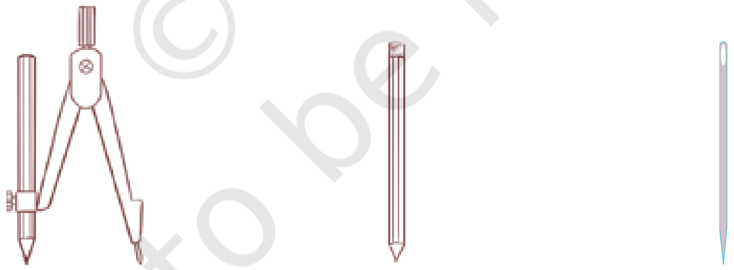
२ रेखाः कोणाश्च

0674CH02

अस्मिन् अध्याये, वयं ज्यामितेः कांश्चन मूलभूतविचारान् यथा बिन्दुः, रेखा, किरणाः, रेखाखण्डाः, कोणाश्चेत्यादीनां विषये अन्विष्यामः। एताः धारणाः 'साधारण-ज्यामितिः' इत्यस्य भित्तिं निर्माति तथा च ज्यामितेः उन्नततरविषयाः, यथा, तस्य विविधरूपाणां निर्माणं विश्लेषणम् इत्यादीनाम् अवगमने साहाय्यं करिष्यन्ति।

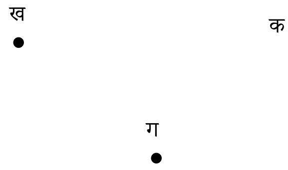
२.१ बिन्दुः

कर्गदे एकस्याः अङ्कन्याः प्रान्तभागेन एकं चिह्नाङ्कनं कुर्वन्तु। यथा प्रान्तभागः तीक्ष्णः भवति तथा चिह्नम् अपि सूक्ष्मं भवेत्। इदं प्रायः अदृश्यं सूक्ष्मचिह्नं भवतां कृते बिन्दोः अवधारणायाः अभ्यासं कारयति। बिन्दुः स्थानस्य निर्धारमं करोति। किन्तु बिन्दोः दैर्घ्यविस्तारौ न भवतः, उच्चता अपि न भवति। अधः बिन्दोः कानिचन उदाहरणानि दत्तानि सन्ति।



त्रिज्यायाः प्रान्तः   अङ्कन्याः तीक्ष्णः प्रान्तः   सूच्याः तीक्ष्णः प्रान्तः

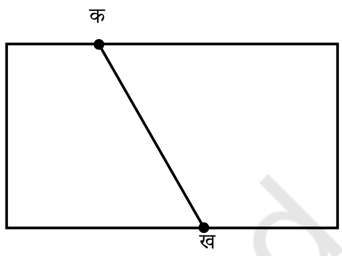
यदि भवन्तः एकस्मिन् कर्गदखण्डे त्रयाणां बिन्दूनाम् अङ्कनं कुर्वन्ति, तर्हि भवन्तः एतेषां त्रयाणां भेदं कर्तुम् अर्हन्ति। तदर्थं प्रत्येकं बिन्दुम् आङ्गलभाषयां स्थूलाक्षरेण यथा, क, ख, ग इत्येवंरूपेण सूचयितुं शक्यते।



© NCERT not to be republished

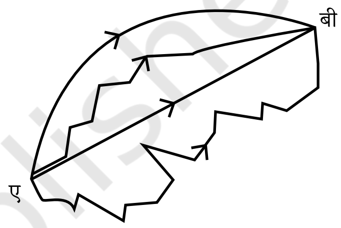
एतान् बिन्दून् वयं 'ख-बिन्दुः', 'क-बिन्दुः', 'ग-बिन्दुः' इत्येवंरूपेण पठामः। निःसन्देहेन, एते बिन्दवः सुनिर्दिष्टस्थानानि निरूपयन्ति। वयम् एतान् प्रायः अदृश्यम् इव सूक्ष्मः इति कल्पयामः।

२.२ रेखाखण्डः



एकं कर्गदखण्डं पुटीकृत्य पुनः उद्घटयन्तु। किं भवन्तः किमपि पुटचिह्नं प्राप्तवन्तः? अनेन एकस्य रेखाखण्डस्य धारणा प्राप्यते। अस्य क तथा ख इति द्वौ प्रान्तौ स्तः।

एकस्य कर्गदखण्डस्य उपरि यत्र कुत्रापि क तथा ख इति बिन्दुद्वयम् अङ्कयन्तु। विविधमार्गेण एतद् बिन्दुद्वयं योजयितुं प्रयतताम् (चित्रम्। (२.१)

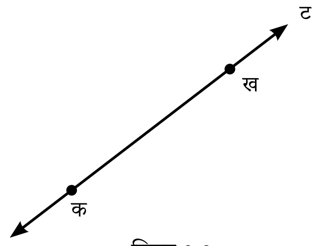


चित्रम् २.१

क तथा ख इति बिन्दुद्वयम् योजयितुं लघुतमः मार्गः कः अस्ति? क बिन्दुतः ख बिन्दुपर्यन्तं (क तथा ख इति बिन्दुद्वयमपि अस्मिन् अन्तर्भवति) लघुतमः मार्गः अत्र दर्शितः अस्ति। क बिन्दुतः ख बिन्दुपर्यन्तं अयं लघुतमः मार्गः **रेखाखण्डः** इति उच्यते। इमं रेखाखण्डं वयं 'कख' इति नाम्ना निर्दिशामः। अस्यां क-ख-रेखायां क-बिन्दुः ख-बिन्दुश्च **अन्तिमबिन्दवः** इति कथ्यते।

२.३ रेखा

चिन्तयन्तु यत् क बिन्दुतः ख बिन्दुपर्यन्तं रेखाखण्डं (यथा, कख इति नाम्ना निर्देशितः रेखाखण्डः) क इत्यस्य अग्रे एकस्यां दिशि अपि च ख इत्यस्य अग्रे अपरस्यां दिशि किमपि अन्त्यबिन्दुं विना विस्तारयामः (चित्रम् पश्यन्तु। २.२)। एतत् रेखायाः प्रतिरूपम् अस्ति। किं भवन्तः रेखायाः सम्पूर्णं चित्रम् अङ्कयितुं शक्नुवन्ति? किमर्थं न इति?



चित्रम् २.२

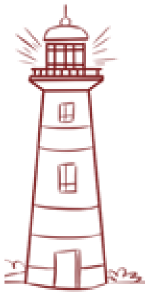
क बिन्दुतः ख बिन्दुपर्यन्तम् अङ्किता रेखा कख इति नाम्ना निर्देशिता अस्ति। एतां रेखां द्वयोः दिशोः अनिश्चितरूपेण विस्तारयितुं शक्नुमः। अस्यां रेखायाम् असंख्यातबिन्दवः भवितुम् अर्हन्ति। यदा कदा एतादृशी रेखा ट इति अक्षरैः अपि सूच्यते।

लक्षयन्तु यत्, केनापि बिन्दुद्वयेन अङ्किता रेखा तस्य बिन्दुद्वयस्य मध्येन गच्छति।

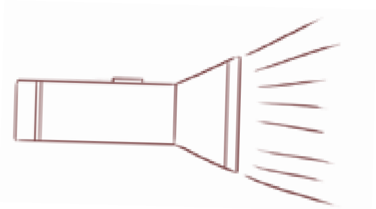
© NCERT not to be republished

२.४ किरणः

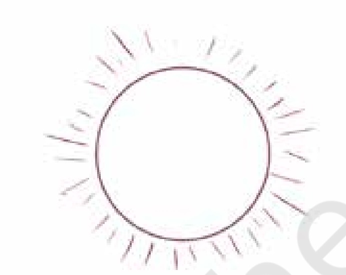
किरणः रेखायाः एकः भागः अस्ति। एषः एकस्माद् बिन्दोः प्रारभते (तमेव प्रारम्भ-बिन्दुं वदामः) अपि च एकस्यां दिशि किमपि अन्त्यबिन्दुं विना विस्तृतः भवति। किरणस्य कृते अधः काश्चन प्रतिकृतयः दत्ताः सन्ति।



एकस्मात् प्रदीपगृहात् निस्सरन्तः प्रकाशकिरणाः

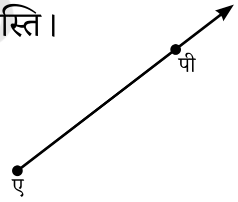


करदीपात् निस्सरन्तः प्रकाशकिरणाः



सूर्यकिरणाः

अत्र किरणस्य दत्ताकृतिं (चित्रम् २.३) पश्यन्तु। अत्र बिन्दुद्वयं निर्देशयितुं शक्यते। तत्र क इति प्रारम्भ-बिन्दुः अस्ति एवञ्च च इति अस्य अपरः प्रान्तबिन्दुः अस्ति। एतां रेखां वयं $\overrightarrow{\text{कच}}$ इति नाम्ना निर्देशयामः।



चित्रम्। २.३

एतत् निश्चिन्वन्तु

१.

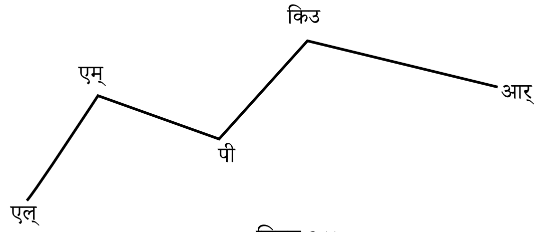
रिहानः इत्येषः कर्गदखण्डे बिन्दुना एकं स्थानं चिह्नितवान्। इदानीं सः तादृश्यः कति रेखाः अङ्कयितुं शक्नोति, याः तं बिन्दुं प्रविश्य गच्छन्ति।

शीतलः इत्येषा कर्गदखण्डे बिन्दुद्वयेन स्थानद्वयं चिह्नितवती। इदानीं सा तादृश्यः कति रेखाः अङ्कयितुं शक्नोति, याः तद् बिन्दुद्वयं प्रविश्य गच्छन्ति।

किं भवन्तः उत्तराणि अन्वेष्टुं रिहानः शीतलश्च इत्येतयोः साहाय्यं करिष्यन्ति ?

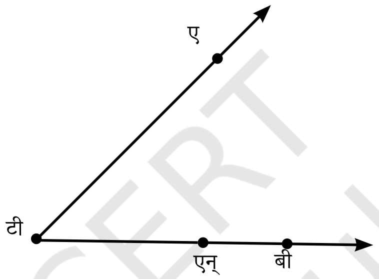
© NCERT not to be republished

२. चित्रम् २.४ मध्ये दर्शितस्य रेखाखण्डस्य नामाङ्कनं कुर्वन्तु। अस्मिन् रेखाखण्डे पञ्च-चिह्नितेषु बिन्दुषु कः वस्तुतः एकस्मिन् रेखाखण्डे एव अस्ति? तेषु के बिन्दवः रेखाखण्डद्वये अवस्थानं कुर्वन्ति?



चित्रम् २.४

३. चित्रम् २.५ मध्ये दर्शितानां किरणानां नामाङ्कनं कुर्वन्तु। किं टी-बिन्दुः सर्वेषां रेखाखण्डाणां प्रारम्भ-बिन्दुः अस्ति ?



चित्रम् २.५

४. एकां रेखाकृतिम् अङ्कयित्वा तत्र बिन्दूनां एवंप्रकारेण नामकरणं कुर्वन्तु, येन तद् निम्नलिखितानि शर्तानि पूरयन्ति।

क) $\overleftrightarrow{\textbf{ओपी}}$ किंच $\overleftrightarrow{\textbf{ओ.किउ}}$ इति रेखाद्वयं ओ-बिन्दौ सम्मिलितं भवति।

ख) $\overrightarrow{\textbf{कख}}$ एवञ्च $\overleftrightarrow{\textbf{पी.किउ}}$ इति रेखाद्वयं एम्-बिन्दोः उपरि प्रतिच्छेदं करोति।

ग) **एल्** इत्यस्यां रेखायाम् **ई** किञ्च **एफ्** इति बिन्दुद्वयम् अस्ति, परन्तु **डी** इति बिन्दुः नास्ति।

घ) पी इति बिन्दुः एबी-रेखायाः उपरि अस्ति।

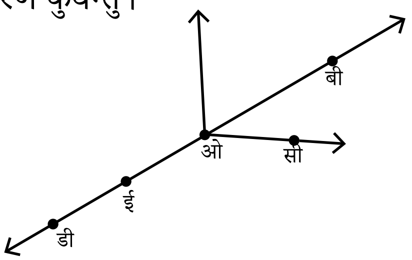
५. चित्रम् २.६ इति संलग्नाकृतिम् उपयुज्य एतेषां नामकरणं कुर्वन्तु।

क) पञ्च बिन्दवः

ख) एका रेखा

ग) चत्वारः किरणाः

घ) पञ्च रेखाखण्डाः



चित्रम् २.६

© NCERT not to be republished

६. अत्र $\overrightarrow{\text{ओ.ए.}}$ इति एकः किरणः अस्ति (२.७ इति चित्रम्)। ओ इति अस्य प्रारम्भिक-बिन्दुः अस्ति तथा एषः A इति बिन्दुं प्रविष्य गच्छति।

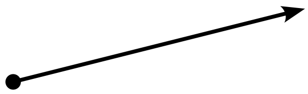


Fig. २.७

क) किं भवान्/भवती एतां रेखां $\overrightarrow{\text{ओबी}}$ इत्यपि वक्तुं शक्नोति? किमर्थम् ?

ख) किं वयं $\overrightarrow{\text{ओए}}$ इति किरणं $\overrightarrow{\text{एओ}}$ इति लेखितुं शक्नुमः? शक्नुमश्चेत् किमर्थम्? यदि न, तर्हि किमर्थम् ?

२.५ कोणः

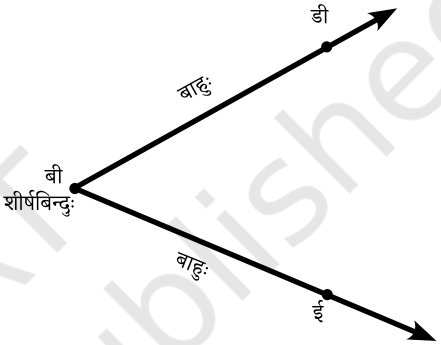


Fig. २.८

द्वौ किरणौ एकस्मिन् उभयनिष्ठे अन्त्यबिन्दौ मिलित्वा एकं कोणं निर्माति। अत्र $\overrightarrow{\text{बीडी}}$ तथा $\overrightarrow{\text{बीई}}$ इति द्वे किरणरूपेण कल्पयितुं शक्यते। अनयोः उभयनिष्ठः प्रारम्भिक-बिन्दुः बी इति अस्ति (२.८ इति चित्रम्), यत्र उभयौ किरणौ मिलित्वा एकः कोणः निर्मितः भवति।

अत्र बी इति बिन्दुः अस्य कोणस्य शीर्षबिन्दुः अस्ति। $\overrightarrow{\text{बीडी}}$ तथा $\overrightarrow{\text{बीई}}$ अस्य कोणस्य द्वौ भुजौ स्तः। तर्हि अस्य कोणस्य नाम किं भविष्यति? वयं कोणस्य शीर्षबिन्दुम् उपयुज्य तस्य बी इति नामकरणं कर्तुं शक्नुमः। अधिकस्पष्टार्थम् वयम् अस्य कोणस्य द्वयोः भुजयोः एकम् एकम् बिन्दुं स्वीकृत्य अपि च तेन सह अस्य शीर्षबिन्दुं योजयित्वा कोणस्य नामकरणं कर्तुं शक्नुमः। तदा वयम् एतद् डीबीई कोणः अथवा ईबीडी कोणः इति वदामः। कोणः इति शब्दः '<' इति चिह्नेन अपि सूचयितुं शक्यते। यथा, < डीबीई अथवा <ईबीडी इति। अत्र ध्येयमस्ति यद् नामकरणस्य समये कोणस्य शीर्षविन्दुः सर्वदा मध्ये लेखनीयः भवति।

सामान्यतया कोणं दर्शयितुं अस्य शीर्षके एकस्य लघुवक्रस्य प्रयोगः क्रियते (२.९ इति चित्रं पष्यन्तु)।

विद्या सद्य एव तस्याः पुस्तकम् उद्घटितवती। इदानीं सा कथं तस्याः पुस्तकं उद्घाटयन्ती इति तस्य विविधचित्राणि वयं पश्यामः।

पर्यायः १ पर्यायः २ पर्यायः ३ पर्यायः ४ पर्यायः ५ पर्यायः ६

© NCERT not to be republished

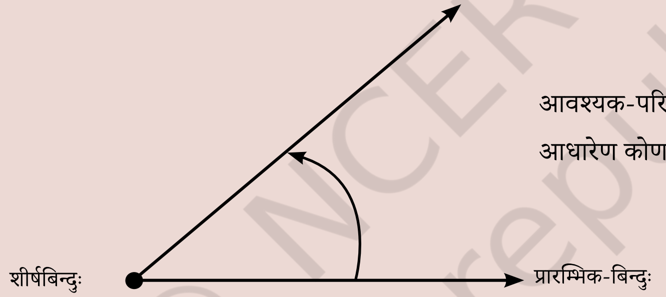
पश्यन्तु, अत्र प्रत्येकस्मिन् चित्रे एकः कोणः निर्मितः अस्ति, न वा? किं भवन्तः एतेषां कोणानां भुजान् शीर्षबिन्दुश्च निर्देशयितुं शक्नुवन्ति ?

