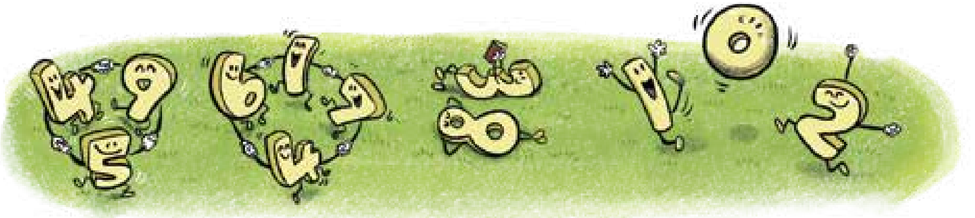


३

संख्या - क्रीडा

0674CH03

संख्याः विविधेषु सन्दर्भेषु विभिन्नैः उपायैः अस्माकं जीवनं सज्जीकर्तुं व्यवहृयन्ते। वयं सङ्ख्याः गणयितुं प्रयुज्यामः, तथा च तेषां उपरि योजनायाः, उप-कर्षणस्य, गुणनस्य, विभाजनस्य च मूलभूतकार्याणि प्रयुज्यामः, येन अस्माकं दैनन्दिनजीवनस्य समस्याः समाप्यन्ते।

अस्मिन् अध्याये, वयं एतत् यात्रां निरन्तरं करिष्यामः - संख्यया सह क्रीडित्वा, अस्मैः परितः संख्यां दृष्ट्वा, निदर्शनानि दृष्ट्वा, नूतनेषु मार्गेषु संख्यानां कार्याणां च उपयोगं शिक्षयित्वा च।

- यत्र वयं सङ्ख्याः उपयुज्यामः तत्र विभिन्नेषु परिस्थितिषु चिन्तयतु। पञ्चानां सूची। भिन्न-भिन्न-परिस्थितिषु, येषु सङ्ख्याः उपयुज्यन्ते। पश्यतु किं भवति। भवतः सहपाठिनां सूचीकरणं, सहभागनं, चर्चां च करणीयम्।

गणित कथा

३.१ संख्याः अस्मान् कथयितुं शक्नुवन्ति

एताः संख्याः अस्मान् किं कथयन्ति?

एकस्मिन् उद्याने केचन बालक-बालिकाः पङ्क्तौ स्थिताः सन्ति। प्रत्येकं एकां संख्यां वदति।

- एतेषां सङ्ख्यानां किं अर्थः इति भवन्तः चिन्तयन्ति?

  बालाः अधुना स्वयमेव पुनरावर्तन्ते, पुनः प्रत्येकं व्यवस्थायाः आधारेण संख्यां वदति।

not to be republished © NCERT

एतेषां सङ्ख्यानां प्रतिनिधित्वं किं करोति इति भवान् अङ्कितवान् वा?

सूत्रम् **:** तेषां औन्नत्यं पात्रं निर्वोढुं शक्यते वा?

एकः बालकः वदति '१' यदि केवलं एकः बालकः एव तेषां पार्श्वे स्थितः अस्ति। एकः बालकः वदति ' यदि द्वौ अपि बालकाः तेषां पार्श्वे स्थिताः सन्ति तर्हि '२' इति। एकः बालकः। वदति ' ० ', यदि उचितम्।तस्याः बालाः तेषां पार्श्वे स्थिताः सन्ति। तत्र प्रत्येकं व्यक्तिः वदति यत् तेषां समीपवासिनां संख्या अधिका अस्ति इति।

अधः प्रश्नानाम् उत्तरं दातुं प्रयतताम् अपि च स्वस्य तर्कं व्यञ्जयतु।

गणित कथा

१. बालकाः स्वयमेव पुनरावर्तयितुं शक्नुवन्ति येन अन्ते स्थिताः बालकाः ' २ ' इति वदन्ति?
२. किं वयं बालान् पङ्क्तिमध्ये व्यवस्थां कर्तुं शक्नुमः येन सर्वे केवलं ० इति वदन्ति?
३. समानसङ्ख्या इति परस्परं वक्तुं द्वौ बालकौ अग्रे स्थातुं शक्नुवन्ति वा?
४. एकस्मिन् समूहे ५ बालकाः सन्ति, सर्वे भिन्नाः औन्नत्ययुक्ताः सन्ति। ते एतादृशं स्थातुं शक्नुवन्ति यत् तेषां चत्वारः ' १ ' तथा च अन्तिमः एकः ' ० ' इति वदति? किमर्थं वा किमर्थं न वा?
५. बालानां अस्य समूहस्य कृते, क्रमः १, १, १, १, १ सम्भवः अस्ति वा?
६. अनुक्रमः ०, १, २, १, ० सम्भवः अस्ति वा? किमर्थं वा किमर्थं न वा?
७. भवान् पञ्चबालकानाम् पुनरवलोकनं कथं करिष्यति येन बालानां अधिकतमसङ्ख्या '२ ' इति वदति?

© NCERT not to be republished

३.२ सूपारसेल्

अधः पट्टिकायां लिखितानां सङ्ख्यानाम् अवलोकनं करोतु। किमर्थं कानिचन सङ्ख्याः वर्णयुक्ताः सन्ति? चर्चयन्तु।

४३	७९	७५	६३	१०	२९	२८	३४

२००	५७७	६२६	३४५	७९०	६९४	१०९	१९८

यदि तस्मिन् सङ्ख्यायां संलग्नकोशिकानाम् अपेक्षया संख्या बृहत्तरा भवति तर्हि एकः कोशः वर्णितः भवति। सङ्ख्या ६२६ ५७७ तः ३४५ तः बृहत्तरेण वर्णिता अस्ति, यत्र २०० - ५७७ तः लघुतरेण वर्णिता नास्ति। सङ्ख्या १९८ वर्णिता अस्ति यतः तस्मिन् केवलं एकः एव संलग्नः प्रकोष्ठः अस्ति यस्मिन् १०९ अस्ति, १९८ च १०९ तः बृहत्तरः अस्ति।

एतत् निश्चिन्वन्तु

१. अधः पट्टिकायां वर्तुलानां वर्णं वा चिह्नं वा करोतु।

६८२८	६७०	९४३५	३७८०	३७०८	७३०८	८०००	५५८३	५२

२. अधः दत्तां पट्टिकां पूरयन्तु यत्र केवलं ४ - अङ्कयुक्ताः सङ्ख्याः सन्ति यथा सुपर्सेल्स् इत्येते यथार्थतया वर्णयुक्ताः कोशाः सन्ति।

५३४६			१२५८				९६३५	

३. अधः पट्टिकां पूरयतु येन वयं यथाशक्यं बह्व्यः सूपरसेल्स् प्राप्तुं शक्नुमः। पुनरावर्तनं विना १०० तः १००० पर्यन्तं सङ्ख्याः उपयुञ्जन्तु।

४. नव-सङ्ख्याभ्यः बहिः, पट्टिकायाः उपरि कति अधिकाः अतिव्याप्तिः सन्ति __________?

