिदं आर्.१ किञ्च आर्.२ इत्यत्र उक्तं विधिम् अनुसरति न वेति।

निर्मान्तु

१. एकम् आयतक्षेत्रं निर्मातु यत्र उत्कीर्णयोः मध्ये कश्चिदेकः विपरीतान् कोणान् ५०° मध्ये, ४०° मध्ये च विभाजयति।

२. एकम् आयतक्षेत्रं निर्मातु यत्र उत्कीर्णयोः मध्ये कश्चिदेकः विपरीतान् कोणान् ४५° मध्ये, ४५° मध्ये च विभाजयति। पार्श्वानां विषये भवान्/भवती किं परिलक्षति?

३. एकम् आयतस्य निर्माणं करोतु यस्य पार्श्वभागाः ४ से. मी. यावत् दीर्घाः सन्ति तथा च विकर्णभागः ८ से.मी. यावत् दीर्घाः अस्ति।

४. एकम् आयतस्य निर्माणं करोतु यस्य पार्श्वभागाः ३ से. मी. यावत् दीर्घाः सन्ति तथा च विकर्णभागः ७ से.मी. यावत् दीर्घाः अस्ति।

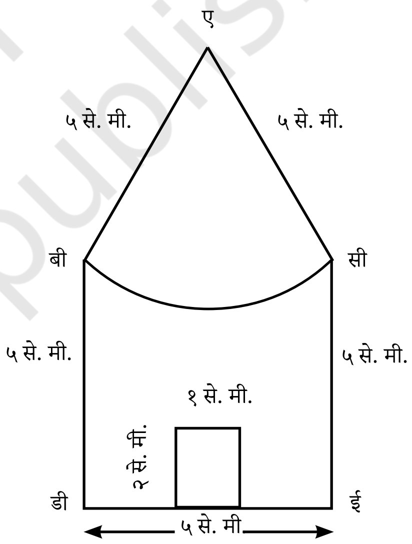
८.६ प्रदत्तयोः बिन्द्वोः परस्परं दूरत्वम्

निर्मान्तु

गृहम्

एतत् चित्रं पुनः रचयतु।

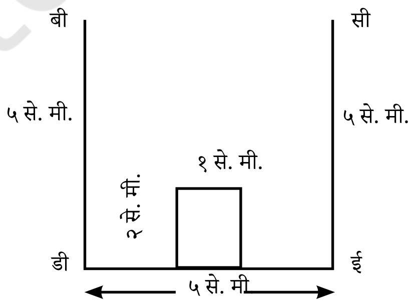
गृहस्य सीमायाः निर्माणं कुर्वन्तः सर्वाः पङ्क्तिः ५ से. मी. यावत् दीर्घाः सन्ति इति लक्षयतु।



समाधानम्

प्रथमं कार्यम् इदमेवास्ति यत् भवन्तः इदम् अन्विषन्तु यत् रेखाः वक्राश्च कया पद्धत्या अङ्किताः सन्ति इति।

चरणः १



© NCERT not to be republished

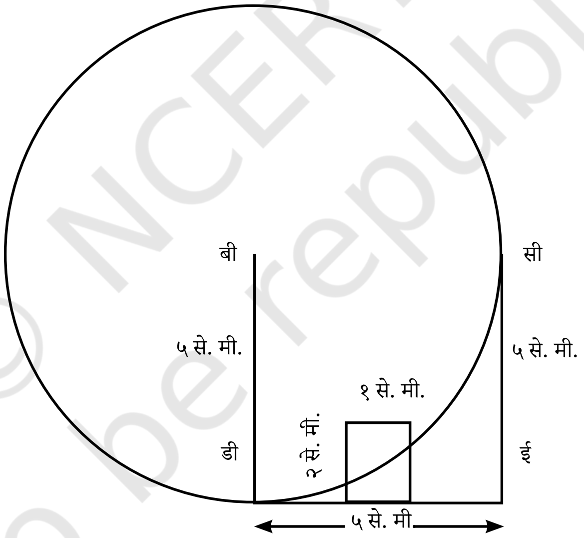
किं भवान् चित्रं पूर्णं कर्तुं शक्नोति? प्रयतताम्!