कः बृहत्तरः —प्रथमचित्रे तथा द्वितीयचित्रे दर्शितयोः कोणयोः मध्येनकः बृहत्तरः अस्ति?

यथा वयं रेखायाः दैर्घ्यस्य आधारेण तस्य आकारस्य विषये वक्तुं शक्नुमः, तथैव कोणस्य परिभ्रमणमानस्य आधारेण तस्य आकारस्य विषये अपि वक्तुं शक्नुमः।

अत्र, द्वितीयचरणे यः कोणः दृश्यते सः पूर्वाद् अपेक्षया बृहत्तरः अस्ति, यतः अस्मिन् चरणे पुस्तकस्य आवरणम् उद्घाटयितुम् अधिकं परिभ्रमणम् आवश्यकम् भवति। तथैव तृतीयचरणे कोणः तस्माद् अपेक्षया अपि बृहत्तरः अस्ति, यतः इतोऽपि अधिकं परिभ्रमणं भवति। एवं चतुर्थ-पञ्चम-षष्ठ-चरणेषु क्रमेण बृहत्तरकोणाः निर्मिताः सन्ति, यत्र अधिकाधिकं परिभ्रमणं भवति।

कोणस्य प्रथमकिरणाद् द्वितीयकिरणं प्रति गमनार्थं शीर्षबिन्दुं परितः आवश्यक-परिभ्रमणस्य परिक्रमणस्य वा परिमाणस्य आधारेण तस्य कोणस्य आकारः भवति।

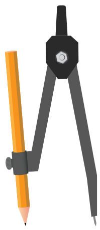


२.९ इति चित्रम्

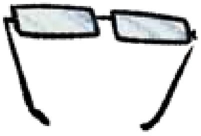
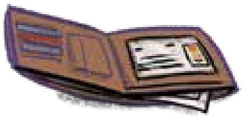
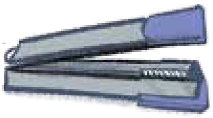
© NCERT not to be republished

अधुना अन्यानि कानिचन उदाहरणानि पश्यामः यत्र अस्माकं दैनन्दिनजीवने परिभ्रमणस्य परिक्रमणस्य वा माध्यमेन कोणाः उत्पद्यन्ते।

- दिक्सूचकयन्त्रस्य अथवा विभाजकस्य भुजान् परिभ्रमयित्वा वयं कोणं निर्मातुं शक्नुमः। तस्य शीर्षकं भवति तद् बिन्दुः यत्र तस्य भुजद्वयं परस्परं योजितं भवति। अस्य कोणस्य शीर्षबिन्दुं भुजांश्च ज्ञात्वा निर्देशयन्तु।
- एकस्यां कर्तर्यां क्षुरपत्रद्वयं भवति। यदा वयं ते उद्घाटयामः (अथवा 'ते परिभ्रमयामः') तदा ते क्षुरपत्रे मिलित्वा कोणं निर्मातः। अस्य कोणस्य शीर्षबिन्दुं भुजांश्च ज्ञात्वा निर्देशयन्तु।



- उपनेत्रं, लघुसञ्चिका इत्यादीनाम् अन्येषां सामान्यवस्तूनां चित्राणि पश्यन्तु। तेषां भुजानाम् एवञ्च शीर्षबिन्दूनाम् अङ्कनं कृत्वा तत्र कोणान् निर्देशयन्तु।

किं भवन्तः लक्षयन्ति यद् कथम् एकः भुजः अन्येन सह पर्यवर्त्य कोणान् निर्माति?

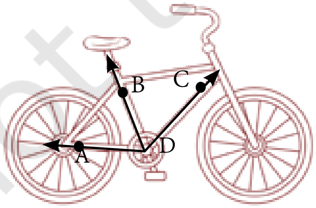
शिक्षकान् प्रति

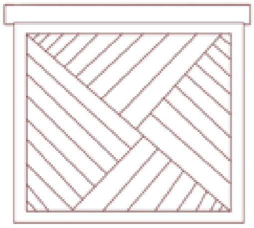
कोणस्य परिभ्रमणमानस्य आधारेण तस्य आकारं ज्ञातुं शिक्षकाः छात्रैः सह मिलित्वा विविधक्रियाकलापान् कल्पयेयुः।

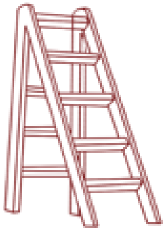
© NCERT not to be republished

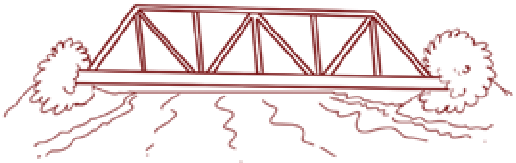
एतत् निश्चिन्वन्तु

१. दत्तचित्रेषु कोणान् अन्वेष्टुं शक्नुवन्ति वा? अत्र येषु स्थानेषु कोणाः भवितुम् अर्हन्ति, तेषु एकं रेखाङ्केन निर्देशयन्तु। अपि च अस्य कोणस्य शीर्षबिन्दोः नाम निर्दिशन्तु।





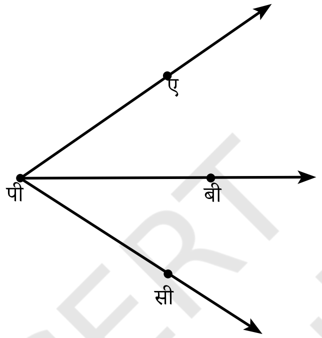




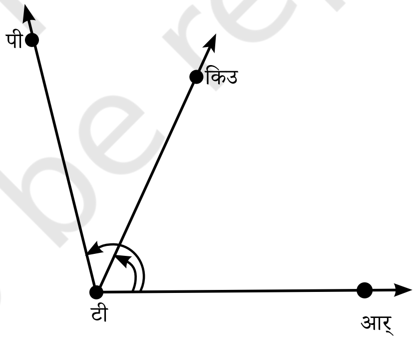
२. एस्.टी तथा एस्.आर्. इति बाहुविशिष्टं कोणम् अङ्कयित्वा तस्य नाम निर्दिशन्तु।

३. किमर्थं <एपीसी इति कोणस्य <पी इति नामकरणं कर्तुं न शक्यते इति व्याख्यायताम्।

गणित कथा



४. अस्मिन् दत्तचित्रे कोणानां नामानि ज्ञात्वा निर्दिशन्तु।



५. एकस्मिन् कर्गदपत्रे बिन्दुत्रयं तथा निर्दिशन्तु, येन ते एकस्याम् एव सरलरेखायां न स्युः। तेषां ए, बी, सी इति नामकरणं कुर्वन्तु। इदानीम् एतान् बिन्दून् योजयित्वा याः रेखाः भवितुम् अर्हन्ति, तान् अङ्कयन्तु। भवन्तः कति रेखाः प्राप्नुवन्ति? तेषां नाम निर्दिशन्तु। ए, बी, सी इति बिन्दुत्रयम् उपयुज्य कियतः कोणान् निर्देशयितुं शक्नुमः? अधः तेषां नामानि लिखित्वा उपरि दर्शितं चित्रम् (चित्रम् २.९) इव लघुवक्रस्य साहाय्येन तेषु प्रत्येकं निर्दिशन्तु।

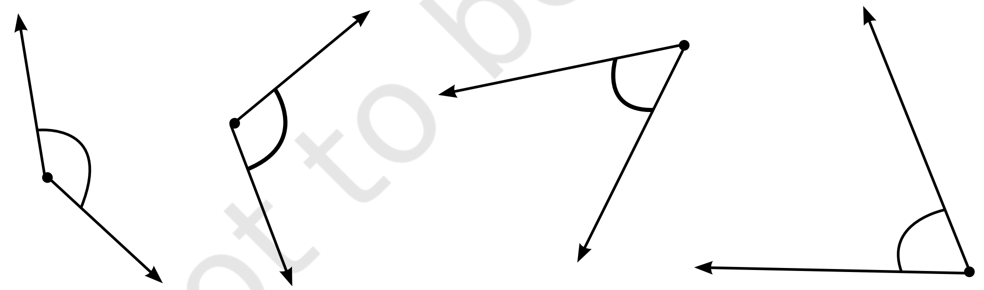
© NCERT not to be republished

६. इदानीं स्वपत्रे पुनः बिन्दुचतुष्टयं तथा निर्दिशन्तु, येन तेषु बिन्दुत्रयम् एकस्याम् एव सरलरेखायां न स्युः। तेषां ए, बी, सी, डी इति नामकरणं कुर्वन्तु। इदानीम् एतान् बिन्दून् योजयित्वा याः रेखाः भवितुम् अर्हन्ति, तान् अङ्कयन्तु। भवन्तः कति रेखाः प्राप्नुवन्ति? तेषां नाम निर्दिशन्तु। ए, बी, सी, डी इति बिन्दुचतुष्टयम् उपयुज्य कियतः कोणान् निर्देशयितुं शक्नुमः? अधः तेषां नामानि लिखित्वा उपरि दर्शितं चित्रम् (चित्रम् २.९) इव लघुवक्रस्य साहाय्येन प्रत्येकं निर्दिशन्तु।

२.६ कोणानां तुलना

पश्यन्तु, अधः एते पशवः मुखम् उद्घाटयन्ति। अत्र कोणस्य आकृतीः लक्षयन्ति वा? यदि तत्र कोणस्य आकृतयः सन्ति, तर्हि तेषां भुजानां शीर्षबिन्दूनां च नामानि निर्दिशन्तु। अत्र ध्यानेन लक्षयन्तु यद् एतेषु केषाञ्चन मुखाणि अन्येषाम् अपेक्षया विस्तृतरूपेण उद्घाटितानि सन्ति। वस्तुतः यावद् अधिकं हनोः परिभ्रमणं भवति, तावान् बृहत्तरकोणः भवति! अस्मिन् चित्रे लघुतमाद् बृहत्तमः इति क्रमेण कोणान् सज्जीकर्तुं शक्नुवन्ति वा?

द्वयोः कोणयोः तुलना सर्वदा सुलभं भवति वा?



अत्र केचन कोणाः सन्ति। एतेषु प्रत्येकस्य नाम निर्दिशन्तु। अनयोः तुलनां कथं कर्तुं शक्यते? एतादृशान् अन्यान् कोणान् अङ्कयित्वा तेषां नामानि निर्दिशन्तु तथा च तेषां तुलनां कुर्वन्तु।

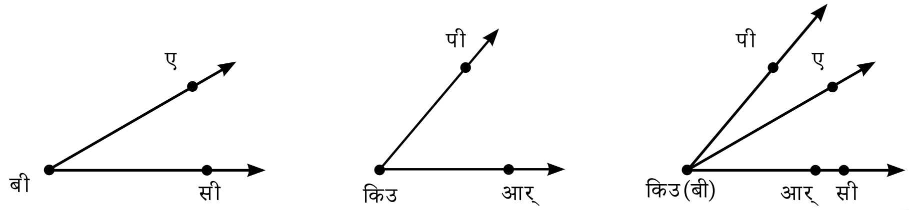
गणित कथा

© NCERT not to be republished

अध्यारोपेण कोणानां तुलना

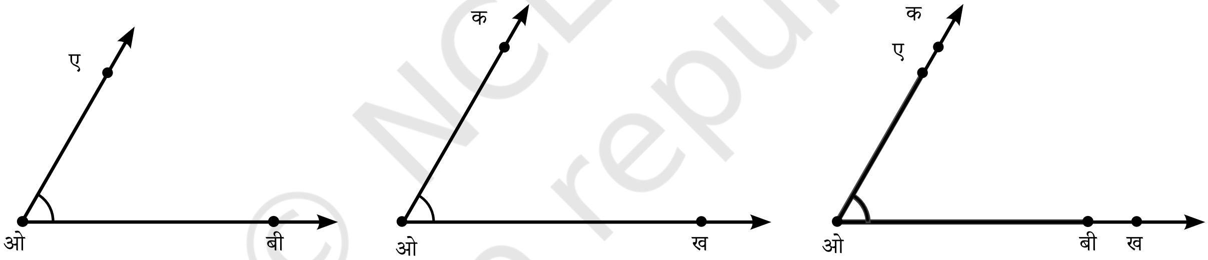
कोणद्वयम् एकम् अपरस्य उपरि स्थापयित्वा तयोः तुलनां कर्तुं शक्यते, यथा, अध्यारोपण-द्वारा। अध्यारोपणस्य समये कोणानां शीर्षबिन्दूनाम् एकः अपरस्य उपरि सम्यक् स्थापितः भवेत्।

अध्यारोपणात् परं कः कोणः लघुतरः, कश्च बृहत्तरः इति सुस्पष्टं भवति।



अस्मिन् चित्रे अध्यारोपितं कोणद्वयं दृश्यते। अस्माद् अधुना स्पष्टम् अस्ति यत् <पी.किउ.आर् इति कोणः <ए.बी.सी इत्यस्माद् बृहत्तरः अस्ति।

समकोणाः। अधुना चिन्तयन्तु, <ए.ओ.बी तथा <क.ओ.ख इति कोणद्वयम् अस्ति। अनयोर्मध्ये कः बृहत्तरः अस्ति?



एतयोः कोणयोः भुजाः, शीर्षबिन्दू च सम्यग् अध्यारोपिताः सन्ति, यथा, ओ.ए ↔ ओ.क. एवञ्च ओ.बी ↔ ओ.ख। अतः एतयोः द्वयोः कोणयोः आकारः समानः अस्ति।

प्रकृत्या एतेषां कोणानाम् आकारः समानः अस्ति यतः, यदा वयम् प्रत्येकस्य कोणस्य परिभ्रमणं चिन्तयामः, तदा वयम् अवगन्तुं शक्नुमः यद् अत्र द्वयोः कोणयोः परिभ्रमणमानं समानम् अस्ति। यथा, $\overrightarrow{\text{ओ.बी}}$ इत्यतः $\overrightarrow{\text{ओ.ए}}$ पर्यन्तं परिभ्रमणम् = $\overrightarrow{\text{ओ.ख}}$ इत्यतः $\overrightarrow{\text{ओ.क}}$ पर्यन्तं परिभ्रमणम्।

अध्यारोपणदृष्ट्या, यदा कोणद्वयम् अध्यारोपितं भवति, तदा यदि उभययोः कोणयोः समानः शीर्षबिन्दुः अस्ति तथा च द्वयोः अपि कोणयोः भुजद्वयम् एकः अन्यस्य उपरि सम्यक् स्थितः भवति, तर्हि द्वयोः कोणयोः आकारः समानः अस्ति इति ज्ञातुं शक्नुमः।

© NCERT not to be republished

गणित कथा

- अन्यत्र कुत्र वयम् अध्यारोपणस्य साहाय्येन तुलनां कर्तुं शक्नुमः ?

एतत् निश्चिन्वन्तु

१. एकम् आयताकारपत्रं पुटीकृत्य तत् पुटम् आश्रित्य एकां रेखाम् अङ्कयन्तु। इदानीं रेखायाः द्वयोः पार्श्वे पत्रपुटस्य पत्रपार्श्वयोश्च मेलनेन ये कोणाः उत्पद्यन्ते, तेषां नामानि निर्देशयित्वा तेषां मध्ये तुलनां कुर्वन्तु। आयताकारपत्रं स्वीकृत्य तद् भिन्नभिन्नरूपेण पुटीकृत्य कोणान् निर्मान्तु एवञ्च तेषां तुलनां कुर्वन्तु। भवद्भिः निर्मितेषु कोणेषु कः बृहत्तमः कश्च लघुतमः अस्ति?

२. कः कोणः बृहत्तरः किमर्थं च इति निर्णयन्तु।

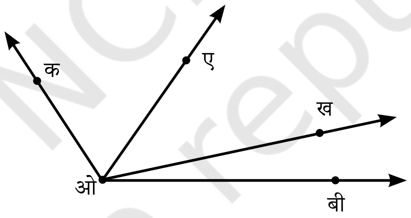
क) <ए.ओ.बी अथवा <क.ओ.ख

ख) <ए.ओ.बी अथवा <क.ओ.बी

ग) <क.ओ.बी अथवा <क.ओ.सी

कः कोणः बृहत्तरः इति भवान्/भवती कथं निर्णयं कृतवान्/कृतवती, तस्य विषये मित्रैः सह चर्चां कुर्वन्तु।

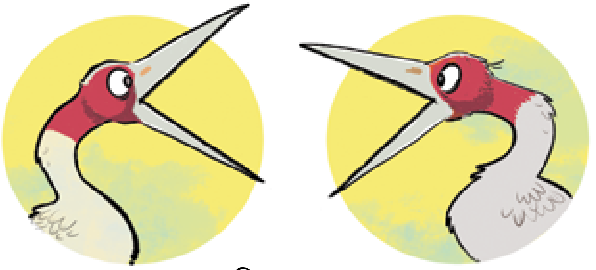
३. कः कोणः बृहत्तरः - <क.ओ.ख अथवा <ए.ओ.बी ? तत्र कारणं निर्देशयन्तु।



अध्यारोपणं विना कोणानां तुलना कथं करणीया -

द्वयोर्मध्ये कः स्वमुखम् अधिकं विस्तृततया उद्घाटयितुं शक्नोति इति विषयम् आश्रित्य द्वौ वकौ तर्कं कुरुतः। यथा, कः बृहत्तरं कोणं निर्मातुं शक्नोति इति।

आदौ ताभ्यां निर्मितौ कोणौ अङ्कयामः। अनयोर्मध्ये कः कोणः बृहत्तरः इत्यस्य निर्णयं कथं कुर्मः ?