५. भिन्नसङ्ख्याकानां कोशिकानां कृते कति सूपर्-सेल्स् सम्भवन्ति इति ज्ञातव्यम्।

गणित कथा

किं भवान् किमपि स्वरूपं पश्यति? अधिकतमसङ्ख्याकानां सूपर्-सेल्स् इत्येतान् प्राप्तुं दत्तां पट्टिकां पूरयितुं विधिः कः? अन्वेषयतु तथा च स्वस्य रणनीतिं व्यञ्जयतु।

© NCERT not to be republished

प्रयतताम् इदम्

६. पुनरावर्तकसङ्ख्याभिः विना सूपर्-सेल्-पट्टिकां पूरयितुं शक्नोषि वा, यत्र सूपर्-सेल् नास्ति? किमर्थं वा किमर्थं न वा?

७. पट्टिकायां बृहत्तमसङ्ख्याकं प्रकोष्ठं सर्वदा सूपर्-सेल् भविष्यति वा? पट्टिकायां लघुतमः सङ्ख्या सूपर्-सेल् भवितुं शक्नोति वा? किमर्थं वा किमर्थं न वा?

८. एतावत् पट्टिकां पूरयतु येन प्रकोष्ठस्य द्वितीयं बृहत्तमं सङ्ख्या सूपर्-प्रकोष्ठं न भवति।

९. एतावत् पट्टिकां पूरयतु येन कोशिकायाः द्वितीयं बृहत्तमं सङ्ख्या सूपर्-सेल् इति नास्ति, परन्तु द्वितीयं लघुतमं सङ्ख्या सूपर्-सेल् इति अस्ति। तत् सम्भवम् अस्ति वा?

१०. अस्य पजल् इत्यस्य अन्यान् प्रकारान् निर्माय भवतः सहपाठिनां कृते च्यालेञ् करोतु।

एहि, इतोऽपि अधिकाभिः पङ्क्तिभिः इमं सुपारलेस् क्रियाकलापान् कुर्वन्तु।

अत्र भविष्यकालीनाः कोशाः तानि सन्ति यानि तत्क्षणमेव सन्ति। वामं, दक्षिणं, उपरि, अधः च प्रति।

नियमः समानतया अनुवर्तते - यदि एकस्मिन् प्रकोष्ठे संख्या अस्ति तर्हि तस्य सर्वेषु प्रकोष्ठेषु संख्यायाः अपेक्षया एकं प्रकोष्ठं श्रेष्ठं भवति। सारणी - १ मध्ये ८६३२ तस्य सर्वैः प्रतिवेशिभिः ४५८०, ८२८०, ४७५, १९४४ इत्येतैः अपेक्षया बृहत्तमा अस्ति।

सारणी - १

२४३०	७५००	७३५०	९८७०
३११५	४७९५	९१२४	९२३०
४५८०	८६३२	८२८०	३४४६
५७८५	१९४४	५८०५	६०३४

सारणी - २ इति तादृशीभिः पञ्चाङ्कानां संख्याभिः पूरयन्तु, यासाम् अङ्काः यथाक्रमं '१', '०', '६', '३', '९' च सन्ति। केवलं वर्णयुक्ताः कोशाः ये सन्ति, तत्र समीपेभ्यः कोशेभ्यः बृहत्तराः संख्याः लेखनीयाः।

सारण्यां बृहत्तमा संख्या हि __________।

सारणी - २

	९६,३०१	३६,१०९	
	१३,६०९	६०,३१९	१९,३०६
		६०,१९३	
	१०,९६३		

© NCERT not to be republished

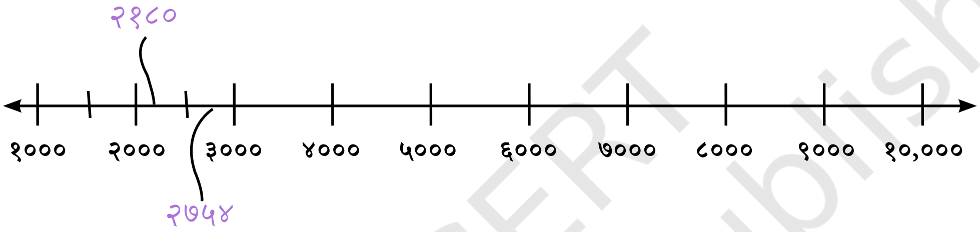
सारण्यां लघुतमा समसंख्या अस्ति ________________ ।

सारण्यां ५०,००० तः अधिका लघुतमा संख्या _________________ अस्ति।

यदा भवान्/भवती सारणीं पूरयिष्यति, तदा सहस्राङ्कात् परम् अर्धविरामं स्थापयतु।

३.३ संख्यारेखायाम् अङ्कानां प्रतिरूपाणि

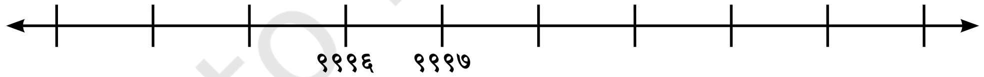
इदानीं वयं संख्यारेखाभिः सह अतीव परिचिताः जाताः। संख्यायाः पङ्क्तौ तेषां समुचितस्थानेषु कानिचन सङ्ख्याः स्थापयितुं शक्नुमः वा इति पश्याम। ताः संख्याः तावत् - २१८०, २७५४, १५००, ३६००, ९९५०, ९५९०, १०५०, ३०५०, ५०३०, ५३०० तथा ८४०० इति।

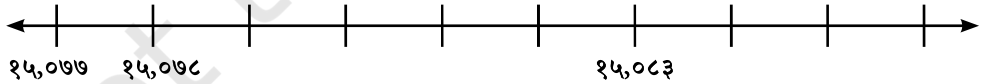


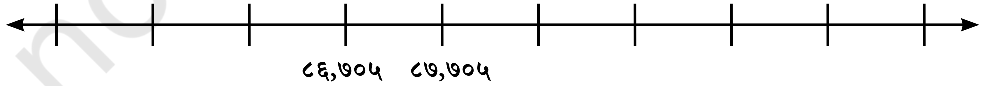
एतत् निश्चिन्वन्तु

अधः स्थितायां संख्यारेखायां वर्तमानाः संख्याः निश्चिन्वन्तु, अवशिष्टानि रिक्तानि स्थानानि च पूरयन्तु।

क.

ख.


ग.


घ.