बि तथा सि बिन्दुपर्यन्तं ५ से. मी. परिमिते दूरे अस्ति इति बिन्दुः ए इति ज्ञातुम् आवश्यकं भवति। शासकस्य उपयोगेन एतत् कर्तुं शक्यते इति भवन्तः अवगन्तुं शक्नुवन्ति। परन्तु, अनेन परीक्षणस्य त्रुट्याः च बहु भवति। एतत् निर्माणं इतोऽपि सरलीकर्तुं शक्यते। कथं भवति?

यदि भवान् कल्पयति यत् एतत् कम्पास् इत्यस्य उपयोगेन कर्तुं शक्यते इति, तर्हि भवान् योग्यः अस्ति! अग्रे गत्वा अन्वेषयतु यत् परीक्षणस्य त्रुट्याः च विना ए-बिन्दुः कथं भवितुम् अर्हति इति।

अस्मिन् समस्यायां पोयिण्ट्-ए इत्यस्य अन्वेषणस्य समस्यायाः, तथा पोयिण्ट्-बी इत्यस्य चरण-३ मध्ये पोयिण्ट्-बी इत्यस्य च मध्ये सादृश्यम् अस्ति, यत् पूर्वभागस्य द्वितीय-समाधान-उदाहरणम् अस्ति (पृष्ठं २०९ पश्यन्तु)।

चरण-२



बि-बिन्दुतः ५ से. मी. परिमितेः सर्वान् बिन्दुः युक्तं वक्रं चित्रयतु; बि-वृत्तं ५ से. मी. त्रिज्यया केन्द्रितं भवेत्।

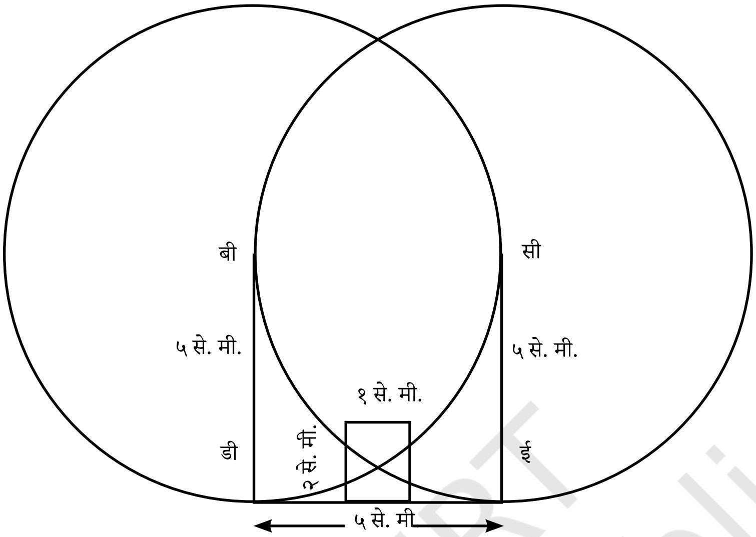
अ-बिन्दुं द्रष्टुं एतत् साहाय्यं करोति वा? आकृतौ निर्मातु, अन्वेषयतु च।

बिन्दुः ए सम्यक् अन्विष्य स्थापयितुं शक्यते। बिन्दुः सी. इत्यतः ५ से. मी. दूरे अस्ति इति वृत्तस्य उपरि बिन्दुः, पुनः, एतत् शासकस्य उपयोगेन कर्तुं शक्यते। परन्तु अस्य कृते कम्पास् इत्यस्य उपयोगं कर्तुं शक्नुमः वा?

चरणः ३

पद्धतिः १

कम्पास्-मध्ये ५ से. मी. त्रिज्या स्वीकरोतु तथा च मध्यभागे सी-सहितं वृत्तं चालयतु।



किं भवान् ए-बिन्दुं द्रष्टुं शक्नोति? भवतः नोट्बुक् मध्ये अङ्कं पश्यतु। भवान् किं निरीक्षति?

बिन्दुः पश्यतु यत्र वृत्तयोः परस्परक्रिया भवति। बि-बिन्दुतः कियत् दूरे अस्ति?

सी इत्यतः कियत् दूरे अस्ति?