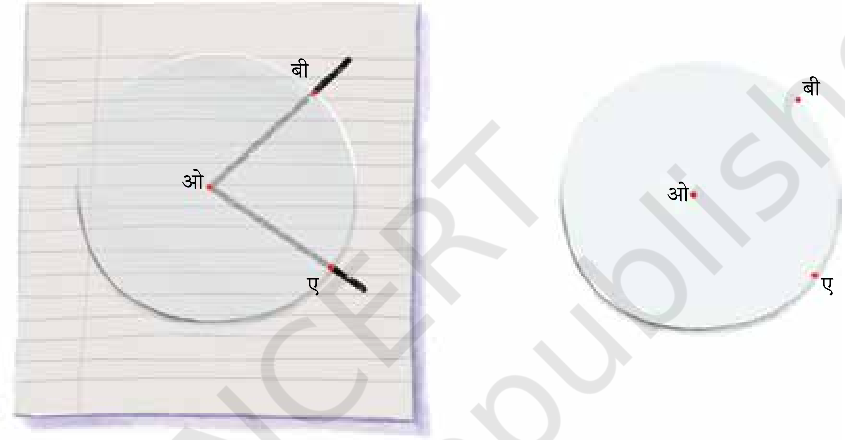
चित्रम् २.१०

© NCERT not to be republished

यथा पूर्वं दर्शितं, आदौ एतेषां कोणानाम् अङ्कनं करणीयम्। ततः एकस्य उपरि अन्यस्य सम्यग् अध्यारोपणेन कः कोणः बृहत्तरः इति परीक्षणीयम्। परन्तु किं वयम् अध्यारोपणं विना अपि तत् परीक्षयितुं शक्नुमः ?

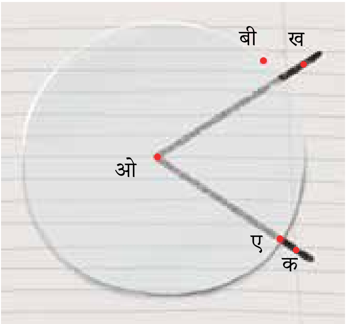
चिन्तयन्तु, अस्माकं पार्श्वे एकं पारदर्शकं वृत्ताकारपत्रम् अस्ति यत् चालयितुं अन्येषाम् आकृतीनाम् उपरि स्थापयितुं च शक्यते। किं वयम् एतत् तुलनार्थं उपयोक्तुं शक्नुमः ?

वयम् आदौ प्रथमवकेन निर्मितस्य कोणस्य उपरि तद् वृत्ताकारपत्रं स्थापयामः। तद् एतादृशप्रकारेण स्थापनीयं, येन वृत्तस्य केन्द्रं कोणस्य शीर्षबिन्दोः उपरि सम्यक् स्थापितं भवेत्। इदानीं यत्र कोणस्य भुजौ वृत्तं प्रविश्य गच्छतः, तत्र पार्श्ववृत्तस्य उपरि ए एवञ्च बी इति बिन्दुना चिह्नितं कुर्मः।



अयं कोणः द्वितीयवकेन निर्मितात् कोणात् बृहत्तरः वा, समानः वा, लघुतरः वा अस्ति इति ज्ञातुं वयं एतत् उपयोक्तुं शक्नुमः वा ?

अस्तु, तर्हि द्वितीयवकेन निर्मितस्य कोणस्य उपरि एतत् स्थापयामः, येन वृत्तस्य केन्द्रं कोणस्य शीर्षबिन्दोः उपरि सम्यक् स्थापितं भवेत् तथा च कोणस्य एकः भुजः ओ.ए. बाहुं प्रविश्य गच्छेत्।



किम् अधुना भवान्/भवती वक्तुं शक्नोति, कः कोणः बृहत्तरः इति ?

© NCERT not to be republished

इदानीं वदतु यत् केन वकेन बृहत्तरः कोणः निर्मितः आसीत्?
यदि भवन्तः पारदर्शकं वृत्ताकारपत्रं निर्मातुं शक्नुवन्ति, तर्हि अस्याः पद्धत्याः उपयोगं कृत्वा २.१० इति चित्रे दर्शितानां कोणानां तुलनां कुर्वन्तु।

शिक्षकान् प्रति

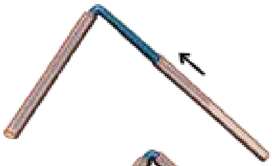
शिक्षकेन सर्वदा कोणस्य धारणायाः विषये छात्राणां बोधस्य परीक्षणं कर्तव्यम्। कदाचित् छात्राः चिन्तयितुं शक्नुवन्ति यत् कोणस्य बाहूनां दैर्घ्यं वर्धयित्वा तस्य आकारमपि वर्धयितुं शक्यते। तदर्थं छात्राणां बोधस्य परीक्षणार्थं तादृश्यः विविधाः स्थितयः कल्पनीयाः।

२.७ परिभ्रमणशील-बाहूनां निर्माणम्

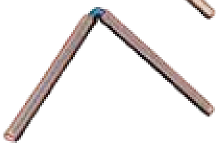
अधोलिखितानि चरणानि अनुसृत्य पत्रदंशिकायाः एवञ्च कर्गदनलस्य उपयोगेन 'परिभ्रमण-भुजम्' निर्मामः।

१. द्वौ कर्गदनलौ एवञ्च पत्रदंशिकाम् एकां स्वीकुर्वन्तु।

२. पत्रदंशिकायाः बाहुषु कर्गदनलं योजयन्तु।



३. भवतः/भवत्याः परिभ्रमण-भुजः इदानीं सिद्धः अस्ति!

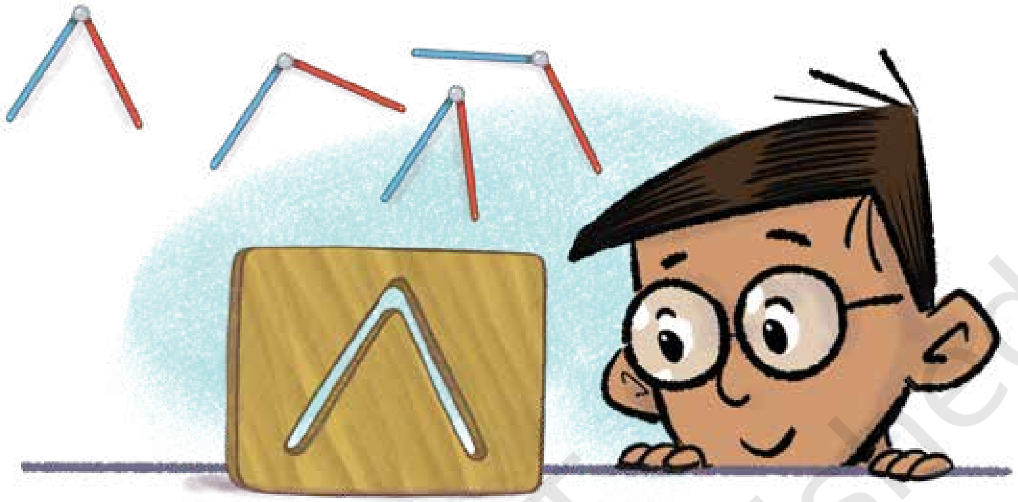


भिन्नभिन्नकोणविशिष्टान् अनेकान् 'परिभ्रमण-भुजान्' निर्मान्तु। ततः अध्यारोपणपद्धतीम् अनुसृत्य तेषां कोणानां तुलनां कुर्वन्तु। लघुतमाद् बृहत्तमः इति क्रमेण तान् कोणान् सज्जीकुर्वन्तु।

दीर्घरन्ध्रेण पारगमनम् : अस्याः क्रियायाः समये केनापि प्रकारेण भुजान् मा चालयन्तु।

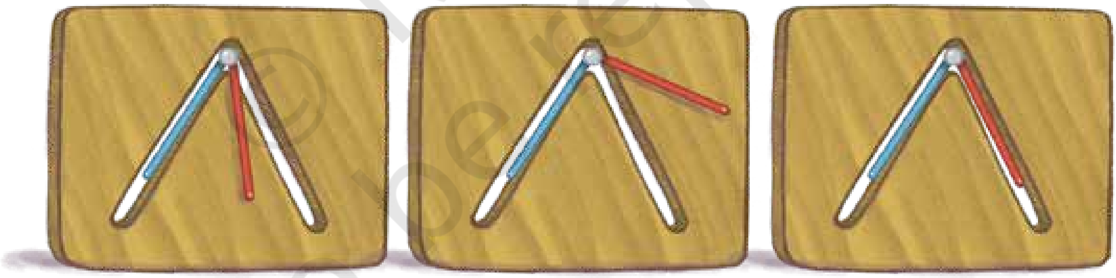
© NCERT not to be republished

एकं मृदुफलकं स्वीकृत्य अधः यथा दर्शितं, तथा परिभ्रमण-भुजेषु एकस्य आकारस्य अनुरेखनं कृत्वा, तत् कर्तयित्वा च एकं कोणाकारं रन्ध्रं निर्मान्तु।



इदानीं सर्वान् परिभ्रमण-भुजान् मृदुरूपेण चालयित्वा तान् मिश्रयन्तु। तत्र के परिभ्रमणभुजाः तेन रन्ध्रेन गन्तुं शक्नुवन्ति इति ज्ञातुं शक्यते वा?

भवन्तः प्रत्येकं परिभ्रमण-भुजं रन्ध्रस्य उपरि स्थापयित्वा कः पारं गन्तुं शक्नोति इति यथार्थतया ज्ञातुं शक्नुवन्ति। वयं कांश्चन परिभ्रमण-भुजान् स्वीकृत्य एतत् कार्यं कुर्मः -



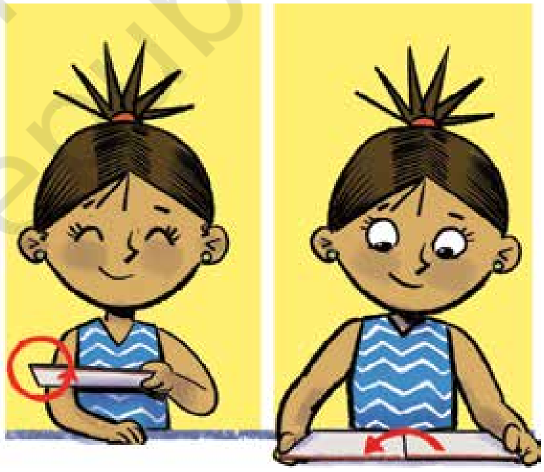
रन्ध्रस्य कोणः परिभ्रमण-भुजस्य कोणात् बृहत्तरम् अस्ति। अतः, सः छिद्रस्य पारं गन्तुं न शक्नोति।

रन्ध्रस्य कोणः परिभ्रमण-भुजस्य कोणात् लघुत्तरम् अस्ति। अतः, सः अपि छिद्रस्य पारं गन्तुं न शक्नोति।

रन्ध्रस्य तथा परिभ्रमण-भुजस्य कोणौ समानौ स्तः। अतः, सः छिद्रस्य पारं गन्तुं शक्नोति।

इत्थं यत्र रन्ध्रस्य परिभ्रमण-भुजस्य च कोणयोः आकारः समानः भवति, केवलं तत्र एव परिभ्रमण-भुजः रन्ध्रेण पारं गन्तुं शक्नोति। अस्य सन्दर्भे लक्षणीयः यत् रन्ध्रेण पारगमनस्य कृते परिभ्रमण-भुजानाम् आकारः महत्त्वपूर्णः अस्ति, न तु तेषां भुजानां दैर्घ्यः (यावत् तेषां भुजानां दैर्घ्यः रन्ध्रस्य दैर्घ्यस्य अपेक्षया लघुः अस्ति)।

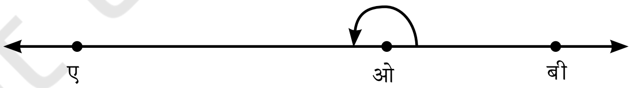
२.८ कोणानां विशेषस्वरूपाणि



इदानीं पुनः वयं, विद्या कथं तस्याः पुस्तकं उद्घाटयन्ती इति पश्यामः। पुस्तकोद्घटनस्य सोपानानि पश्यन्तु।

यदा सा लिखति तदा हस्तेन पुस्तकं धरन्ती प्रच्छदपत्रं पूर्णतया पर्यावर्तयति।

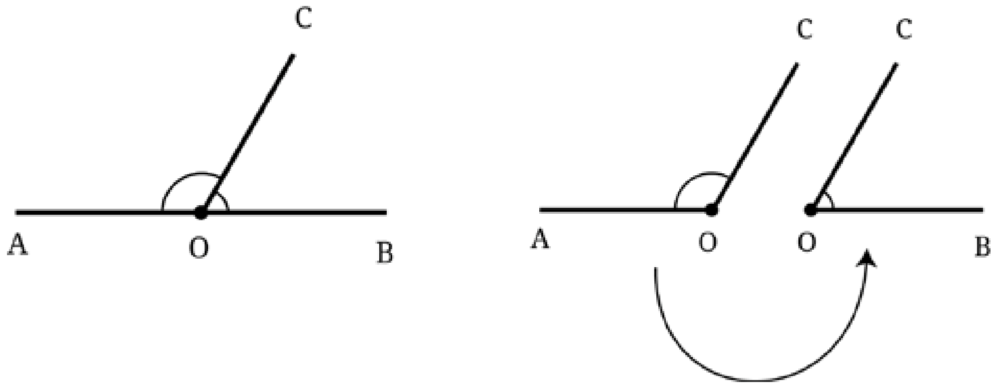
यदा पीठिकायाः उपरि सा प्रच्छदपटम् उद्घाटयन्ती तदा प्रच्छदपटस्य अर्धं पर्यावर्तयति। अस्मिन् सन्दर्भे निर्मितयोः कोणयोः भुजानाम् अवलोकनं कुर्वन्तु। अत्र कोणाः सरलरेखायां स्थिताः सन्ति। एतादृशः कोणः सरलकोणः इति उच्यते।



अधुना वयम् एकस्य सरलकोणस्य विषये चिन्तयामः। यथा, <ए.ओ.बी इति कोणः। पश्यन्तु यत् ओ.सी इति एका अन्या रेखा तं कोणद्वयेन विभाजयितुं शक्नोति। यथा, <ए.ओ.सी तथा <सी.ओ.बी कोणौ।

© NCERT not to be republished

A = ए
B = बी
C = सी
O = ओ



ओ.सी. इति रेखाम् एवं अङ्कयितुं शक्यते वा, येन द्वयोः कोणयोः आकारः समानः भवेत्?

गणित कथा

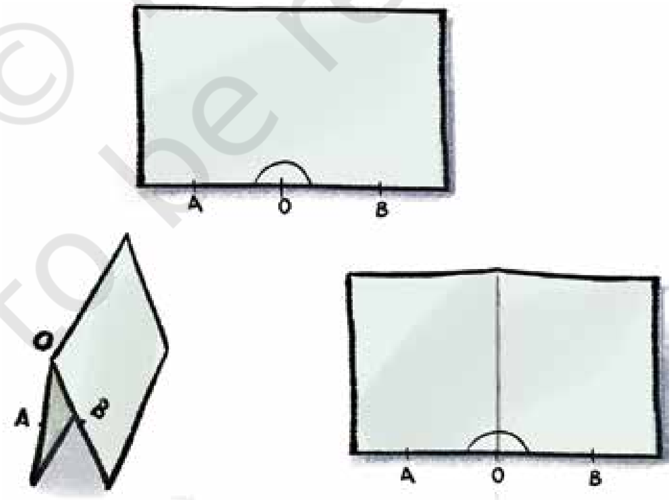
एहि, अन्विष्यामः।

वयम् एकस्य कर्गदखण्डस्य उपयोगेन एतत् कार्यं कर्तुं शक्नुमः। स्मर्यतां, यदा कर्गदे पुटः निर्मितः भवति, तदा तत्र एका सरलरेखा भवति।

एकम् आयताकारं कर्गदखण्डं स्वीकृत्य तस्य एकस्मिन् पार्श्वे ए.ओ.बी इति सरलकोणं निर्दिशन्तु। इदानीं तत् कर्गदम् एवं पुटीकुर्वन्तु, येन तत्र पुटचिह्नरूपेण एका सरलरेखा भवति, या ओ-बिन्दुं प्रविश्य गच्छति। एषा रेखा <ए.ओ.बी इति सरलकोणं द्वयोः समानाकारयोः कोणयोः विभाजयति।

कथम् एतत् कर्तुं शक्यते?

A = ए
B = बी
C = सी
O = ओ



अस्य कृते कर्गदम् एवंरूपेण पुटीकुर्वन्तु, येन ओ.बी इति ओ.ए. इत्यस्य उपरि सम्यग्रूपेण अध्यारोपितं भवेत्।

© NCERT not to be republished

अत्र किमर्थं द्वयोः कोणयोः आकारः समानः अस्ति इति तस्य कृते कारणं दर्शयन्तु। अध्यारोपणपद्धतीम् उपयुज्य तत् परीक्षयितुं शक्यते वा?

अत्र यौ समानौ कोणौ उत्पद्येते, तयोः प्रत्येकः **समकोणः** इति उच्यते।

यदि पूर्णवृत्तस्य अर्धेन सरलकोणः निर्मीयते, तर्हि पूर्णवृत्तस्य कियत्परिमाणम् एकं समकोणं निर्मास्यति?