प्रत्येकस्यां पङ्क्तौ लघुतमां संख्यां गोलकमध्ये स्थापयन्तु, दीर्घतमां च संख्यां पेटिकामध्ये स्थापयन्तु।

© NCERT not to be republished

३.४ अङ्कैः सह क्रीडा

१,२,३. इत्यतः एतावत् अङ्कान् लेखितुं प्रारभामः। नव १-अङ्कीयसङ्ख्याः सन्ति।

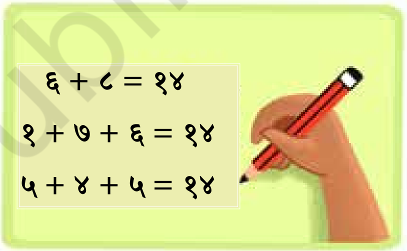
अन्विषन्तु, तादृश्यः कति संख्याः सन्ति, यासु द्वौ अङ्कौ, त्रयः अङ्काः, चत्वारः अङ्काः, पञ्च वा अङ्काः सन्ति।

एकाङ्कसंख्या १-९ तः ------------	२ - अङ्कयुक्ताः संख्याः ------------ ------------	३ - अङ्कयुक्ताः संख्याः ------------ ------------	४ - अङ्कयुक्ताः संख्याः ------------ ------------	५ - अङ्कयुक्ताः संख्याः ------------ ------------
९				

संख्यासु अङ्कानां योगः

यदा सा कतिपयानां सङ्ख्यानां अङ्कान् योजयति तदा कोमल् पश्यति यत् योगः समानः एव अस्ति इति।

उदाहरणार्थं, सङ्ख्यायाः ६८ अङ्कान् योजयित्वा, १७६ अथवा ५४५ अङ्कान् योजयित्वा समानं भविष्यति।



एतत् निश्चिन्वन्तु

गणित कथा

१. अङ्कानां योगः = १४

क. अन्याः सङ्ख्याः लिखतु यस्याः सङ्ख्याः १४ यावत् योजयन्ति।

ख. लघुतमः अङ्कः कः यस्य १४ अङ्कसमः अस्ति?

ग. बृहत्तमः ५-अङ्कयुक्तः कः यस्य १४ अङ्कयुक्तः योगः अस्ति?

घ. भवन्तः १४ अङ्कानां योगस्य प्रपत्रम् कियत् विशालं संख्यां प्राप्तुं शक्नुवन्ति? किं भवन्तः इतोऽपि बृहत्तरसङ्ख्या निर्मातुं शक्नुवन्ति?

२. ४० तः ७० पर्यन्तं अङ्कानाम् अङ्कसङ्ग्रहं ज्ञातव्यम्। वर्गे भवतः अवलोकनं सहभागयन्तु।

३. ३-अङ्कयुक्तानां सङ्ख्यानां अङ्कानां सङ्कलनं करोतु, येषु अङ्कानां क्रमः भवति (उदाहरणार्थं, ३४५)। किं भवान् एकं स्वरूपं पश्यति? किं एतत् स्वरूपं अनुवर्तयिष्यति?

© NCERT not to be republished

237 = २३७
57 = ५७
877 = ८७७
1799 = १७९९
676 = ६७६
7041 = ७०४१

अङ्कीयान्वेषकः

१ तः १०० पर्यन्तं अङ्कान् लिखित्वा, दिनेशः आश्चर्यम् अवाप्नोत् यत् सः कतिवारं ' ७ ' इति अङ्कं लिखितवान् स्यात् इति!

१तः १०० पर्यन्तासु संख्यासु, कतिवारं '७' इति संख्या आगच्छति? १तः १००० पर्यन्तासु च संख्यासु, कतिवारं '७' इति संख्या आगच्छति?

३.५ उत्तमानि पलिन्-ड्रोमिक् प्रतिरूपाणि

एतेषु सङ्ख्यासु भवान् किं निदर्शनं पश्यति-६६, ८४८, ५७५, ७९७, ११११? एताः सङ्ख्याः वामतः दक्षिणं प्रति, दक्षिणतः वामं प्रति च समानानि पठन्ति। प्रयतताम् अपि च पश्यतु। एतादृशाः सङ्ख्याः आहूताः सन्ति। **पालिनड्रोम्स्** अथवा **पालिनड्रोमिक् सङ्ख्या** इति।

१, २, ३ च उपयुज्य व्यवहृतानि सर्वाणि पलिन्-ड्रोम् प्रतिरूपाणि

१२१, ३१३, २२२ इत्येताः संख्याः पलिन्-ड्रोम् इत्यस्य दृष्टान्ताः, याः हि '१', '२', '३' इत्येतान् अङ्कान् उपयुज्य निर्मिताः।

एतेषाम् अङ्कानाम् उपयोगेन सर्वान् सम्भवान् ३-अङ्कीयान् पालिण्ड्रोम् इत्येतान् लिखतु।

रिवर्स्-अण्ड्-एड् पालिन् - ड्रोम्

इदानीं एतेषु योजनायां पश्यतु। किं प्रचलति इति ज्ञातुं प्रयतताम्।

निम्नलिखितेषु चरणानि अनुसरन्तुः द्वि-अङ्क-सङ्ख्यया आरभताम्। अस्य संख्यां तस्य व्युत्क्रमं प्रति योजयतु। यदि भवान् एकं पालिण्ड्रोम् इतीदं प्राप्नुयात् अथवा अन्यत्, अङ्कान् प्रत्यावर्त्य योजयितुं च सोपानानि पुनरावर्तयति तर्हि स्थगयतु।

केषाञ्चन अन्यानां सङ्ख्यानां कृते समानां प्रक्रियां प्रयतित्वा समानानि सोपानानि निर्वहतु।

34 = ३४	84 = ८४	341 = ३४१
43 = ४३	132 = १३२	484 = ४८४
77 = ७७	231 = २३१	
29 = २९	363 = ३६३	
92 = ९२	76 = ७६	
121 = १२१	67 = ६७	
48 = ४८	143 = १४३	

© NCERT not to be republished

यदि भवान् पालाइण्ड्रोम् इतीदं प्राप्नुयात् तर्हि स्थगयतु। यत्र भवन्तः एतं बहुसङ्ख्यकवारं पुनरावर्तयेयुः तत्र सङ्ख्याः सन्ति।

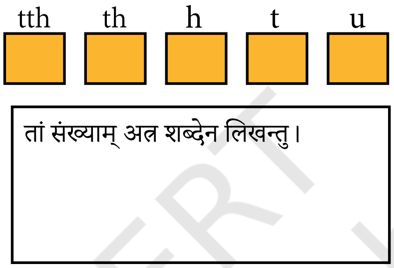
यत्र भवन्तः पालिण्ड्रोम् न प्राप्नुयुः तत्र सङ्ख्याः सन्ति वा?

अन्विषन्तु

पुनः पुनः संख्यां योजयित्वा, २-अङ्क-सङ्ख्यया आरभ्य, सर्वदा पालिण्ड्रोम् ददातु वा? अन्वेषयतु तथा अन्विष्यतु।

गणित कथा

पाजल्-समयः



अहं ५-अङ्कीयः पालिनड्रोम् अस्मि।

अहं विषमसङ्ख्या अस्मि।

मै ' टी ' अङ्कः मै ' यू ' अङ्कस्य द्विगुणः अस्ति।

मै ' एच ' अङ्कः मै ' टी ' अङ्कस्य द्विगुणः अस्ति।

अहं कः?