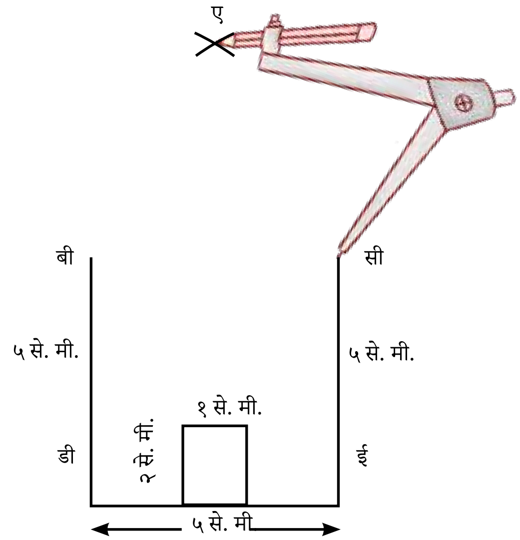
तस्माद्, अयमेव ए-बिन्दुः अस्ति!

चिन्तयतु

ए-बिन्दुं प्राप्तुं पूर्णवृत्तद्वयं कर्तुम् आवश्यकम् आसीत् वा? अस्माभिः केवलं उभयोः वृत्तयोः भागः एव अपेक्षितः।

पद्धतिः २

अतः बिन्दुः अ केवलं प्राप्तः स्यात्। आर्क्स् चित्रणं बिन्दुः B तथा C तः ५ से. मी. त्रिज्या।

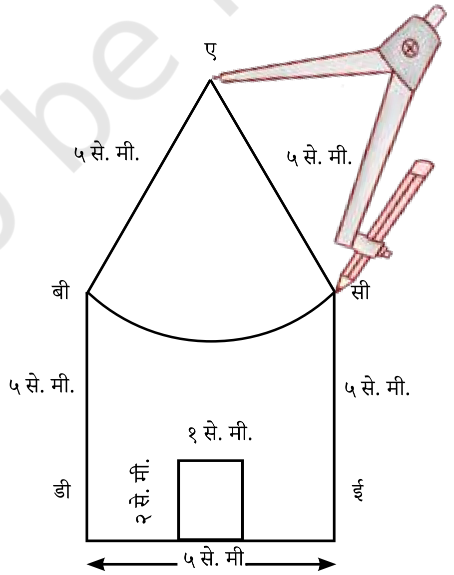


ए-तः बी-पर्यन्तं, ए-तः सी-पर्यन्तं च सरलरेखायाम् योजयतु।

ए-बिन्दुं स्वीकृत्य, यत् अवशिष्टस्य चापस्य निर्माणं अवशिष्टम् अस्ति। वयं कथं करिष्यामः? किं वयं तथ्यम् उपयोक्तुं शक्नुमः यत् ए इति बी तथा सी इति उभयोः ५ से. मी. दूरे अस्ति इति?

चरणः ४

सङ्कोचनस्य ५ से. मी. त्रिज्या स्वीकरोतु तथा च ए इत्यतः, बी तथा सी इत्येतयोः आकृतौ दर्शितं चापं स्पृशतु।



गृहं सिद्धम् अस्ति!

निर्मान्तु

१. ७ से. मी. यावत् दीर्घतां युक्तं विशालं गृहं निर्मातु।

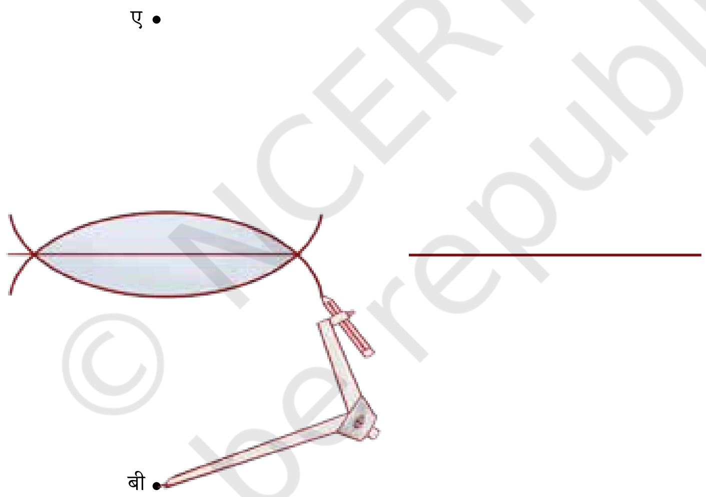
२. 'अ पर्सन्', 'वेवी वेव्', तथा 'ऐस्' इत्येतान् खण्डात् पुनः रचयितुं प्रयतताम्। 'आर्टवर्क् 'इति।', 'गृहस्य' निर्माणे संलग्नाः विचाराः उपयुज्य।'

३. यत्र सर्वाणि पार्श्वानि दीर्घतायां समानानि सन्ति परन्तु चतुष्कोणीयाः न सन्ति तत्र ४-पक्षीयः आकृतिः अस्ति वा? यदि एतादृशी आकृतिः अस्ति, तर्हि भवान् तत् निर्मातुं शक्नोति वा?