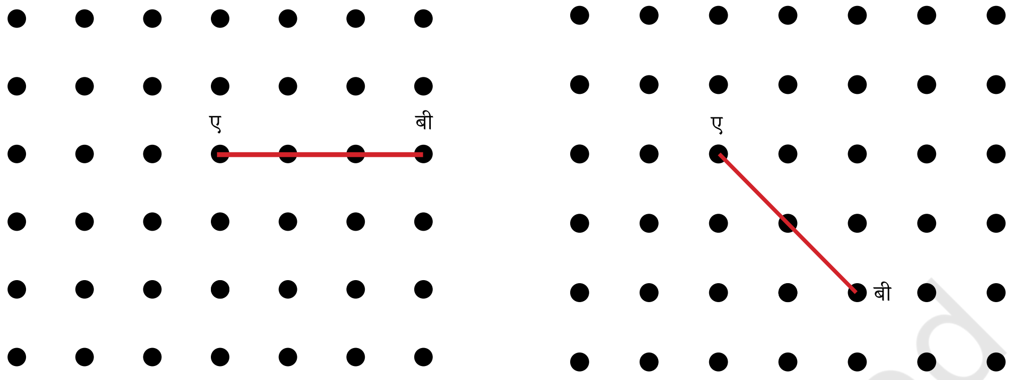
अत्र लक्षणीयं यद् एकः समकोणः आङ्गलभाषायाः एल् इति आकृतेः अनुरूपः भवति। कोऽपि कोणः तदा एव समकोणः भवति, यदा सः सरलकोणस्य यथार्थः अर्धांशः भवति।

एतत् निश्चिन्वन्तु

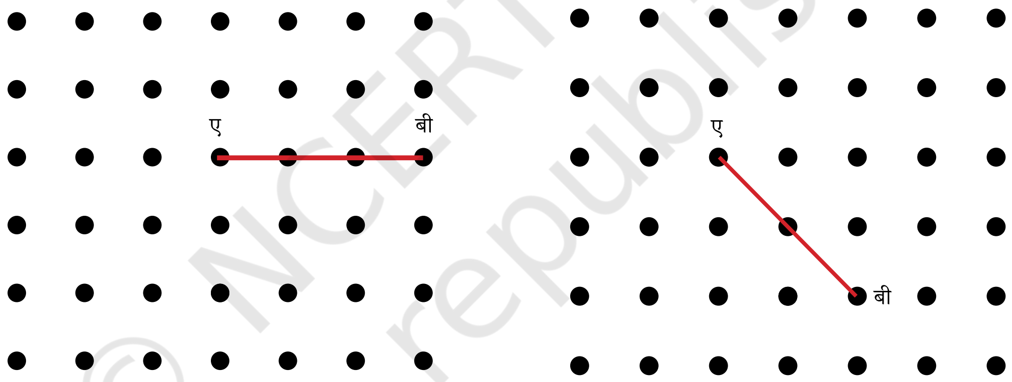
१. भवतां कक्षायाः वातायनेषु कति समकोणाः सन्ति? किं तत्र अन्यान् अपि समकोणान् पश्यन्ति?

© NCERT not to be republished

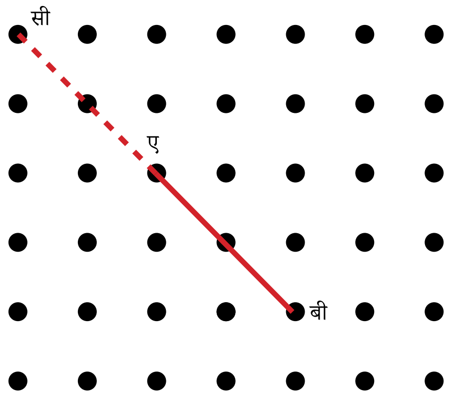
२. एतेषु चित्रेषु यथा दर्शितं, तथा एकेन सरलरेखाद्वारेण ए-बिन्दुम् अन्यैः बिन्दुभिः सह योजयित्वा एकं सरलकोणं निर्मान्तु। कथं भिन्नभिन्नैः उपायैः एतत् कर्तुं शक्यते?



३. इदानीम् अन्यया एकया सरलरेखया बिन्दुजालस्य अपरबिन्दुभिः सह ए-बिन्दुं योजयित्वा एकं सोमकोणं निर्मान्तु। कथं भिन्नभिन्नैः उपायैः एतत् कर्तुं शक्यते ?



संकेतः - एतेषु चित्रेषु यथा दर्शितम् अस्ति, तथा एतां रेखां अग्रे प्रसारयन्तु। ततः ए-बिन्दौ समकोणं प्राप्तुं तं बिन्दुं प्रविश्य तादृशीम् एकां रेखाम् अङ्कयन्तु, या सी.ए.बी इति सरलकोणं द्वयोः समानभागयोः विभाजयति।



© NCERT not to be republished

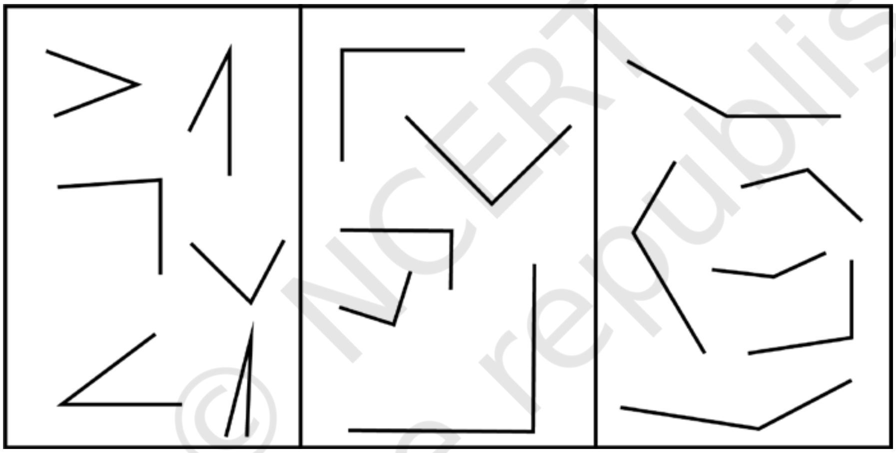
४. कर्गदं पुटीकृत्य पुटचिह्नरूपेण एकां तीर्यक्-रेखां प्राप्तुं प्रयतताम्। ततः तादृशीम् अन्याम् एकां रेखां प्राप्तुं प्रयततां, या पूर्वरेखायाः लम्बम् अस्ति।

क) भवान्/भवती कति समकोणान् प्राप्नोति? किमर्थम् एते कोणाः समकोणाः सन्ति इति तस्य कृते कारणं दर्शयतु।

ख) वर्णयतु यत् भवान्/भवती कथं पत्रं पुटीकृतवान्/पुटीकृतवती इति, येन अन्यः कोऽपि व्यक्तिः, यः एतां प्रक्रियां न जानाति , सोऽपि केवलं भवतः/भवत्याः विवरणम् अनुसृत्य सम्यक् कोणं प्राप्तुं शक्नोति।

कोणानां वर्गीकरणम्

कोणाः अधः दर्शितेषु त्रिषु वर्गेषु विभज्यन्ते। तत्र द्वितीयवर्गे समकोणाः दर्शिताः भवन्ति। तर्हि अन्ययोः द्वयोः वर्गयोः कोणानां सामान्यलक्षणं किं भवितुम् अर्हति?



अत्र प्रथमे वर्गे सर्वेषां कोणानाम् आकारः समकोणाद् न्यूनः भवति। वस्तुतः तत्र परिभ्रमणमानं चतुर्थांशाद् न्यूनं भवति। एतादृशकोणाः *सूक्ष्मकोणाः* इति उच्यन्ते।

तृतीये वर्गे सर्वे कोणाः समकोणात् बृहत्तराः किन्तु सरलकोणाद् लघुतराः सन्ति। अत्र वस्तुतः परिभ्रमणमानं चतुर्थांशात् अधिकं किन्तु अर्धवृत्तस्य अपेक्षया न्यूनं भवति। एतादृशाः कोणाः *स्थूलकोणाः इति उच्यन्ते।*

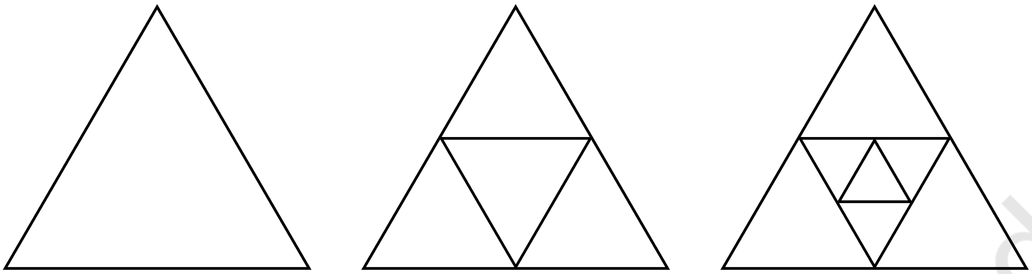
एतत् निश्चिन्वन्तु

१. पूर्वं दर्शितेषु चित्रेषु सूक्ष्मकोणाः, समकोणाः, स्थूलकोणाः इत्येतान् कोणान् दर्शयन्तु।

२. कांश्चन सूक्ष्मकोणान् कांश्चन स्थूलकोणान् च अङ्कयन्तु। भिन्नभिन्नदिक्षु तेषाम् अङ्कनं कुर्वन्तु।

३. भवन्तः सूक्ष्मः, स्थूलः इति शब्दयोः अर्थं जानन्ति वा? सूक्ष्मः इत्युक्ते तीक्ष्णः एवञ्च स्थूलः इत्युक्ते अतीक्ष्णः इति। किमर्थम् एतादृशं नामकरणं कृतमिति भवद्भिः मन्यते?

४. अधः प्रदर्शिते प्रत्येकस्मिन् चित्रे सूक्ष्मकोणानां संख्यां निर्दिशन्तु।

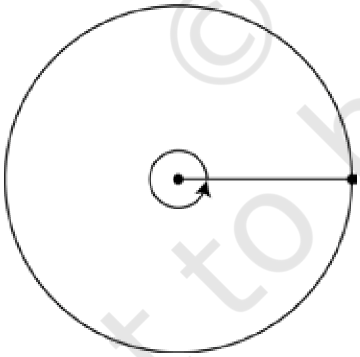


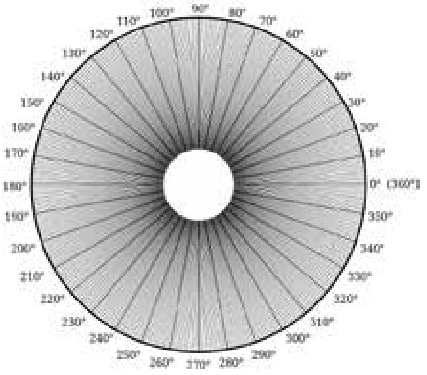
अग्रिमं चित्रं किं भवितुम् अर्हति तथा तत्र कति सूक्ष्मकोणाःभविष्यन्ति? एतासु संख्यासु भवन्तः किमपि विशेषविन्यासं लक्षयन्ति वा?

२.९ कोणानां परिमापः

द्वयोः कोणयोः तुलना कथं करणीया इति वयं दृष्टवन्तः। परन्तु किम् अन्यकोणेन सह तुलनां विना सः कोणः कियान् विशालः इति संख्याकारेण वयं वक्तुं शक्नुमः?

वृत्तम् उपयुज्य कथं कोणानां तुलना करणीया इति वयं पूर्वं दृष्टवन्तः। तथैव किं वृत्तम् उपयुज्य कोणानां परिमापमपि निर्धारयितुं शक्यते?





चित्रम् २.१२

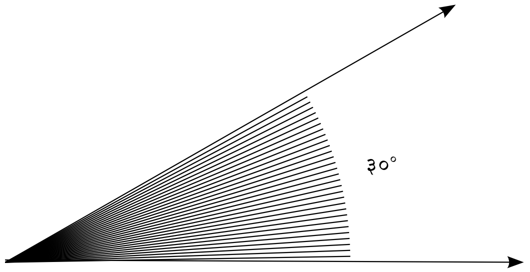
कोणानां यथार्थं गणितीय-परिमापं निर्धारयितुं गणितशास्त्रज्ञाः एकं नियमं कल्पितवन्तः। ते वृत्तस्य केन्द्रस्थितं कोणं षष्ट्यधिक-त्रिशततमेषु (३६०) समानकोणेषु समानांशेषु वा विभाजितवन्तः।

© NCERT not to be republished

एतेषु प्रत्येकस्य एककभागस्य कौणिकपरिमापः १ डिग्री इति अस्ति, तत् १° इत्येवंरूपेण लिख्यते।

कस्यापि कोणस्य परिमापं निर्धारयितुं अस्य एकक-भागस्य उपयोगः क्रियते।

कस्यापि कोणस्य परिमापस्तु वस्तुतः तदन्तः विद्यमानानां १° कोणानां संख्या एव। उदाहरणार्थम्, एतत् चित्रं पश्यन्तु।

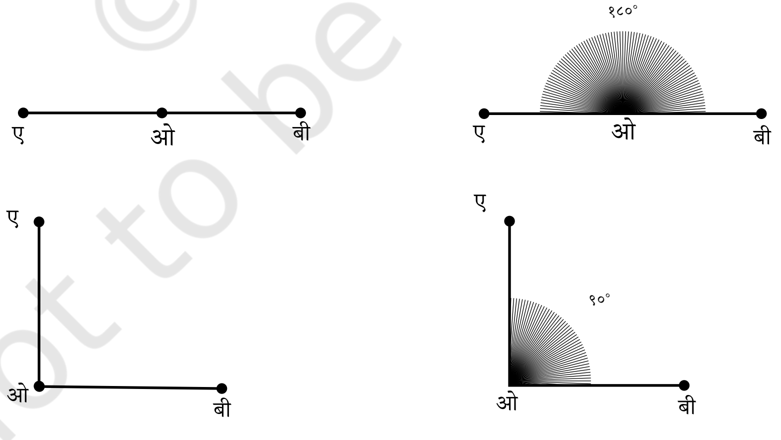


अस्मिन् १° एककस्य त्रिंशत् (३०°) कोणाः सन्ति। अतः अस्य कोणस्य गणितीय-परिमापः ३०° अस्ति।

भिन्नभिन्नकोणानां परिमापः - एकस्य पूर्ण-परिभ्रमणस्य कृते कति डिग्री कोणः आवश्यकः भवति? यतो हि अस्मिन् १° एककस्य ३६० कोणाः सन्ति, अतः एकस्य पूर्ण-परिभ्रमणस्य कृते ३६० डिग्री-कोणस्य आवश्यकता भवति। अतः अस्य कोणस्य गणितीय-परिमापः ३६०° अस्ति।

डिग्री इति एकके सरलकोणस्य परिमापः कः भवति? सरलकोणः नाम एकस्य पूर्ण-परिभ्रमणस्य अर्धम्। यतो हि पूर्ण-परिभ्रमणस्य कृते ३६०° कोणस्य आवश्यकता भवति, अतः तस्य अर्धं भवति १८०°। अर्थात् सरलकोणस्य गणितीय-परिमापः अस्ति १८०°।

इदानीं चिन्तयन्तु, डिग्री इति एकके समकोणस्य परिमापः कः भवति? पश्यन्तु, द्वौ समकोणौ मिलित्वा एकं सरलकोणं निर्माति। यतो हि सरलकोणस्य गणितीय-परिमापः १८०° अस्ति, अतः तस्य अर्धं भवति ९०। अर्थात् समकोणस्य गणितीय-परिमापः अस्ति ९०°।



अतीतस्य कथा -

एकस्य पूर्ण-परिभ्रमणस्य कृते १डिग्री-एककस्य ३६० कोणाः कल्पिताः सन्ति। परन्तु किमर्थं ३६० इति संख्या एव चिता भवति? वस्तुतः किमर्थं वयं अद्यापि गणनार्थं ३६० इति संख्यायाः उपयोगं

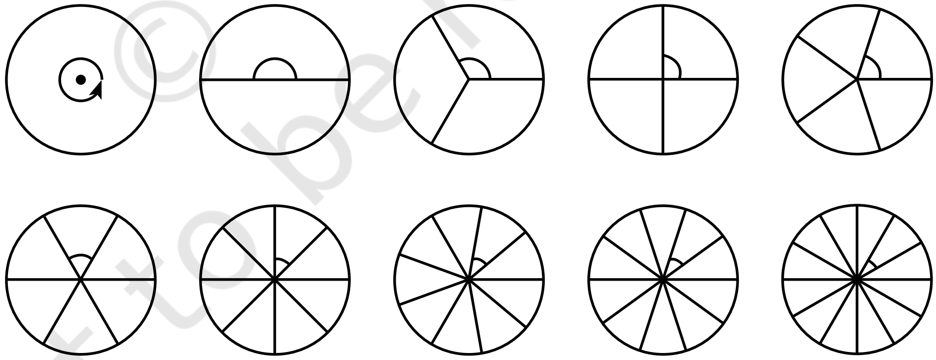
© NCERT not to be republished

कुर्मः, तस्य कारणं पूर्णतया न ज्ञायते।

वृत्तस्य ३६० भागेषु विभाजनस्य धारणा प्राचीनकालात् प्रचलति। मानवसभ्यतायाः प्राचीनतमग्रन्थेषु अन्यतमः ऋग्वेदः ३६० अरा-विशिष्टस्य चक्रस्य विषये कथयति (ऋग्वेदः, १.१६४.४८)। भारतं, पार्शिया, बेबीलोनिया, मिशरः इत्यादिषु अनेकप्राचीनदेशेषु कालगणनायाः कृते पञ्चाङ्गाः प्रचलिताः सन्ति, ये ३००० वर्षेभ्यः अपि अधिकाः पुरातनाः मन्यन्ते। तत्र एकस्मिन् सौरवर्षे ३६० दिनानि भवन्ति इति धारणायाः आधारेण कालगणना क्रियते। तदतिरिक्तं, ब्याबिलोनियादेशस्य गणितशास्त्रज्ञाः ६० तथा ३६० इति विभाजनं बहुधा उपयुक्तवन्तः, यतः तेषां षडंशीय-संख्या-प्रणाली अस्य उपरि आधारिता आसीत्। तत्र ६० इति संख्यां यावत् गणना भवति।