3.6 कप्रेकर् इत्यस्य जादुमयसङ्ख्या

डी. आर्. कप्रेकर् महाराष्ट्रस्य देवलाली-नगरस्य सर्वकारीयविद्यालये गणितशिक्षकः आसीत्। सः बहुभिः अङ्कैः सह क्रीडितुम् इच्छति स्म, तथा च पूर्वं अज्ञातानां सङ्ख्यासु अनेकानि सुन्दरानि प्रतिरूपाणि प्राप्तवान्।

१९४९ तमे वर्षे, सः ४-अङ्कीय-अङ्कैः सह क्रीडन् एकं आकर्षकं जादुमयं च दृश्यम् आविष्कृतवान्।

* *उत्तरम् अस्ति! ३-अङ्कानां सङ्ख्यानां कृते उत्तरम् अज्ञातम् अस्ति। सन्देहः अस्ति यत् एकेन पालिण्ड्रोम् इत्यनेन सह कदापि न आरभ्यमानेन १९६ यानैः सह आरभ्यते इति!*

© NCERT not to be republished

एतेषां चरणानां अनुसरणं करोतु तथा च भवतः कृते जादुमन्त्रस्य अनुभवः करोतु! न्यूनातिन्यूनं द्वयोः भिन्नयोः अङ्कयोः ४-अङ्कीय-सङ्ख्यां स्वीकरोतु, यथा ६३८२।

४ - अङ्कीयाम् एकां संख्यां स्वीकरोतु

↓

तान् अङ्कान् उपयुज्य बृहत्तमाम् एकां संख्यां निर्मान्तु।
तां संख्यां 'क' इति वदतु।

↓

तान् एव अङ्कान् उपयुज्य एकां लघुतमां संख्यां निर्मान्तु।
तां च संख्यां 'ख' इति वदतु।

↓

'ख' - तः 'क' इति वियोजयतु। तां च संख्यां 'ग' इति वदतु।
ग = क - ख

'ग' इत्यस्य अङ्गान् व्यवहरतु

किं भविष्यति यदि वयम् इमां प्रक्रियाम् अग्रे अनुवर्तयामः?

क = ८६३२
ख = २३६८
ग = ८६३२ - २३६८
= ६२६४

क = ६६४२
ख = २४६६
ग = ६६४२ - २४६६
= ४१७६

क = ७६४१
ख = १४६७
ग = ७६४१ - १४६७
= ६१७४

क =
ख =
ग =

अन्विषन्तु

भिन्नान् ४-अङ्कीयान् अङ्कान् स्वीकृत्य एतान् सोपानान् बहिः नेतुं प्रयतताम्। किं प्रचलति इति ज्ञातव्यम्। भवतः मित्रैः सह पश्यतु यत् ते प्राप्तवन्तः।

भवान्/भवती सर्वदा ' ६१७४ ' इति म्याजिक्-सङ्ख्यां प्राप्स्यति! ' ६१७४ ' इति सङ्ख्या अधुना ' कप्रेकर् कन्स्टन्ट् ' इति कथ्यते।

कतिपयैः ३-अङ्कीय-सङ्ख्याभिः सह एतान् एव सोपानान् स्वीकरोतु। कः सङ्ख्या पुनरावर्तितुम् आरभते?

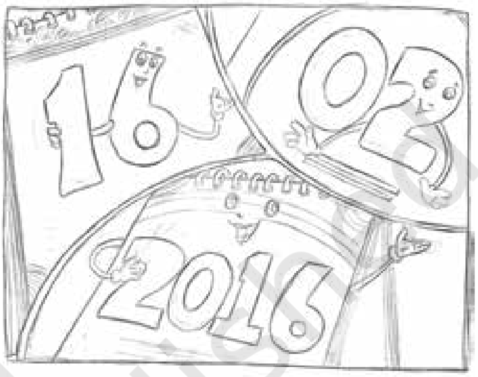
© NCERT not to be republished

३.७ घटिकाः दिनपञ्जिकासंख्याश्च

नियमित-१२-घण्टा-समये, भिन्न-भिन्न-विन्यासयुक्ताः काल-सीमाः सन्ति। उदाहरणार्थं, ४:४४,१०:१०,१२:२१।

- एतेषां प्रकाराणां प्रत्येकस्य १२-होरायाः घटिकायां तान् सर्वान् सम्भावितान् समयान् अन्विष्यतु।

मनीशस्य जन्मदिवसः २०/१२/२०१२ इति, यत्र '२', '०', '१', तथा '२' इत्येते अङ्काः आवर्त्य सन्ति।



- इत्थमेव भूतकालाद् एतादृशान् दिवसान् अन्विष्यतु।

तस्य भगिन्याः मेघनायाः ११/०२/२०११ इत्यस्मिन् दिने जन्म जातम्। अत्रापि ते एव अङ्काः व्यवहृताः। एतान् अङ्कान् वामतः दक्षिणायां दिशि, दक्षिणतः वामदिशि च पठतु।

- भूतकालाद् एतादृशानि सर्वाणि सम्भावितानि दिनानि अन्विष्यतु।

जीवनः स्वस्य वार्षिकीं दिनपञ्जिकां पश्यन् आसीत्। सः आश्चर्यचकितो जातः, "कुतो वयं प्रतिवर्षं दिनपञ्जिकां परिवर्तयामः? किं वयम् एकां दिनपञ्जिकां पुनः व्यवहर्तुं नार्हामः? भवतां किं मतम्?

इदं भवद्भिः दृष्टं स्याद् यत्, गतवर्षस्य दिनपञ्जिका प्रचलद्वर्षाद् भिन्ना अस्ति इति। अपि च, आगामिनः वर्षस्यापि अस्माद् वर्षाद् भिन्ना भविष्यति।

- परन्तु, किं तथा कश्चित् संवत्सरः आगमिष्यति, यस्य दिनपञ्जिका अस्य वर्षस्य पुनरावृत्तिः स्यात्? किं कस्यचिद् वर्षस्य सर्वे दिनाङ्काः दिनानि च परस्परं यथार्थतया समानाः भविष्यन्ति?