समाधानम्

क) **नेत्रे** (८.१ आर्ट्-वर्क् अण्ड् कन्स्ट्रक्ट् इत्यतः उपरि (पृ. २१५))

निर्माणस्य भागः पूर्वं दर्शितः अस्ति। तत् सावधानतया पश्यतु। भवन्तः द्वे क्षैतिजरेखां लघुतरं चित्रयन्ति इति पश्यन्ति। ज्यामितीय-निर्माणेषु, एकः प्रायः वक्रान् वा अङ्कान् वा समर्थयति, ये दत्त-आकृत्याः भागः नास्ति, परन्तु तस्य निर्माणे साहाय्यं कुर्वन्ति।

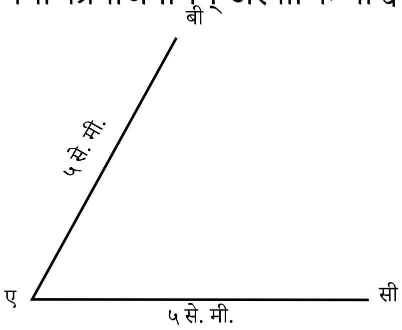


उपरि-अधस्तन-वक्रयोः नेत्रयोः चित्रणं कर्तुं तन्त्रं आकृतौ प्रयुक्तवत् एव अस्ति। "एकः व्यक्तिः" इति। ए तथा बी इति बिन्दुः तानि स्थानानि सन्ति यत्र नेत्रस्य वक्रं चित्रयन् कम्पास् इत्यस्य अग्रभागः स्थापितः भवति। उपरि-वक्रं अधस्तन-वक्रं च मिलित्वा सममिति-चित्रं निर्मातव्यम् इति लक्षयतु। एवं भवति चेत्, ए तथा बी इति बिन्दुः कुत्र स्थापनीयः? सम्यक् अनुमानं करोतु।

यथासम्भवं सममिति-प्रतीकात्मकं च नेत्रं प्राप्तुं प्रयतताम्। अस्य कृते बहूनां परीक्षणानां आवश्यकता भवेत्।

(ख) (कन्सट्राक्-तः उपरि (पत्रसंख्या २११))

निर्माणप्रयोजनार्थम् अस्माभिः पार्श्वदीर्घता ५ से.मी. इति स्वीकार्यम्। इमाम् आकृतिं चिन्तयतु।



अस्य ४-पक्षीय-आकृतिं निर्मातुं केवलं एकं अधिकं बिन्दुः ज्ञातव्यम्। तत् बिन्दुः, अस्माभिः तत् डी इति आह्वयामः, बी तथा सी उभयोः मध्ये ५ से.मी. दीर्घ्यः भवेत्। एतादृशं बिन्दुः कथम् अन्वेष्टुं शक्यते?

अत्र ' गृहस्य ' समस्यायां प्रयुक्तानां विचारानाम् किमपि उपयोगं कर्तुं शक्यते वा?

सारसंक्षेपः

- वृत्तस्य सर्वे बिन्दवः तस्य **केन्द्र**-स्थानादेव समानायां दिशायां गच्छन्ति। वृत्तस्य एतद् दूरत्वं हि **त्रिज्या व्यासार्धो वा** इत्युच्यते।
- वृत्तं तदंशांश्च निर्मातुं कम्पास् उपयुज्यते।
- दत्तं चित्रं कथं निर्मातव्यम् इति योजनायां स्थूलचित्रम् उपयोगी भवितुम् अर्हति।
- एकम् आयतक्षेत्रं निर्मातुं तस्य पार्श्वानां दैर्घ्यानां, तस्य पार्श्वेषु एकस्य वा विकर्णस्य वा व्यवहर्तुं शक्यते।