बहुवर्षं यावद् गणितशास्त्रज्ञाः किमर्थं कालगणनायाः कृते ३६० इति संख्याम् इच्छन्ति तथा निरन्तरं तस्य उपयोगं कुर्वन्ति इति जिज्ञासायां तस्य सर्वाधिकं महत्त्वपूर्णं व्यावहारिकं च उत्तरम् अस्ति यत् ३६० इति लघुतमा संख्या अस्ति, यां ७ इति संख्यां विहाय १० पर्यन्तं सर्वाभिः संख्याभिः समानरूपेण विभाजयितुं शक्यते। इत्थं वृत्तानि १,२,३,४,५,६,८,९,१० अथवा १२ समानभागेषु विभाजयितुं शक्यते। अपि च तत्र ये कोणाः उत्पद्यन्ते, तेषां डिग्री-एकके गणितीय-परिमापः पूर्णसंख्यायामेव भवति! अत्र इदमपि लक्षणीयं यत् ३६० इति संख्या १२ (एकस्मिन् वर्षे मासानां संख्या) इति अंकेन तथा २४ (एकस्मिन् दिवसे होराणां संख्या) इत्यनेन अपि विभाज्यमस्ति। एतेभ्यः कारणेभ्यः ३६० इति अंकस्य बहुधा उपयोगः क्रियते।

अधः भिन्नभिन्नचित्रे एकमेव वृत्तं १,२,३,४,५,६,८,९,१० एवञ्च १२ भागेषु विभक्तम् अस्ति। तत्र ये कोणाः उत्पद्यन्ते, डिग्री-एकके तेषां के परिमापाः भवन्ति? अत्र निर्देशितानां कोणानां समीपे डिग्री-एकके तेषां गणितीय-परिमापं लिखन्तु।

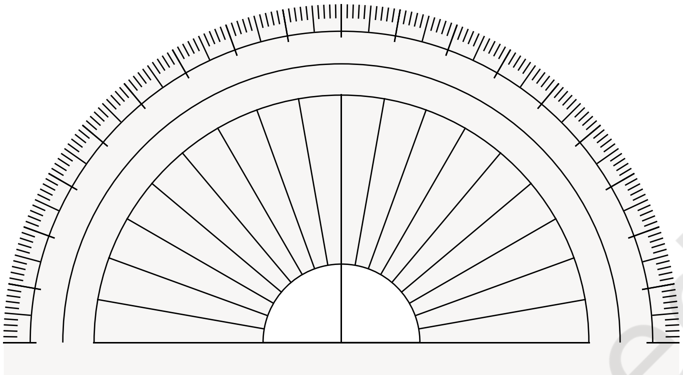


भिन्नानां कोणानां डिग्री-परिमापः

एवम् अन्यान् अपि कोणान् डिग्री-एकके कथं मापयितुं शक्नुमः? अस्य कृते अस्माकं समीपे कोणमापिनी (प्रोट्रेक्टर्) इत्येकं वृत्ताकारम् उपकरणम् अस्ति, यस्य वस्तुतः ३६० समानभागाः सन्ति। २.१२ इति चित्रं पश्यन्तु (पृष्ठम् ३२)। अथवा एतद् अर्धवृत्ताकारमपि भवितुं शक्नोति, यस्य १८० समानभागाः भवन्ति।

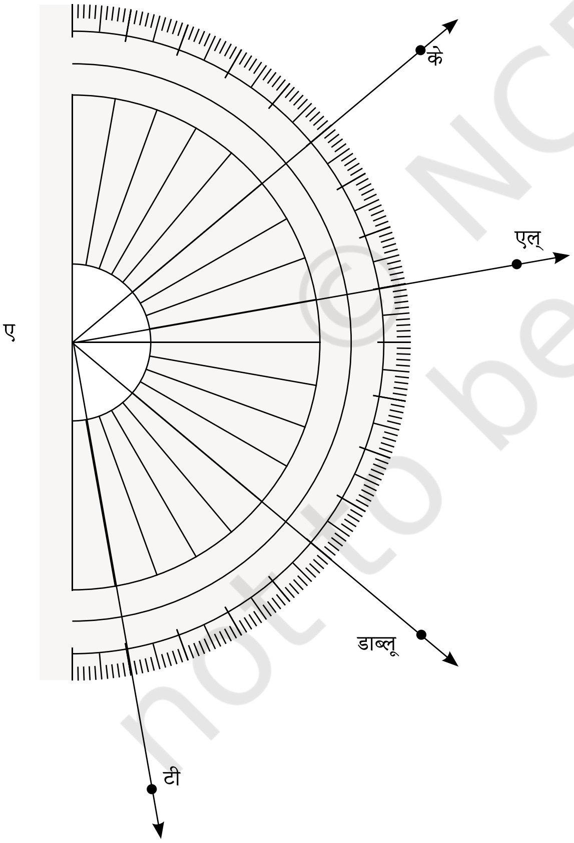
चिह्नविहीना कोणपरिमापिनी

अत्र एका कोणमापिनी अस्ति। किं भवन्तः अस्याः केन्द्रस्थितं सरलकोणं पश्यन्ति, यस्मिन् १° एककस्य अशीत्यधिकैकशतानि (१८०) कोणाः सन्ति। १८० एककेषु १ डिग्री इति विभज्य पश्यन्ति? किन्तु अत्र सरलकोणस्य विभाजनं कुर्वतीनां रेखानां एकः भागः एव दृश्यते!



अस्य आधारस्य दक्षिणतमस्थानाद् आरभ्य प्रति १०° इत्यस्य कृते एकं दीर्घचिह्नं भवति। तथा तादृश-प्रत्येक-दीर्घचिह्नात् ५° अनन्तरं मध्यमाकारस्य एकं चिह्नं भवति।

एतत् निश्चिन्वन्तु



१. अतो निर्देशितानां कोणानां गणितीय-परिमापं लिखन्तु।

क) < के.ए.एल्

पश्यन्तु यदस्य कोणस्य भुजद्वयं कोणमापिनी इत्यस्याः केन्द्रे मिलितं भवति। अतः के.ए. तथा ए.एल्. इति भुजयोर्मध्ये १° एककानां कोणानां संख्या = < के.ए. इति कोणस्य गणितीय-परिमापः।

गणनायाः माध्यमेन यद् वयं प्राप्नुमः —

< के.ए.एल्. = ३०°

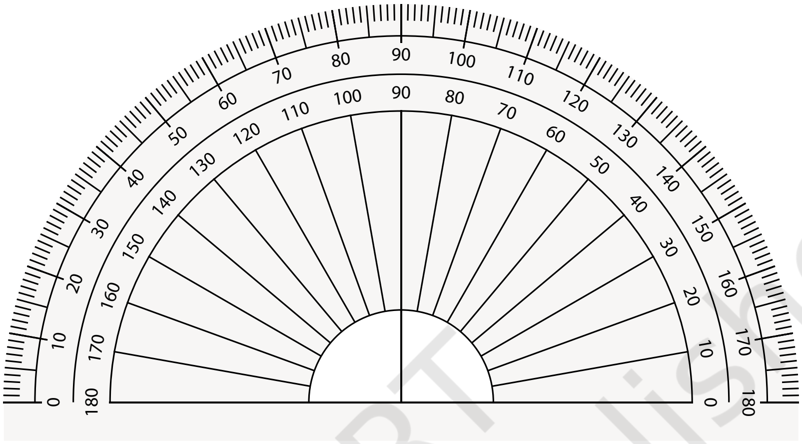
मध्यमाकाराणां दीर्घाकाराणां च चिह्नानाम् उपयोगेन पञ्चाङ्कानाम् अथवा दशाङ्कानां मध्ये एककानां सङ्ख्यां गणयितुं शक्यते वा?

ख) < डाब्लू.ए.एल्.

ग) < टी.ए.के

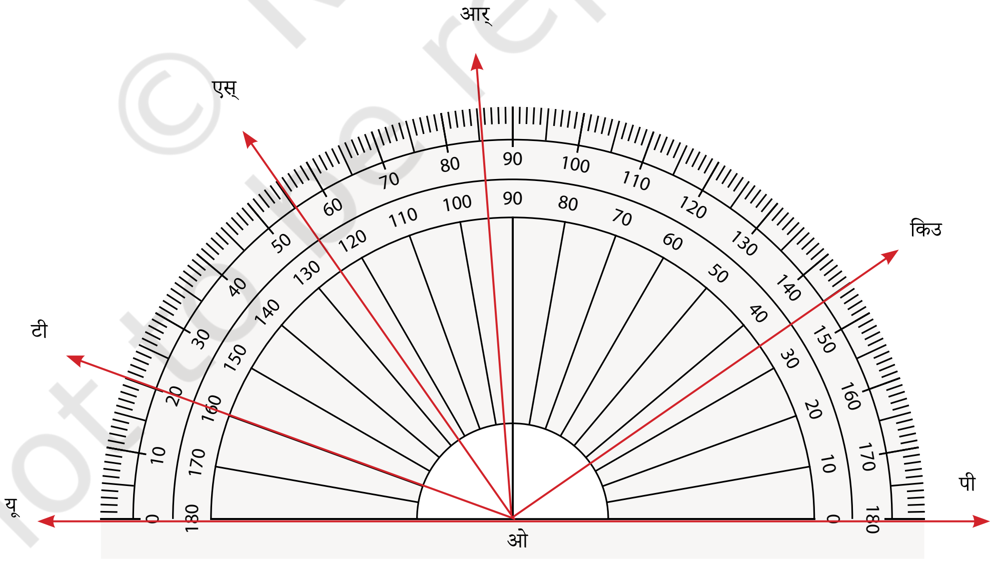
चिह्नयुता कोणपरिमापिनी

अस्माकं ज्यामितिकायां पेटिकायां वयम् इमां कोणमापिनीं द्रष्टुं शक्नुमः। एषा कोणमापिनी उपरि दर्शिता कोणमापिनी इव दृश्यते। तत्र पार्थक्यम् केवलम् एतदेव अस्ति यद् अत्र संख्याः लिखिताः सन्ति। अनेन कोणस्य परिमापं पठितुं सौकर्यं स्याद् वा?



अस्यां कोणमापिन्यां संख्यायाः द्वौ वर्गौ स्तः- एकः दक्षिणतः वामं प्रति वर्धमानः, अपरश्च वामतः दक्षिणं प्रति वर्धमानः अस्ति। किमर्थं संख्यायाः वर्गद्वयम् अत्र अन्तर्भवति?

- अस्मिन् चित्रे दर्शितानां भिन्नभिन्नकोणानां नामानि निर्दिश्य तेषां परिमापं लिखन्तु।



किं भवान्/भवती ∠ टी.ओ.किउ इति एतादृशान् कोणान् समावेशयत्?

अस्य कृते भवान्/भवती कस्य संख्याचिह्नस्य उपयोगं कृतवान्/कृतवती - अन्तःस्थितं संख्याचिह्नम् अथवा बहिस्थं संख्याचिह्नम्?

∠ टी.ओ.एस्. इति कोणस्य गणितीय-परिमापः कः अस्ति?

किं भवन्तः संख्याचिह्नानाम् उपयोगं कृत्वा चिह्नानां संख्याः न गणयित्वा अपि कोणस्य परिमापं ज्ञातुं शक्नुवन्ति?

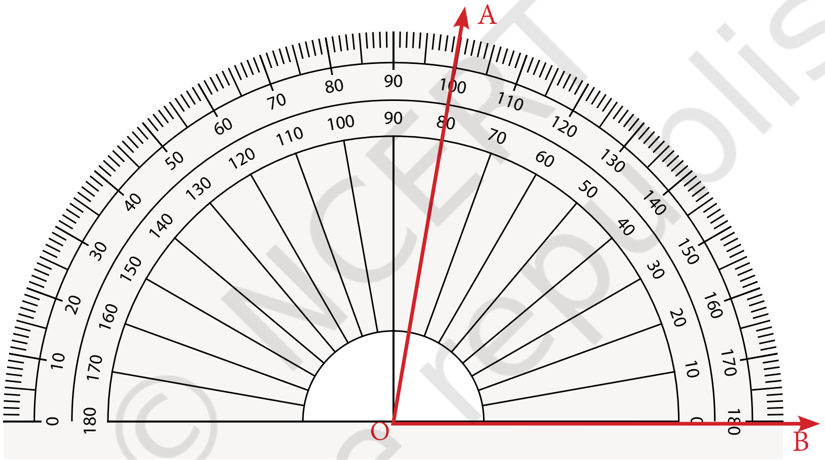
अत्र, ओ.टी. तथा ओ.एस्. इति भुजौ विंशतितः (२०) पञ्चपञ्चाशत् (५५) इति संख्यापर्यन्तं गच्छतः। एतयोः भुजयोर्मध्ये १डिग्री-युक्तानि कति एककानि सन्ति?

अत्र व्यवकलनस्य प्रक्रियाम् आश्रयितुं शक्यते वा?

व्यवकलनस्य आश्रयं विना कथं वयं प्रत्यक्षतया कोणान् मापयितुं शक्नुमः?

कोणमापिनीं तथा स्थापयन्तु, येन तस्याः केन्द्रं कोणस्य शीर्षबिन्दोः उपरि सम्यग्रूपेण भवेत्।

अधः चित्रे यथा दर्शितं तथा कोणमापिनीं सम्यक् स्थापयन्तु, येन कोणस्य एकः भुजः तस्याः ०° इति चिह्नं प्रविश्य गच्छति।



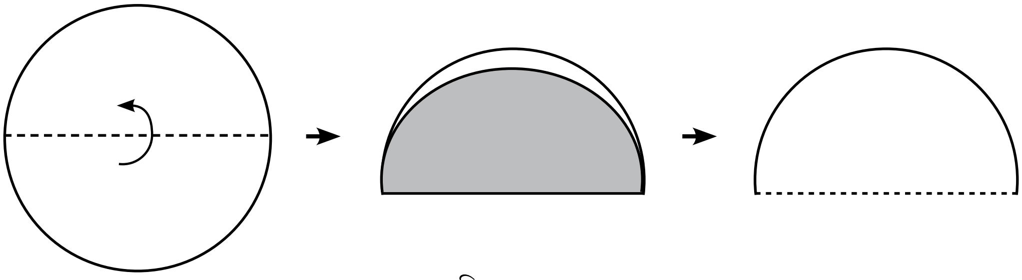
∠ ए.ओ.बी. इति कोणस्य गणितीय-परिमापः कः अस्ति ?

स्वस्य कोणमापिनीं निर्मान्तु !

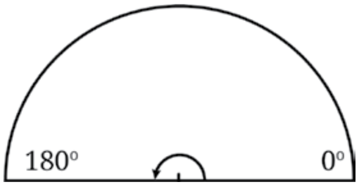
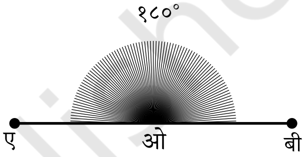
कोणमापिन्यां भिन्नभिन्न-समदूरत्वविशिष्ट-चिह्नानि कथम् अङ्कितानि भवन्ति इति भवन्तः चिन्तितवन्तः स्युः!