प्रयतताम् इदम्

एतत् निश्चिन्वन्तु

१. प्रतिभा '४', '७', '३' तथा '२' इत्येतान् अङ्कान् उपयुज्य चतुरङ्कयुतौ द्वौ शब्दौ निर्मितवती, एकः दीर्घतमः, अन्यः लघुतमश्च। तौ च यथाक्रमम् - २३४७, ७४३२ इति। तयोः शब्दयोः मध्ये अन्तरः = ७४३२ - २३४७ = ५०८५। एतयोः संख्ययोः योगो भवति = ९७७९ इति। इत्थमेव चतुरः अङ्कान् स्वीकृत्य निर्मातु -

क. तादृशीम् एकां संख्यां यत्र बृहत्तमायाः लघुतमायाश्च संख्ययोः मध्ये भेदः ५०८५ तः अधिकः स्यात्।

© NCERT not to be republished

ख. तादृशीम् एकां संख्यां यत्र बृहत्तमायाः लघुतमायाश्च संख्ययोः मध्ये भेदः ५०८५ तः न्यूनः स्यात्।

ग. तथा एकां संख्यां यत्र बृहत्तमायाः लघुतमायाश्च योगः ९७७९ तः अधिकः भवेत्।

घ. तथा एकां संख्यां यत्र बृहत्तमायाः लघुतमायाश्च योगः ९७७९ तः न्यूनः भवेत्।

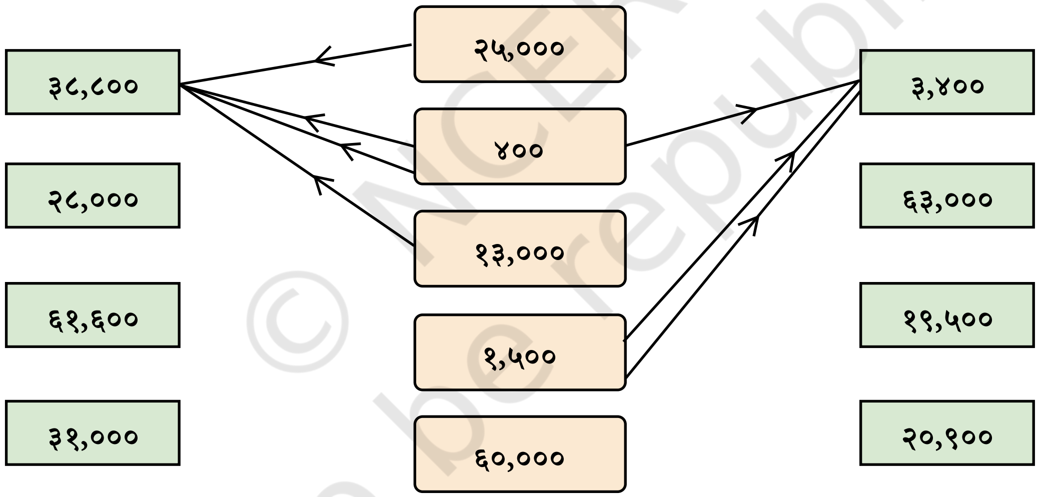
२. पञ्चाङ्कानाम् एकस्याः लघुतमायाः एकस्याः बृहत्तमायाश्च संख्ययोः योगः कः स्यात्? कश्च तयोः वियोगः स्यात्?

३. इदानीं समयः अस्ति प्रातः १० : ०१ इति। अग्रिमं पलिण्ड्रोमिक्-समयं गन्तुम् कियन्तः समयाः अपेक्षन्ते? ततः अग्रिमाय कियन्तः समयाः अपेक्षन्ते?

५. कप्रेकर्-नियतं प्राप्तुं ५६८३ संख्या कतिवारं स्वीक्रियते?

३.८ मानसिकं गणितम्

अधोदत्तं चित्रं पश्यतु। संख्यानां रेखाचित्राणां च विषये भवान् किं वदति?



पार्श्वे सङ्ख्याः प्राप्तुं भिन्नविधैः मध्यकोणे सङ्ख्याः योजिताः भवन्ति (१५०० + १५०० + ४०० = ३४००) इच्छितं सङ्कलनं प्राप्तुं यथा आवश्यकं मध्यभागे सङ्ख्याः बहुवारं उपयोक्तुं शक्यन्ते। इच्छितेषु सङ्कलनेषु धारयितुं पार्श्वेषु सङ्ख्यासु मध्यतः बाणान् चालयतु।

द्वौ दृष्टान्तौ दत्तौ। तत् मानसिकरूपेण कर्तुं सुलभं भवति!

३८,८०० = २५,००० + ४०० × २ + १३,०००

३४०० = १५०० + १५०० + ४००

© NCERT not to be republished

मध्ये संख्याः उपयुज्य किं वयं १,००० निर्मातुं शक्नुमः ? कुतो न ? १४,०००, १५,००० तथा १६,००० इत्येतेषां किं भविष्यति ? आम्, इदं सम्भवेत्। कथम् अन्वेष्टव्यम् इत्यपि अन्वेषयतु। सहस्रं कुतो न निर्मातुं शक्यते ?

गणित कथा

योजयन्तु वियोजयन्तु च

अत्र, पेटिकायां सङ्ख्याः उपयुज्य, अपेक्षितसङ्ख्या प्राप्तुं योजनायाः उप-अनुभागस्य च उपयोगं कर्तुं वयं अनुमताः। एकं उदाहरणं दर्शितम् अस्ति।

४०,०००	७,०००
३००	१,५००
१२,०००	८००

३९,८०० = ४०,००० – ८०० + ३०० + ३००

४५,००० =

५,९०० =

१७,५०० =

२१,४०० =

अङ्काः तेषां कार्याणि च

पञ्चाङ्कयोः द्वयोः संख्ययोः योगेन अन्यस्याः एकस्याः पञ्चाङ्कविशिष्टायाः संख्यायाः दृष्टान्तो हि = १२,३५० + २४,५४५ = ३६,८९५ इति।

द्वयोः पञ्चाङ्कविशिष्टयोः संख्ययोः वियोगेन एकस्याः पञ्चाङ्कसंख्या प्राप्यते इत्यस्य दृष्टान्तः अस्ति = ४८,९५२ - २४,५४७ = २४,४०५ इति।

एतत् निश्चिन्वन्तु

१. यथासंभवं अधः स्थितानां प्रत्येकं दृश्यस्य कृते उदाहरणं लिखतु।

५ अङ्काः + ५ अङ्काः पञ्चाङ्गविशिष्टां संख्यां प्राप्तुं या ९०,२५० तः अधिका स्यात्	५ अङ्काः + ३ अङ्काः एकां षडङ्कयुक्तां संख्यां प्राप्तुम्	४ अङ्काः + ४ अङ्काः एकां षडङ्कयुक्तां संख्यां प्राप्तुम्	५ अङ्काः + ५ अङ्काः एकां षडङ्कयुक्तां संख्यां प्राप्तुम्	५ अङ्काः + ५ अङ्काः येन १८,५०० इति युक्तफलं प्राप्यते
५ अङ्काः - ५ अङ्काः वियोगफलं प्राप्तुं या हि ५६,५०३ तः न्यूना स्यात्	५ अङ्काः - ३ अङ्काः चतुरङ्कविशिष्टम् एकं वियोगफलं प्राप्तुम्	५ अङ्काः - ४ अङ्काः एकं चतुरङ्कविशिष्टं वियोगफलं प्राप्तुम्	५ अङ्काः - ५ अङ्काः एकं त्र्यङ्कविशिष्टं वियोगफलं प्राप्तुम्	५ अङ्काः - ५ अङ्काः वियोगफलं ९१,५०० स्यात्