१. कर्गदपत्रे स्वसौविध्यानुसारं ज्याविशिष्टम् एकं वृत्तम् अङ्कयन्तु। ततः तद् वृत्तं कर्तयन्तु (चित्रम् २.१३)। एकस्य पूर्णवृत्तस्य परिमापः भवति ३६०°।

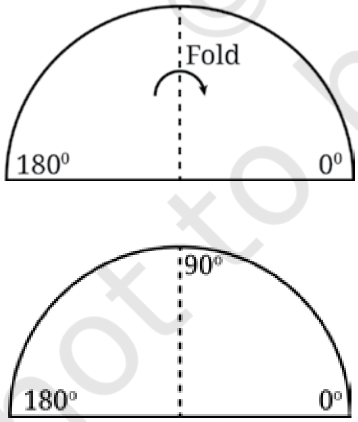
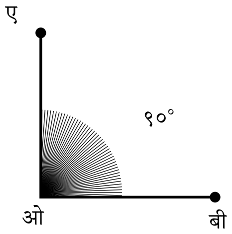
२. इदानीं तद् वृत्तम् एवं पुटीकुर्वन्तु येन समानाकारस्य अर्धवृत्तद्वयं प्राप्यते। ततः तत् पुटचिह्नम् आश्रित्य कर्तयन्तु। अधुना भवन्तः एकम् अर्धवृत्तं प्राप्तवन्तः। अस्य अर्धवृत्तस्य अधः दक्षिणकोणे '०°' इति लिखन्तु।



चित्रम् २.१३

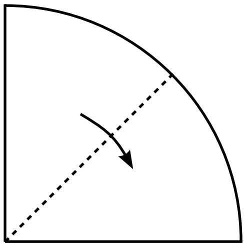
 चित्रम् २.१४	अर्धवृत्तस्य परिमापः पूर्णवृत्तस्य $\frac{१}{२}$ इति भवति। (चित्रम् २.१४) अतः, अर्धवृत्तस्य परिमापः = ३६०° इत्यस्य $\frac{१}{२}$ = १८०°। एवम् अर्धवृत्तस्य अधः वामकोणे १८०° इति लिखन्तु।	

३. इदानीं चित्रम् २.१५ इत्यत्र यथा दर्शितं, तथा अर्धवृत्तं पुनः पुटीकृत्य एकं पादवृत्तं निर्मान्तु।

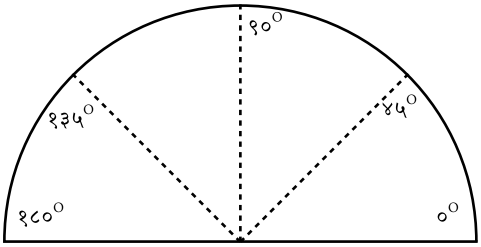
 चित्रम् २.१५	पादवृत्तस्य परिमापः पूर्णवृत्तस्य $\frac{१}{४}$ इति भवति। अतः, पादवृत्तस्य परिमापः = ३६०° इत्यस्य $\frac{१}{२}$ = ----- अथवा, पादवृत्तस्य परिमापः = अर्धवृत्तस्य $\frac{१}{२}$ = ३६०° इत्यस्य $\frac{१}{२}$ = _______ । एवम् अर्धवृत्तस्य उपरि ९०° इति लिखन्तु।	

© NCERT not to be republished

४. इदानीं पुनः तत् पत्रं पुटीकुर्वन्तु, यथा चित्रम् २.१६ तथा २.१७ इत्यत्र दर्शितम्।



चित्रम् २.१६

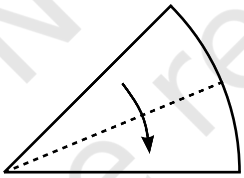


चित्रम् २.१७

इदानीं वृत्तस्य परिमापः भवति पूर्णवृत्तस्य $\frac{१}{८}$ इति अथवा पूर्ण-परिक्रमणस्य $\frac{१}{८}$ इति अथवा ३६०° इत्यस्य $\frac{१}{८}$ इति, अथवा १८०° इत्यस्य $\frac{१}{४}$ इति अथवा ९०° इत्यस्य $\frac{१}{२}$ इति = ______________________________ ।

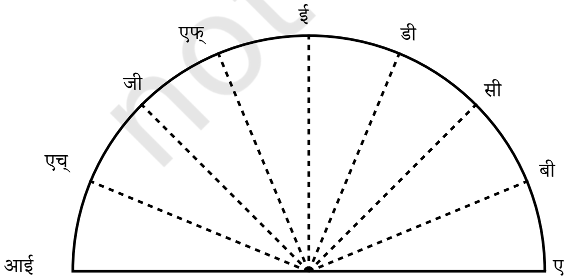
अधुना यानि पुटचिह्नानि प्राप्तानि तेषां परिमापः अस्ति ४५° एवञ्च १८०° – ४५° = १३५°, यथा अधः दर्शितम् अस्ति। अर्धवृत्तस्य पार्श्वे नवीनेषु पुटचिह्नेषु यथास्थानं ४५° तथा १३५° इति संख्याः लिखन्तु।

५. अधुना पुनः तद् वृत्तं पुटीकुर्वन्तु, यथा चित्रम् २.१८ इत्यत्र दर्शितम् अस्ति। इदानीं वयं यत् कोणं प्राप्तवन्तः , तस्य परिमापः अस्ति ______________________________।

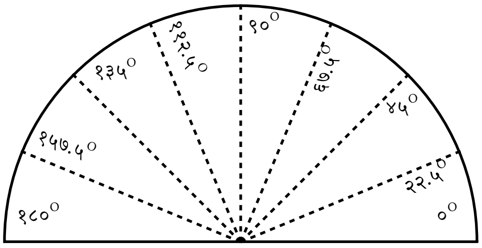


चित्रम् २.१८

६. ततः पुटम् उद्घाट्य पुटचिह्नानि एवं निर्दिशन्तु, यथा ओ.बी, ओ.सी, ..., इत्यादि। २.१९ तथा २.२० इति चित्रद्वयं पश्यन्तु।



चित्रम् २.१९



चित्रम् २.२०

चिन्तयन्तु !

चित्रम् २.२० इत्यत्र वयं यान् कोणान् प्राप्तवन्तः, तेषां परिमापः यथा, <ए.ओ.बी = <बी.ओ.सी = <सी.ओ.डी = <डी.ओ.ई = <ई.ओ.एफ् = <एफ्.ओ.जी = <जी.ओ.एच् = <एच्.ओ.आई = ______ । किमर्थम् ?

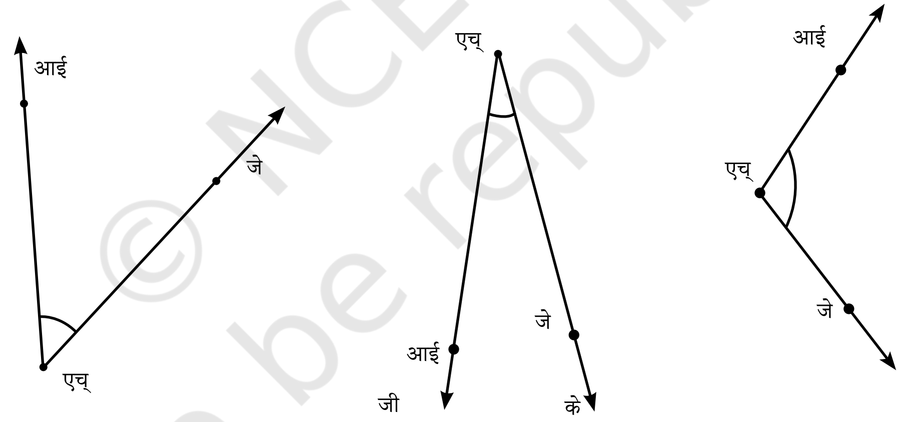
कोण-द्विभाजिका

अत्र प्रत्येकस्मिन् चरणे, वयम् अर्धवृत्तं प्राप्तवन्तः। दत्तकोणस्य अर्धांशं प्राप्तुम् इयं प्रक्रिया कोण-द्विभाजनः इति कथ्यते। या रेखा कोणं द्विधा विभजति, सा कोण-द्विभाजिका (एंगल बाईसेक्टर) इति कथ्यते।

स्वस्य हस्तनिर्मित-कोणमापिन्यां कोण-द्विभाजिकाः रेखाः निर्दिशन्तु। पत्रपुटमुपयुज्य तथा कोण-द्विभाजन-पद्धतीमाश्रित्य भिन्नभिन्नकोणान् निर्मातुं प्रयतताम्।

एतत् अभिजानन्तु

१. कोणमापिन्याः उपयोगेन अधो दत्तानां कोणानां डिग्री-एकके गणितीय-परिमापं लिखन्तु।



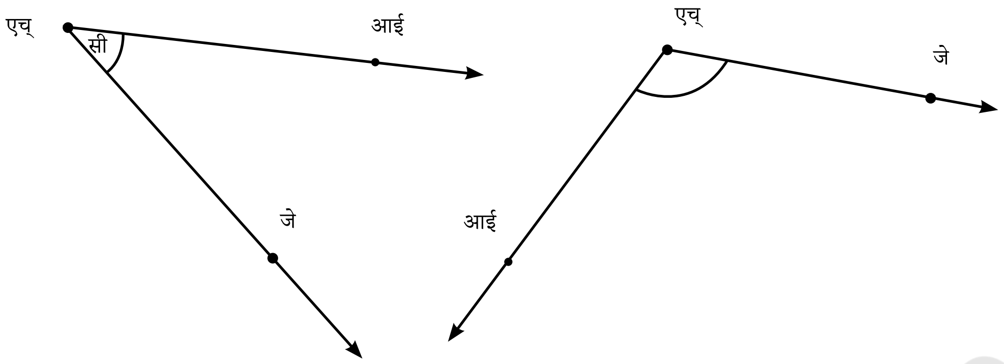
२. कोणमापिन्याः उपयोगेन भवतां वर्गे भिन्नभिन्नकोणानां डिग्री-एकके गणितीय-परिमापम् अन्वेष्टुं प्रयतताम्।

शिक्षकान् प्रति

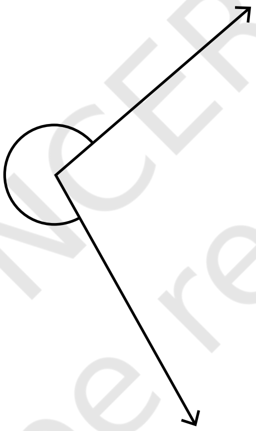
गणित-शिक्षायाः कृते एतद् महत्त्वपूर्णम् अस्ति यत् छात्राः ज्यामिति-पेटिकास्थितायाः कोणमापिन्याः उपयोगात् पूर्वं स्वयमेव हस्तनिर्मित-कोणमापिनीं निर्माय तस्य उपयोगं कुर्वन्तु, येन कोणमापिन्याः सम्पूर्णधारणा तस्याः उपयोगस्य तात्पर्यं च तेषां कृते सुस्पष्टं भवति।

© NCERT not to be republished

३. स्वस्य हस्तनिर्मितां कोणमापिनीम् उपयुज्य अधो दत्तानां कोणानां डिग्री-एकके गणितीय-परिमापं लिखन्तु !

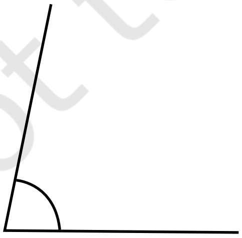


४. कोणमापिनीम् उपयुज्य अधो निर्देशितस्य कोणस्य डिग्री-एकके गणितीय-परिमापं कथम् अन्वेष्टुं शक्नुयात् ?

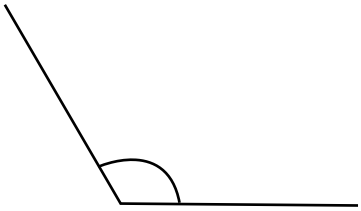


५. अत्र निर्देशितस्य प्रत्येकस्य कोणस्य डिग्री-एकके गणितीय-परिमापम् अन्विष्य लिखन्तु ।

१.

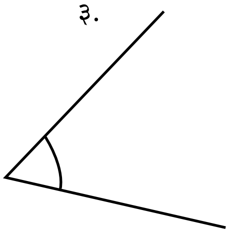


२.

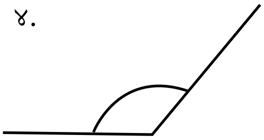


© NCERT not to be republished

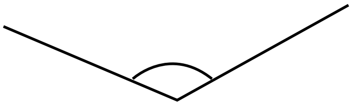
३.



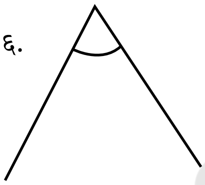
४.



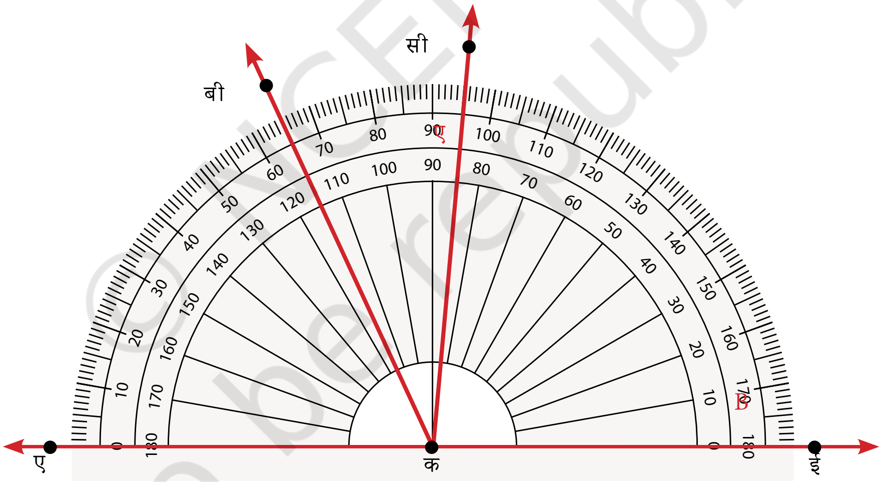
५.



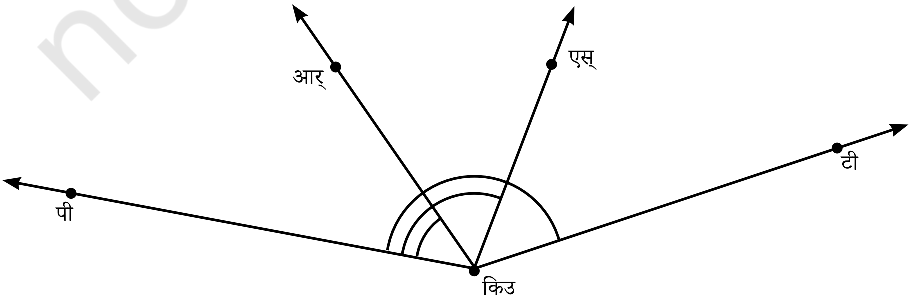
६.



६. एतेषां कोणानां डिग्री-एकके गणितीय-परिमापं लिखन्तु। <बी.क.ई, <सी.क.ई, <ए.क.बी किञ्च ∠बी.क.सी

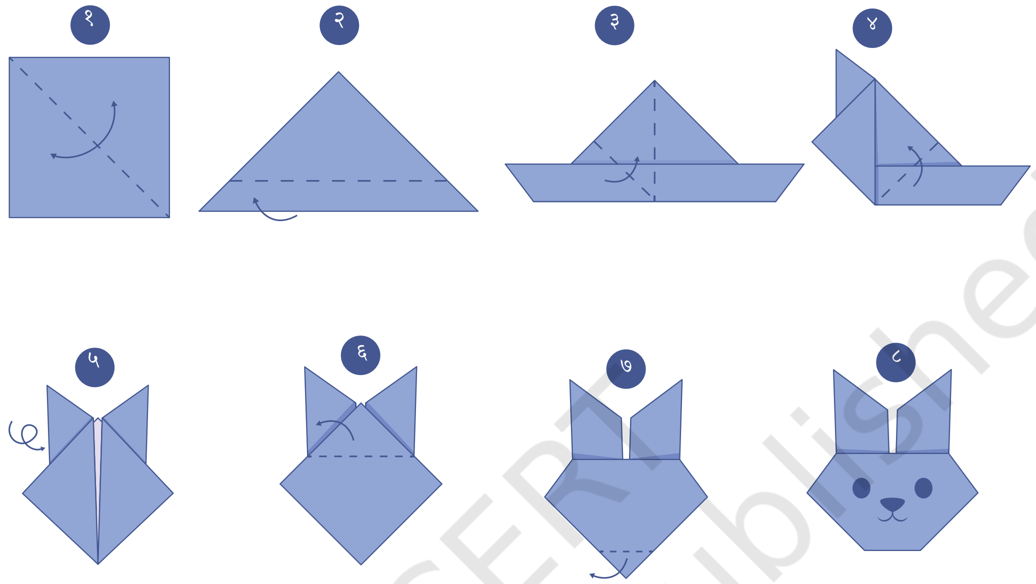


७. एतेषां कोणानां डिग्री-एकके गणितीय-परिमापं लिखन्तु। <पी.किउ.आर्., <पी.किउ.एस्., अपि च <पी.किउ.टी.

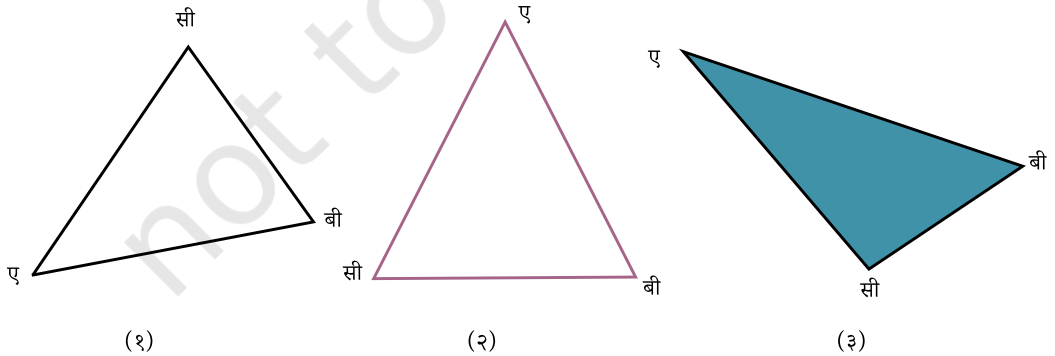


© NCERT not to be republished

८. अधः प्रदत्तनिर्देशानुसारं कर्गदनिर्मितसामग्रीः निर्मान्तु। ततः पत्रं पूर्णतया उद्घाटयतु। तत्र निर्मितानां पुटचिह्नानाम् उपरि रेखाः अङ्कयित्वा प्राप्तकोणानां गणितीय-परिमापम् अन्विष्य लिखन्तु।



९. २.२१ (क) इति चित्रे दर्शितस्य त्रिभुजस्य त्रयाणां कोणानां गणितीय-परिमापम् अन्विष्य निर्दिष्टकोणस्य समीपे तत् परिमापं लिखन्तु। इदानीं तान् सर्वान् परिमापान् एकत्र योजयन्तु। किं प्राप्तवन्तः? चित्रम् २.२१ (ख) तथा (ग) इत्यत्र दर्शितयोः त्रिभुजयोः कृते अपि तथैव कुर्वन्तु। अन्येषां त्रिभुजानां विषये अपि प्रयतताम्। अस्माद् भवन्तः सामान्यरूपेण कां धारणां प्राप्तवन्तः, तद् व्याख्यातुं शक्नुवन्ति वा! किमर्थम् एतद् भवति, तस्य विषये वयम् अग्रिमेषु कक्षासु पुनः पठिष्यामः।

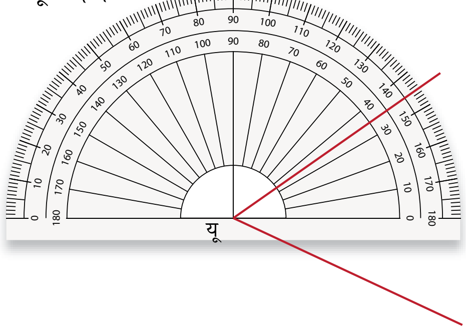


चित्रम् २.२१

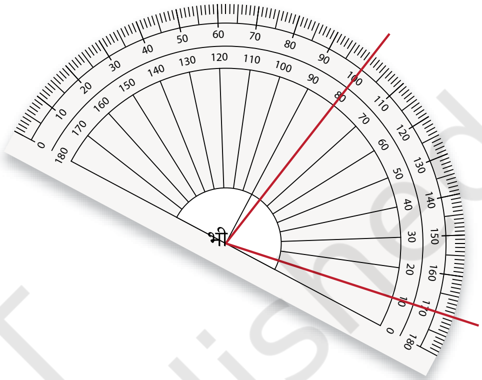
दोषान् स्मरन्तु, दोषान् परिहरन्तु !

कश्चित् छात्रः अधो दर्शितान् कोणान् मापयितुं कोणमापनी इत्यस्याः उपयोगं कृतवान्। अधुना अधः प्रत्येकस्मिन् चित्रे, कोणमापिनी इत्यस्याः अनुचितप्रयोगान् ज्ञात्वा किमर्थं ते दोषाः जाताः इत्यस्य विषये चर्चां कुर्वन्तु तथा च तान् दोषान् कथं परिष्कर्तुं शक्यते इत्यपि चिन्तयन्तु।

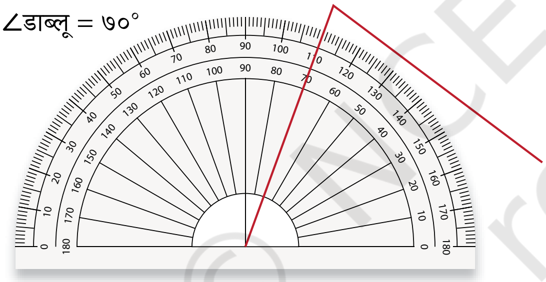
∠यू = ३५°



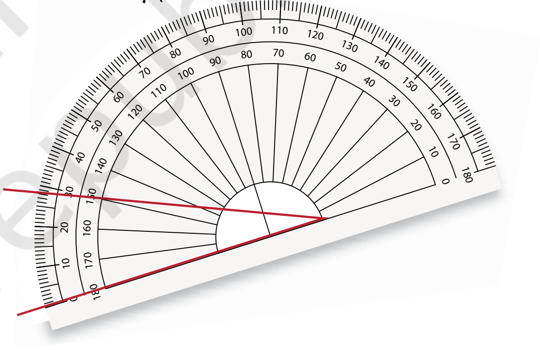
∠भी = ८०°



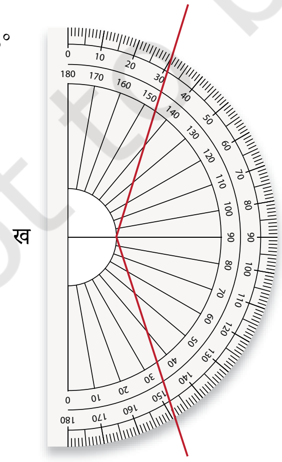
∠डाब्लू = ७०°



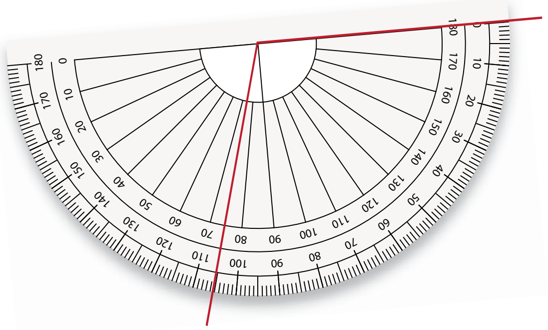
∠क = १५०°



∠ख = १२०°



∠ग = ८५°



© NCERT not to be republished

एतत् निश्चिन्वन्तु

कोणाः कुत्र कुत्र भवन्ति ?

१. घटिकायन्त्रे कोणाः -

क) घटिकायन्त्रे घण्टाबोधकसूचीकाद्वयं विभिन्नसमयेषु भिन्नभिन्नकोणान् निर्माति। यथा, एकवादने द्वयोः सूचीकयोर्मध्ये ३०° कोणः भवति। किमर्थम् एतद् भवति?

ख) तर्हि द्विवादने कोणस्य परिमापः कः भवति? अपि च चतुर्वादने तथा षड्वादने कोणस्य परिमापः कः भवति?

ग) घटिकायन्त्रे विभिन्नसमयेषु निर्मितानाम् अन्येषां कोणानामपि परिमापम् अन्विष्यन्तु।

२. गृहद्वारे कोणाः -

कोणस्य परिमापं चिन्तयित्वा कथं द्वारं उद्घाट्यते, तत्र किदृशः कोणः भवति इति वर्णयितुं शक्यते वा? तस्य कोणस्य शीर्षबिन्दुः, भुजाश्च के भविष्यन्ति?

३. विद्या दोलायां समययापनं कृत्वा आनन्दम् अनुभवन्ती अस्ति। सा पश्यति यत् यावत् अधिकेन कोणेण सा दोलनं आरभते तावत् तस्याः दोलने प्राप्तगतिः अधिका भवति। परन्तु तत्र कोणस्य परिमापः कः अस्ति? भवान्/भवती अपि तत्र कमपि कोणं पश्यति वा?

© NCERT not to be republished

४. अत्र एकम् क्रीडनकम् अस्ति यस्य पार्श्वे तिर्यक-फलकानि संलग्नानि सन्ति। तेषु फलकेषु यावान् अधिकः कोणः वा ढालः वा भवति, कन्दुकानि तावत् शीघ्रं रोलिङ्ग् भवन्ति। फलकानां अधोभागानां वर्णनाय कोणान् उपयोक्तुं शक्यते वा? प्रत्येकपक्षस्य बाहवः काः? कः बाहुः दृश्यते, कः न दृश्यते?

५. अधः चित्राणि पश्यतु यत्र कीटः अस्ति, तस्य परिभ्रमण-संस्करणं च अस्ति। परिभ्रमणस्य परिमाणं वर्णयितुं कोणानां उपयोगं कर्तुं शक्यते वा? कथं? कोणस्य शीर्षस्य च बाहवः काः भविष्यन्ति?

सङ्केतः कीटान् स्पृशन्ती क्षैतिजरेखां पश्यतु।

शिक्षकान् प्रति

छात्राः प्रत्येकस्य गणितिकस्य सङ्कल्पस्य प्रयोगं दैनन्दिनजीवने पश्यन्तु इति महत्त्वपूर्णम् अस्ति। शिक्षकः कानिचन क्रियाकलापान् आयोजयितुं शक्नोति यत्र छात्राः वास्तविक-जीवन-स्थितौ कोणानां व्यावहारिक-उपयोजनानि यथा, घटिकाः, द्वाराणि, दोलनाः, ऊर्ध्वपातस्य अधोगमनस्य च धारणाः, सूर्यस्य स्थानं, निर्देशदानम् इत्यादीन् प्रशंसयितुं शक्नुवन्ति।

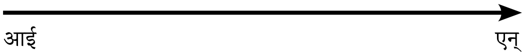
२.१० कोणानाम् अङ्कनम्

विद्या कोणमापिनीम् उपयुज्य ३०° कोणम् अङ्कयितुम् इच्छति। तस्य ∠टी.आई.एन्. इति नाम अस्ति।

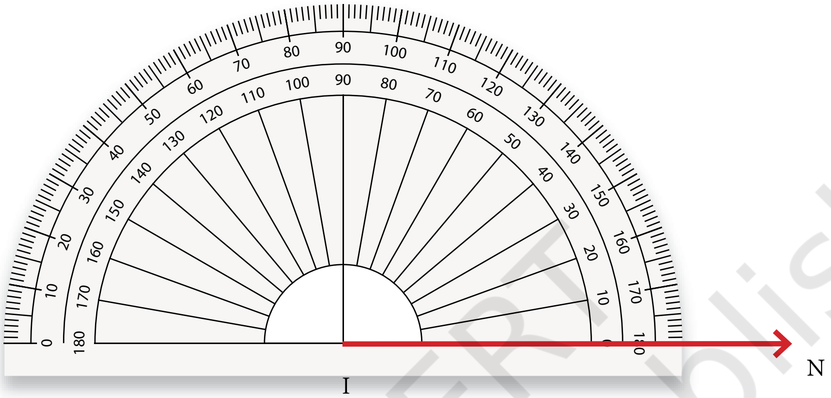
∠टी.आई.एन्. मध्ये आई इति मध्यबिन्दुः भविष्यति, किञ्च आई.टी. अपि च आई.एन् इति द्वौ कोणस्य बाहू भविष्यतः। एकं बाहुं, चिन्तयतु आई.एन् इति, तं बाहुम् आधाररूपेण स्वीकरोतु, अन्यं च बाहुं आई.टी. इति, अवश्यमेव ३०° कोणे भवेत्।

© NCERT not to be republished

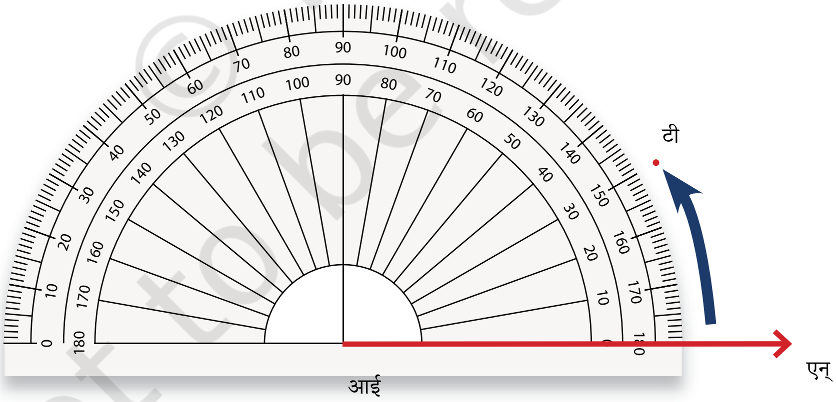
प्रथमः चरणः - वयम् आधारात् प्रारम्भं कुर्मः, किञ्च अङ्कयामः $\overrightarrow{\text{आई.एन्.}}$:



द्वितीयः चरणः - वयं कोणमापिन्याः केन्द्रबिन्दुम् आई-बिन्दौ संस्थाप्य आई.एन्-रेखां ०-मध्ये स्थापयतु।

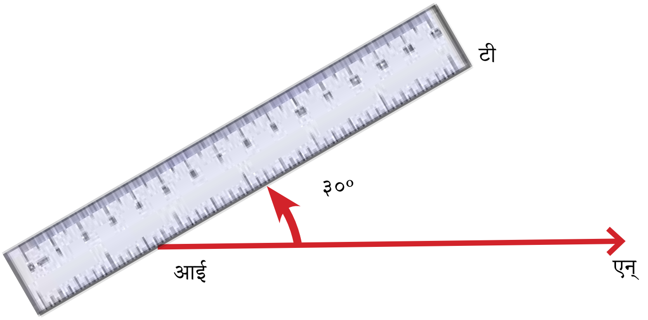


तृतीयः चरणः - अधुना, ०-तः आरम्भं कृत्वा ०, १०, २० इति क्रमेण ३० पर्यन्तं कोण-परिमापिन्यां गणयतु। ३०° मध्ये टी-चिह्नं स्थापयतु।



चतुर्थः चरणः - एकां मापिनीं स्वीकृत्य आई-बिन्दुं टी-बिन्दुं च योजयतु।
अत्र अपेक्षितः कोणो हि ∠टी.आई.एन् = ३०°

© NCERT not to be republished



एहि, एकां क्रीडां क्रीडामः #१

एषा कोणस्य विषये एका अनुमानात्मिका क्रीडा अस्ति! द्वौ दलौ निर्माय सहपाठिभिः सह एतां क्रीडां क्रीडन्तु। एकः अस्ति क-दलः। अपरः अस्ति ख-दलः। अस्याः क्रीडायाः कृते अधः नियमाः दत्ताः सन्ति।

- **प्रथमः दलः** गुप्तरूपेण एकं कोणं चिनोति। अस्य परिमापस्य निश्चयः तैः कृतः अस्ति। यथा, ४९°। ते कोणमापिन्याः साहाय्यं विना तं कोणं एवंरूपेण अङ्कयन्ति, येन ख-दलः तत् द्रष्टुं न शक्नोति।
- **द्वितीयः दलः** इदानीं कोणं पश्यितुं प्राप्नोति। तेषां शीघ्रं चर्चां कृत्वा कोणे डिग्रीसङ्ख्यायाः (प्रोक्टेरर् इत्यस्य उपयोगेन विना) अनुमानं कर्तव्यम् अस्ति।
- **प्रथमः दलः** इदानीं कोणस्य सच्चिदानन्दं परिमाणं प्रक्षालकेन सह दर्शयति।
- **द्वितीयः दलः** तेषां अनुमानस्य सम्यक् मापस्य च मध्ये डिग्रीषु निरपेक्षः अन्तरः इति बिन्दुसङ्ख्यां स्कोरं करोति । यथा, यदि दलं २ अनुमानं करोति ३९°, तर्हि ते १० बिन्दुं (४९°–९°) कुर्वन्ति।
- प्रत्येकं दलः पञ्च अवसरान् प्राप्स्यति। यः दलः सर्वन्यूनाम् अङ्कां प्राप्स्यति, सः दलः विजयी भविष्यति।

एहि, एकां क्रीडां क्रीडामः #२

वयम् अधुना क्रीडायाः नियमाः किञ्चित् परिवर्तयामः। पुनः सहपाठिभिः सह एतत् क्रीडां क्रीडन्तु, पुनः द्वौ दलौ कृत्वा, दलं १ तथा दलं २। अत्र निर्देशाः नियमाः च सन्ति -

© NCERT not to be republished

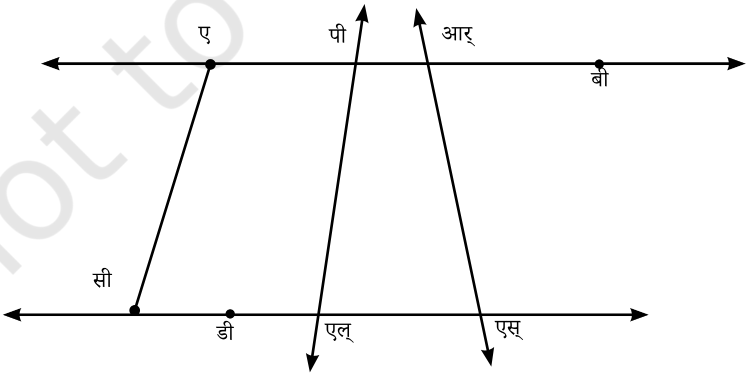
- **प्रथमः दलः** सर्वेभ्यः एकस्य कोणस्य परिमापम् उद्घोषयिष्यति, दृष्टान्तो यथा - ३४°
- **द्वितीयाद् दलात्** कश्चित् क्रीडकः कोणपरिमापिनीं विना फलके एकं कोणं निर्मास्यति। **द्वितीयस्य दलस्य** अन्ये क्रीडकाः वाक्यानि प्रयुज्य तस्य साहाय्यं करिष्यन्ति, यथा - "इतोऽपि बृहत्तरं निर्मातु", अथवा "इतोऽपि लघुतरं निर्मातु" इति।
- **प्रथमस्य दलस्य** एकः क्रीडकः आगत्य कोणपरिमापिनीं स्वीकृत्य समेषां कृते तं कोणं परिमास्यति।
- परिमापानन्तरं **द्वितीयस्य दलस्य** परिमापविहीनस्य कोणस्य परिमापयुक्तेन कोणेन सह यावान् भेदः प्राप्यते, सः **द्वितीयस्य दलस्य** प्राप्ताङ्को भविष्यति। दृष्टान्तो यथा, यदि **द्वितीयस्य दलस्य** २५° भविष्यति, किञ्च **प्रथमेन दलेन** परिमापं कृत्वा ३४° प्राप्स्यति, तर्हि **द्वितीयस्य दलस्य** अङ्कः (३४° - २५°) = ९ इति भविष्यति।
- प्रत्येकं दलः पञ्च अवसरान् प्राप्स्यति। यः दलः सर्वन्यूनम् अङ्कं प्राप्स्यति, सः दलः विजयी भविष्यति।