© NCERT not to be republished

सर्वेषु प्रकरणेषु उदाहरणानि अन्वेष्टुं शक्यसे वा? यदि नास्ति तर्हि किं कारणं भवितुं शक्यते इति चिन्तयतु चर्चां च करोतु। एतादृशान् अन्यान् प्रश्नान् भवतः सहपाठिनां कृते चालयतु।

गणित वार्तालापः।

२. *सर्वदा, समकाले, कदापि न?*

केषाञ्चन कथनानि अनुसरन्तु। विचारयन्तु, अन्वेषयन्तु, ज्ञातुं च शक्नुवन्ति यदि कथनस्य प्रत्येकः ‘ सर्वदा सत्यः ‘, ‘ केवलं कदाचित् सत्यः ‘ अथवा ‘ कदापि सत्यः नास्ति ‘ इति। किमर्थं भवान् एवं चिन्तयति? अस्मिन् वर्गे भवतः तर्कं चर्चां च लिखतु।

क. ५-अङ्कीया संख्या + ५-अङ्कीया संख्या = ५-अङ्कीया संख्या प्राप्यते

ख. ४-अङ्कीया संख्या + २-अङ्कीया संख्या = ४-अङ्कीयां संख्यां प्रददाति

ग. ४-अङ्कीया संख्या + २-अङ्कीया संख्या = ६-अङ्कीया संख्या आगच्छति

ङ. ५-अङ्कीया संख्या - ५-अङ्कीया संख्या = ५-अङ्कीया संख्या आयाति

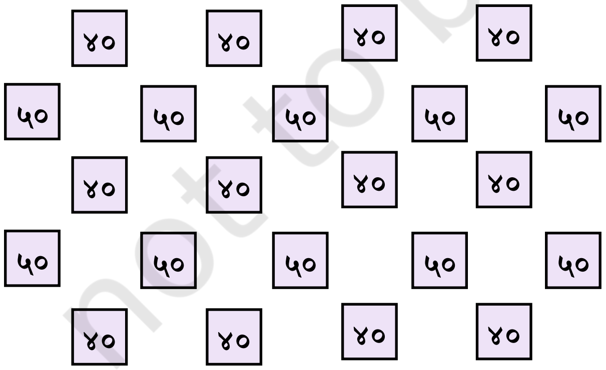
च. ५-अङ्कीया संख्या - २-अङ्कीया संख्या = ३-अङ्कीया संख्या आगच्छति

३.९ संख्याप्रकारैः सह क्रीडा

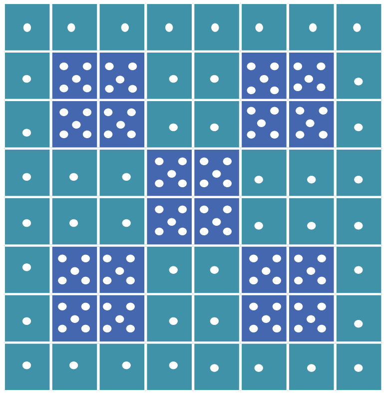
अत्र केषुचित् विन्यासेषु व्यवस्थिताः काश्चन संख्याः सन्ति। अधोदत्तानाम् अङ्कानां प्रत्येकं संख्यानां सङ्कलनम् अन्विष्यतु। वयं तान् एकेन योजयामः अथवा शीघ्रं मार्गम् उपयोक्तुं शक्नुमः?

एतेषां प्रश्नानां समाधानार्थं भवतः प्रत्येकस्य भिन्नपद्धतेः वर्गे सहभागयन्तु चर्चां च कुर्वन्तु।

क.



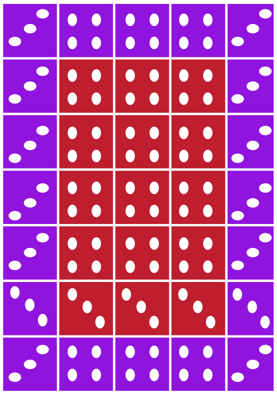
ख.



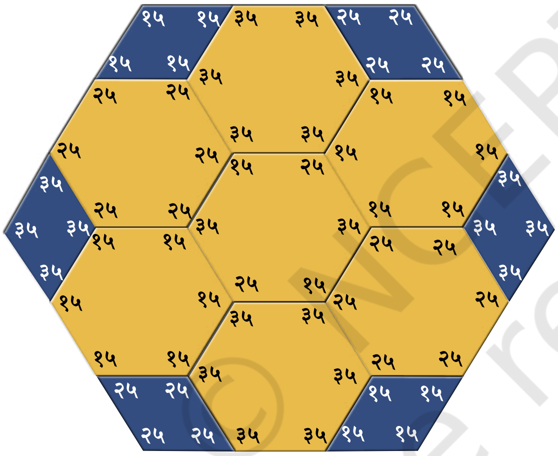
© NCERT not to be republished

ग.

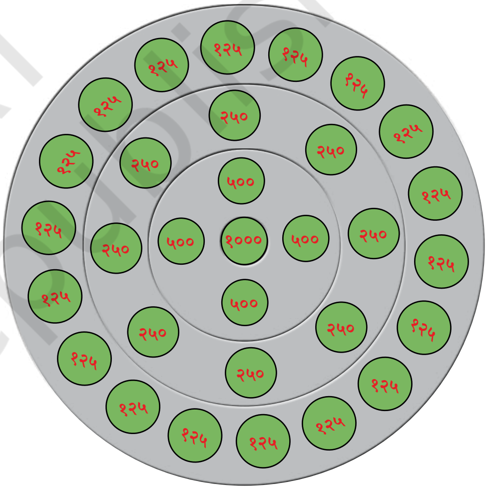
घ.



ङ.



च.



३.१० एका अमीमांसिता कथा - द कोलाज् कन्जेक्टर् !

अधः क्रमानुसारेषु पश्यतु-समानः नियमः सर्वेषु क्रमानुसारेषु प्रयुज्यते।

क. १२, ६, ३, १०, ५, १६, ८, ४, २, १

ख. १७, ५२, २६, १३, ४०, २०, १०, ५, १६, ८, ४, २, १

ग. २१, ६४, ३२, १६, ८, ४, २, १

घ. २२, ११, ३४, १७, ५२, २६, १३, ४०, २०, १०, ५, १६, ८, ४, २, १

एतानि अनुक्रमानि कथं निर्मितानि इति भवान् पश्यति वा?

© NCERT not to be republished

नियमः - एकः केनापि संख्यया आरभते; यदि सा संख्या समा अस्ति, तर्हि तस्य अर्धं स्वीकरोतु; यदि च सा संख्या विषमा अस्ति, तर्हि तस्याः त्रिगुणितं कृत्वा १ योजयतु; इमामेव प्रक्रियां पुनरावर्तयतु।

इदम् अवधेयं यत् सर्वे चत्वारः अनुक्रमाः अन्ततो गत्वा १ संख्यायां पर्यवस्यन्ति। सप्तत्रिंशदुत्तर-ऊनविंशतितमे (१९३७) वर्षे जार्मानदेशीयः गणितशास्त्रज्ञः लोथर् कोलाट्ज़् इत्येषः अनुमानम् अकरोत् यद् अयम् अनुक्रमो भविष्यति इति। *सर्वदा* १ पर्यन्तं प्राप्नोतु, पूर्णसङ्ख्यायाः विषये विचारं विना भवान् आरभते। अद्यत्वे अपि-यद्यपि बहवः गणितशास्त्रज्ञाः तस्य विषये कार्यं कुर्वन्तः सन्ति-तथापि कोलाट्ज़् इत्यस्य परिकल्पना सत्यमेव वा इति अनुत्तरितसमस्या अस्ति! कोलाट्ज़् इत्यस्य परिकल्पना गणितेषु अत्यन्तं प्रसिद्धेषु अनुत्तरितप्रश्नेषु अन्यतमा अस्ति।

एतादृशान् कांश्चन उपर्युक्तसदृशान् कोलट्ज् अनुक्रमान् निर्मातु, भवतः/भवत्याः इष्टाभिः पूर्णसंख्याभिः आरभतु। किं भवान्/भवती सर्वदा १ पर्यन्तं गच्छति?

किं भवन्तः/भवत्यः विश्वसन्ति यत् एतादृशानि सर्वाणि अनुक्रमानि अन्ततः १ पर्यन्तं प्राप्यन्ते इति कोलाट्ज़् इत्यस्य परिकल्पना? किमर्थं वा किमर्थं न वा?

३.११ सरला प्राक्कल्पना

समये समये, वयं न जानीमः अथवा वस्तूनां यथार्थगणनां न जानीमः, परन्तु हस्तस्य प्रयोजनाय अनुमानं पर्याप्तं भवति। दृष्टान्तो यथा, भवतः विद्यालयस्य मुख्याध्यापकः भवतः विद्यालये नामाङ्कितानां छात्राणां यथार्थां संख्यां ज्ञातुं शक्नोति, परन्तु भवान्/भवती केवलं प्राक्कल्पितां गणनां ज्ञातुं शक्नोति। भवतः/भवत्याः विद्यालये कति छात्राः सन्ति? प्रायः १५०? अथवा ४००? अथवा सहस्रम्?

पारोमिता वर्गविभागे ३२ बालकाः सन्ति। तस्याः वर्गस्य अन्ययोः २ खण्डेषु २९ तथा ३५ बालकाः सन्ति। अतः सा स्ववर्गस्य बालकानां सङ्ख्या प्रायः १०० इति अनुमन्यते। षष्ठश्रेण्या सह तस्याः विद्यालये अपि ७ - १० श्रेण्यः सन्ति, यत्र प्रत्येकस्यां श्रेण्यां ३ कक्षाः सन्ति। सा प्रत्येकस्मिन् वर्गे समानां संख्याम् अन्वमिनोत् तथा च स्वविद्यालये छात्राणां संख्या प्रायः ५०० इति अचिन्तयत्।

एतत् निश्चिन्वन्तु

वयं कानिचन सरलानि अनुमानानि करिष्यामः। एषः आनन्ददायकः व्यायामः अस्ति, तथा च भवन्तः अस्मात् परितः विविधाः संख्याः ज्ञातुं विनोदं प्राप्स्यन्ति। स्मर्यतां, वयं निम्नलिखितेषु

© NCERT not to be republished

प्रश्नेषु यथार्थसङ्ख्यासु रुचिं न अनुभवामः। वर्गे भवतः प्राक्कलनपद्धतीः निवेदयतु।

१. भवान् गमनार्थं सोपानानि स्वीकरोतिः
   क. कक्षायाः द्वारं प्रति यत्र भवन्तः उपविश्यन्ते।
   ख. आरम्भात् अन्तं यावत् विद्यालयस्य क्षेत्रस्य पारं गच्छतु।
   ग. विद्यालयस्य द्वारं प्रति भवतः कक्षायाः द्वारात्।
   घ. विद्यालयात् गृहं प्रति।

२. भवान् स्वीकृत्यां नेत्राणां वा श्वासोच्छ्वासानां वा सङ्ख्याः अन्विष्यत्।
   क. एकनिमेषे एव।
   ख. एकघण्टायां
   ग. एकस्मिन् दिने

३. भवतः परितः कानिचन वस्तूनि सन्ति नाम -
   क. संख्यायां कतिपयाः सहस्राणि सन्ति।
   ख. संख्यायां दशसहस्रादपि अधिकम् अस्ति।

उत्तरम् अनुमान्तु

३० क्षणेषु एव अनुमातुं प्रयतताम्। स्वमित्रैः सह स्वकल्पनां पश्यतु।

१. भवतां गणितपुस्तिकायां शब्दानां संख्याः -
   क. ५,००० तः अधिकाः।
   ख. ५,००० तः न्यूनाः।

२. भवतां विद्यालये ये छात्राः वसयानेन विद्यालयम् आगच्छन्ति, तेषां/तासां संख्याः -
   क. २०० तः अधिकाः।
   ख. २०० तः न्यूनाः।

३. रोशनः पञ्च जनानां कृते फलाहारं निर्मातुं दुग्धम्, त्रिप्रकारकानि फलानि च क्रेतुम् इच्छति। सः अनुमितवान् यत् तस्य व्ययः १०० रूप्यकाणि भविष्यति इति। किं भवान् तेन सह सहमतः अस्ति? किमर्थम् अस्ति, यदि न तर्हि किमर्थं न वा?

४. गान्धीनगर्-नगरात् (गुजरात्-राज्ये) कोहिमा-नगरं (नागालैण्ड्-राज्ये) पर्यन्तं दूरं गणयतु।
   सूत्रम् - एतेषां नगराणां स्थानं ज्ञातुं भारतस्य मानचित्रं पश्यतु।

५. शीतल् षष्ठश्रेण्याः अस्ति तथा च सा अद्यावधि विद्यालये प्रायः १३,००० होराः व्यतीतवती इति वदति। किं भवान् तया सह सहमतः अस्ति? किमर्थं वा किमर्थं न वा?

६. पूर्वं जनाः दीर्घदूरं गन्तुं प्रयतन्ते स्म, यतः तेषां परिवहनस्य अन्यः उपायः नासीत्। भवतः सामान्यवेगेन गमनार्थं साहाय्यं करोतु। प्रायः, कियत् कालं यावत् भवन्तः ततः निर्गन्तुं शक्नुवन्ति स्मः

क. भवतः वर्तमानं स्थानं समीपस्थेषु प्रियस्थानेषु अन्यतमम् अस्ति।

ख. भवतः वर्तमानं स्थानं कस्मिन् अपि राज्यस्य राजधानीनगरं प्रति अस्ति।

ग. भारतस्य दक्षिणतमं बिन्दुः भारतस्य उत्तरतमं बिन्दुः अस्ति।

७. कानिचन प्राक्कलनप्रश्नाः भवतः सहपाठिनां कृते चालयतु!

३.१२ क्रीडाः जयाय रणनीतयश्च

संख्याक्रीडास्वपि उपयोक्तुं शक्यन्ते तथा च विजयनीतीः विकासयितुं शक्यन्ते।

अत्र २१ नामिका एका प्रसिद्धा क्रीडा अस्ति। सहपाठिभिः सह क्रीडतु। अनन्तरं स्वपरिवारेण सह गृहे प्रयतताम्।

क्रीडानियमः #१ : प्रथमः क्रीडकः वदति १,२ अथवा३। ततः द्वौ क्रीडकौ पूर्वसङ्ख्यां योजयित्वा १, २, अथवा ३ इति परिवर्तनं कुर्वन्ति। २१ विजयं प्राप्तुं प्रथमः क्रीडकः!

भवतः सहपाठिन्या सह बहुवारं एतत् क्रीडां क्रीडतु। किं भवान् विजयनीतिं द्रष्टुम् आरभते?

कः क्रीडकः सर्वदा विजयं प्राप्तुं शक्नोति यदि सः सम्यक् क्रीडति? अङ्कानां स्वरूपं किम् यत् विजेतृ-क्रीडकः अवश्यं वदति?

अस्यां क्रीडायां बहवः प्रकाराः सन्ति। अत्र अन्यः सामान्यः प्रकारः अस्ति।

क्रीडानियमः #२ : प्रथमः क्रीडकः १ तथा १० मध्ये अङ्कं वदति। ततः द्वौ क्रीडकाः १ तथा १० मध्ये पूर्वसङ्ख्यां योजयितुं परिवर्तनं कुर्वन्ति इति उक्तवन्तौ। ९९ विजयान् प्राप्तुं प्रथमः क्रीडकः!

भवतः सहपाठिन्या सह बहुवारं एतत् क्रीडां क्रीडतु। पश्यतु यदि भवान् अस्मिन् प्रकरणे तत्सम्बद्धां विजयनीती निर्णेतुं शक्नोति! कः क्रीडकः सर्वदा विजयं प्राप्तुं शक्नोति? अङ्कानां स्वरूपं किम् यत्

© NCERT not to be republished

विजेतृ-क्रीडकः अस्मिन् समये वदति इति?

अस्याः क्रीडायाः स्वकीयाः प्रकाराः निर्मातु-प्रत्येकं परिवर्तने कति अधिकाः योजयितुं शक्नुवन्ति, कः विजयसङ्ख्या इति च निर्धारयतु। ततः भवतः क्रीडां बहुवारं क्रीडित्वा, विजयनीतेः अङ्कं कृत्वा, यः क्रीडकः सर्वदा विजयं प्राप्तुं शक्नोति!

एतत् निश्चिन्वन्तु

प्रयतताम् इदम्

१. अस्मिन् ग्रिड्-मध्ये केवलं एकः सूपर्-सेल् अस्ति (तस्य समीपस्थेषु सर्वेभ्यः बृहत्तरसङ्ख्या)। यदि भवान् संख्यासु एकस्य द्वि-अङ्कान् विनिमयं करोति तर्हि ४ अति-अङ्कानि भविष्यन्ति। चित्रम् बहिः यत् स्वाप् कर्तुं अङ्कान् धारयति।

१६,२००	३९,३४४	२९,७६५
२३,६०९	६२,८७१	४५,३०६
१९,३८१	५०,३१९	३८,४०८

२. कप्रेकर्-नियतं प्राप्तुं भवतः जन्मवर्षं कियत् परिभ्रमति?

३. वयं ५-अङ्कानां सङ्ख्याणां समूहः, यथा ३५,००० तः ७५,००० पर्यन्तं, अस्माकं सर्वाणि अङ्कानि विषमानि सन्ति। अस्माकं समूहे बृहत्तमसङ्ख्या का अस्ति? अस्माकं समूहे लघुतमः सङ्ख्या कः? अस्माभिः सह कः ५०,००० तः समीपस्थः?

४. सप्ताहान्ताः, उत्सवाः, विरामदिनानि च मिलित्वा भवान् वर्षेषु प्राप्तानां विरामदिनानां सङ्ख्याः अनुमन्यताम्। ततः, यथार्थसङ्ख्यां प्राप्तुं प्रयतताम् अपि च भवतः प्राक्कलनानि कथं समाप्यन्ते इति द्रष्टुं प्रयतताम्।

५. एकं मग्, एकं बकेट्, उपरिभागस्य ट्याङ्क् च धारयितुं शक्यते इति लक्षयतु।

६. ५-अङ्कीय-सङ्ख्यायां लिखतु तथा च ३-अङ्कीय-सङ्ख्यासु लिखतु येन तेषां योगः १८,६७० भवति।

७. २१० तः ३९० पर्यन्तं संख्यां चिनोतु। अनुभागः ३.९ मध्ये दर्शितानां सदृशानां सङ्ख्यानां प्रतिरूपाणां निर्माणं करोतु येन अस्य सङ्ख्यायाः सङ्कलनं भविष्यति।

© NCERT not to be republished

८. अध्याय-१, सारणी-१ इत्यतः २ इत्यस्य शक्तेः क्रमं पुनः स्मर्यताम्। किमर्थं अस्मिन् अनुक्रमे सर्वेभ्यः आरम्भिकसङ्ख्याणां कृते कोलाट्ज़्-परिकल्पना सम्यक् भवति?

९. आरम्भार्थं कोलट्ज़्-परिकल्पना धारयति वा इति पश्यतु संख्या १००।

१०. शून्याद् आरभ्य, क्रीडकाः १ तः ३ पर्यन्तासु संख्यासु एकां वैकल्पिकरूपेण योजयन्ति। प्रथमं यः २२ संख्यां प्राप्तः, सः विजयी जातः। अत्र का विजयनीतिः अस्ति?

सारांशः

- संख्याः विभिन्नप्रयोजनानां कृते उपयोक्तुं शक्यन्ते, यथा सूचना-संप्रेषणार्थं, सूचना-आविष्कार-विन्यासानां निर्माणार्थं, प्राक्कलन-परिमाणस्य, आसन-समाधान-पजल्स्, प्ले-एण्ड्-विन्-गेम्स् च।
- एतेषां प्रयोजनार्थं सङ्ख्याः उपयोक्तुं विचारं तथा प्रक्रियां निरूपणं च उपयोगी कौशलं क्षमता च अस्ति (' कम्प्यूटेषनल् थिंकिङ्ग् ' इति कथ्यते)।
- संख्याभिः सम्बद्धाः अनेकाः समस्याः स्थापयितुं अतीव सुलभाः भवन्ति, परन्तु परिहर्तुं अतीव कठिनः भवति। निःसंदेहम्, एतादृशाः संख्यात्मकसमस्याः अद्यापि अनुत्तरितानि सन्ति (उदाहरणार्थं, कोलाट्ज़् इत्यस्य परिकल्पना)।

© NCERT not to be republished