शिक्षकान् प्रति

कोणानां तेषां मापानां च विषये अन्तःकरणस्य निर्माणार्थं एते क्रीडाः महत्त्वपूर्णाः सन्ति। कोणानां अनुमानीकरणे अभ्यासस्य निर्माणार्थं भिन्नदिनेषु न्यूनातिन्यूनम् एकवारं द्वौ वा अस्मिन् क्रीडने पुनः आगच्छन्तु। ध्यानं कुर्वन्तु यत् एतानि क्रीडाः छात्राणां युग्मयोः मध्ये अपि क्रीडितुं शक्यन्ते।

एतत् निश्चिन्वन्तु

१. चित्रे २.२३ मध्ये किं भवता तानि सर्वाणि प्राप्तानि? अधुना, सर्वेषां कोणानां मापानां अनुमानं कुरुत। तदनन्तर, कोणों को एक व्याख्याकार के साथ मापित करें। भवतः सर्वाणि सङ्ख्यानि एकस्मिन् सारणीयां अभिलेखयन्तु। पश्यन्तु यत् भवतः अनुमानाः वास्तविकपरिमाणानां कियत् समीपे सन्ति।

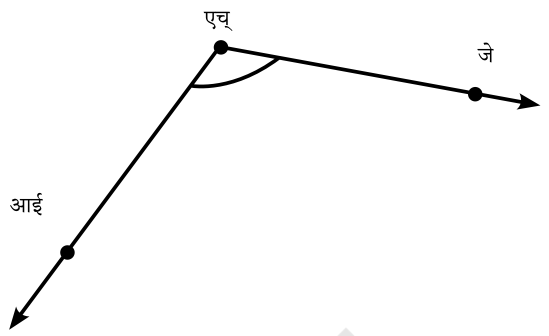


चित्रम् २.२३

२. एकां परिमापिनीं व्यवहरतु अधोवर्तिनः कोणान् अङ्कयितुम् -

क. ११०° ख. ४०° ग. ७५° घ. ११२° ङ. १३४°

३. एकं कोणम् अङ्कयतु यस्य परिमापः अधोवर्तिना कोणेन सह समानः आगमिष्यति -

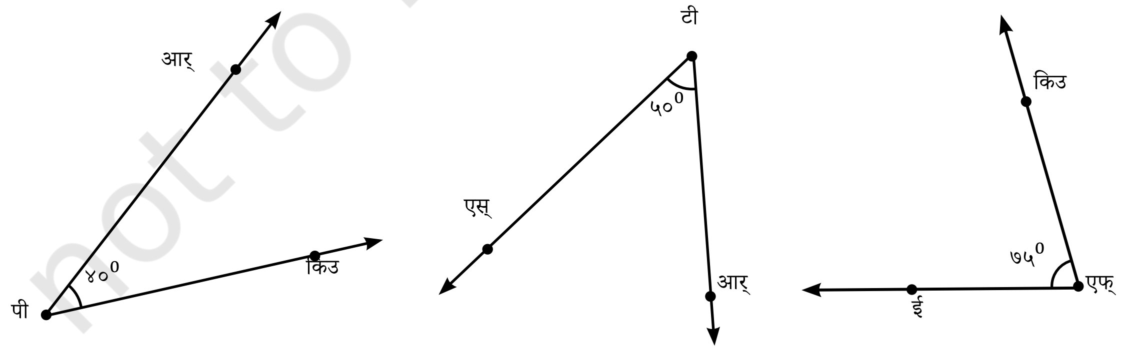


अपि च, एतं कोणम् अङ्कयितुं भवता/भवत्या काः पद्धतयः आश्रिताः इत्यपि वर्णयतु।

२.११ कोणानां प्रकाराः परिमापाश्च

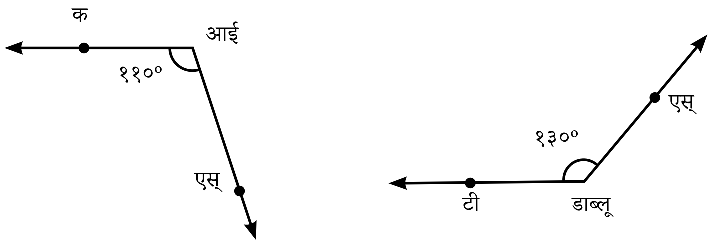
अस्मिन् अध्याये अस्माभिः विविधप्रकारकाः कोणाः ज्ञाताः। अस्माभिः ज्ञातं यत् एका ऋजुरेखा हि १८०° इत्युच्यते, समकोणश्च ९०° इति कथ्यते। अन्यप्रकारकाः कोणाः - न्यूनाः कोणाः, अधिकाः कोणाः - ते कोणाः कथं ज्ञातुं शक्यन्ते?

न्यूनाः कोणाः - ये कोणाः समकोणात् न्यूनाः भवन्ति, अर्थात् ९०° तः न्यूनाः, परन्तु ०° तः अधिकाः, ते कोणाः **न्यूनाः** कोणाः इति कथ्यन्ते।



न्यून्यानां कोणानां दृष्टान्ताः

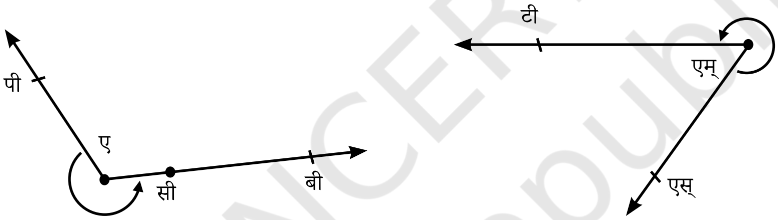
अधिकाः कोणाः - ये कोणाः समकोणात् तः अधिकाः, परन्तु समरेखायाः न्यूनाः, अर्थात् ये कोणाः ९०° तः अधिकाः, परन्तु १८०° तः न्यूनाः, ते कोणाः **अधिकाः** कोणाः इति कथ्यन्ते।



अधिकानां कोणानां दृष्टान्ताः

कोणानाम् अङ्कने ये सर्वे सम्भाविताः परिमापाः सन्ति, किं ते सर्वे अध्यायेऽस्मिन् स्वीकृताः? अधुना वयम् अन्यस्य एकस्य कोणस्य विषये जानीमः।

बृहत्कोणः - यः कोणः समरेखायाः अधिकोऽस्ति, परन्तु सम्पूर्णात् कोणात् न्यूनोऽस्ति, अर्थात् यः कोणः १८०° तः अधिकः, परन्तु ३६०° तः न्यूनः, सः कोणः **बृहत्कोणः** इति कथ्यते।

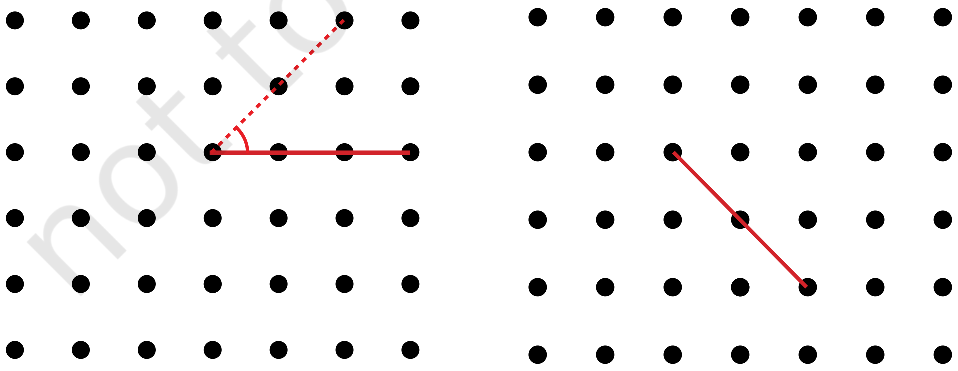


अधिकानां कोणानां दृष्टान्ताः

एतत् निश्चिन्वन्तु

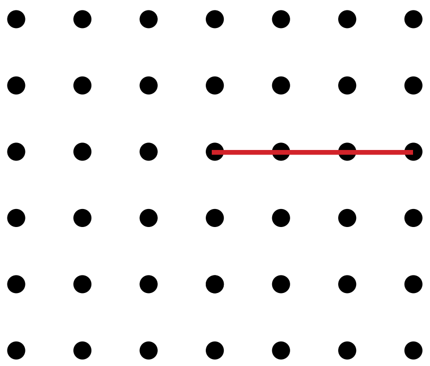
१. अधोवर्तिनि ग्रीड्-मध्ये ए-बिन्दुतः सरलरेखया अन्यं बिन्दुं योजयतु येन प्राप्यते -

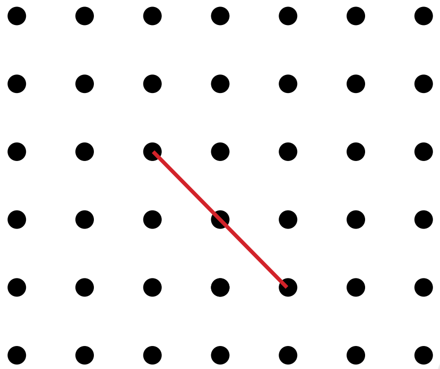
क. एकः न्यूनः कोणः



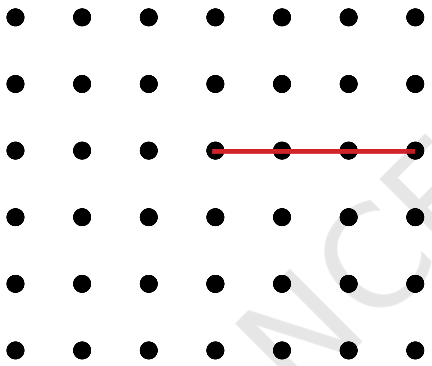
© NCERT not to be republished

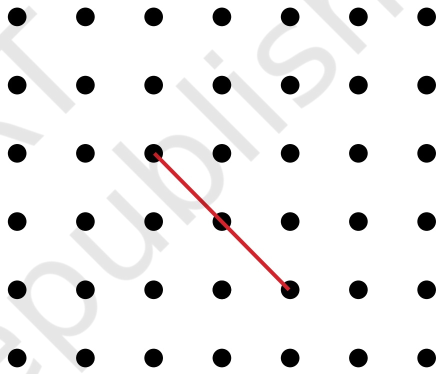
ख. एकः अधिकः कोणः





ग. एकः बृहत्कोणः

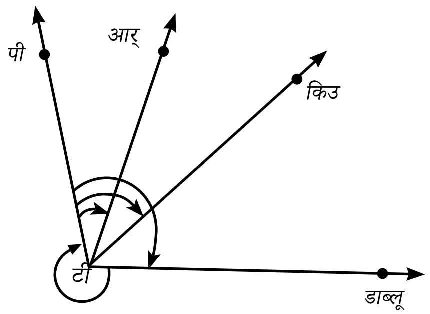




रेखाभिः कोणान् अवबोधयतु येन कोणाः स्पष्टं ज्ञायेरन्। भवतां कृते एकं कृतमस्ति।

२. एकां परिमापिनीं व्यवहरतु प्रत्येकं कोणस्य परिमापं ज्ञातुम्। तदनन्तरं प्रत्येकं कोणं परिचिनोतु, किं सः कोणः न्यूनः, अधिकः, समः, बृहान् वा।

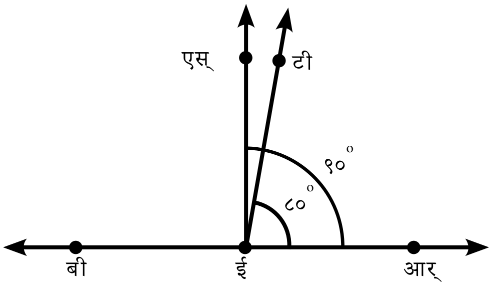
१. ∠पी.टी.आर् २. ∠पी.टी.किउ ३. ∠पी.टी.डाब्लू ४.∠डाब्लू.टी.पी.



© NCERT not to be republished

एहि, अन्विषामः

अस्मिन् चित्रे, ∠टी.ई.आर् = ८०° इति। तर्हि ∠बी.ई.टी. इति किं स्यात्? किञ्च ∠एस्.ई.टी. इति किं भवेत्?



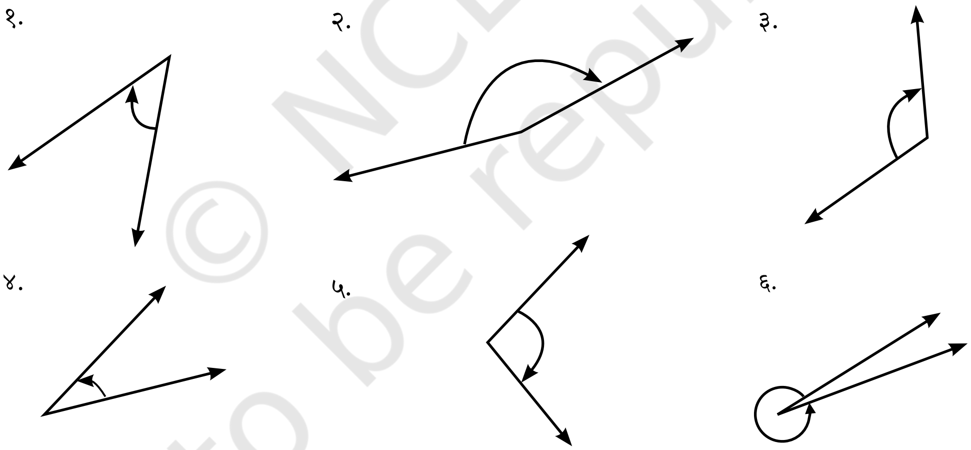
सङ्केतः - इदं पश्यतु यत् ∠आर्.ई.बी इत्येकः एकः सरलकोणः अस्ति इति। अतः, ∠आर्.ई.बी = १८०° यत्र च ८०° इति ∠टी.ई.आर्. इत्यनेन अन्तर्भावितम्। समाना युक्तिः ∠एस्.ई.टी. इत्यस्य परिमापकालेऽपि प्रयोक्तुं शक्यते।

एतत् निश्चिन्वन्तु

१. अधोलिखितान् कोणपरिमापान् आधारीकृत्य तत्तत्कोणान् अङ्कयतु।

क. १४०° ख. ८२° ग. १९५° घ. ७०° ङ. ३५°

२. प्रत्येकं कोणं प्रथमं स्वयमेव अनुमातु, परं कोणपरिमापिन्या परीक्षतु।



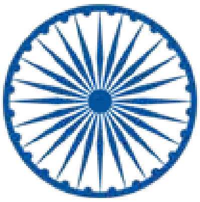
प्रत्येकं कोणं परिजायतु, किं सः कोणः न्यूनः, अधिकः, समः, बृहान् वा इति।

३. त्रिभिः न्यूनैः कोणैः, एकेन समकोणेन, द्वाभ्यां अधिककोणाभ्यां च एकाम् आकृतिं निर्मातु।

४. आङ्गलभाषायाः "M" इत्यक्षरं तथा अङ्कयतु येन तस्य पार्श्वस्थयोः द्वयोः पार्श्वयोः कोणौ प्रत्येकं ४०° भविष्यतः, अन्तस्थः कोणश्च ६०° भविष्यति।

५. आङ्गलभाषायाः "Y" इत्यक्षरं तथा अङ्कयतु येन तत्रस्थाः त्रयः कोणाः वामतः क्रमेण १५०°, ६०°, १५०° च भवेयुः।

© NCERT not to be republished



६. प्रसिद्धे अशोकचक्रे चतुर्विंशतिः (२४) दण्डाः सन्ति। परस्परं स्थितयोः द्वयोः दण्डयोः मध्ये विद्यमानः कोणः किंपरिमापकः? केभ्यः कोणेभ्यः सर्वाधिकः न्यूनः कोणः कः अस्ति?

७. **प्रहेलिका** - अहमेकः न्यूनः कोणः अस्मि। यदि भवान्/भवान् मम कोणं द्विगुणीकरिष्यति, तर्ह्यपि भवान्/भवती एकं न्यूनं कोणमेव प्राप्स्यति। यदि च त्रिगुणीक्रियते तथापि अहं न्यूनः कोणः एव स्थास्यामि। अहं चतुर्गुण्यपि वा भवामि चेदपि न्यूनः कोणः एव स्थास्यामि! परन्तु, यदि पञ्चगुणं क्रियते, तर्हि अहम् एकः अधिकः कोणः भविष्यामि। अहं कः कोणः अस्मि? अस्य निर्धारणे कति प्रकाराः भवितुम् अर्हन्ति?

सारसंक्षेपः

- एकः **बिन्दुः** एकं स्थानं परिचाययति। अयं हि बृहता अक्षरेण बोध्यते।
- एकः **रेखांशः** द्वयोः बिन्द्वोः मध्ये वर्तमानं लघुतमं दैर्घ्यं द्योतयति। यथा एस्-बिन्दोः टी-बिन्दोश्च संयोग-रेखांशो हि $\overline{\text{एस्.टी.}}$ इत्यनेन उच्यते।
- एका **रेखा** इत्युच्यते यदा एकः रेखांशः उभयस्मिन् पार्श्वे अनन्तकालं यावत् विस्तारितो भवति। एका रेखा हि $\overleftrightarrow{\text{एस्.टी.}}$ इत्यनेन बोध्यते।
- **एकमुखी रेखा (रे इति वा)** इत्यनेन तथाविधा एका रेखा बोध्यते या हि एकस्मात् बिन्दोः (दृष्टान्तो यथा डी-बिन्दुः) आरभ्य एकस्यां दिशि अनन्तकालं यावत् चलति। इयं हि रेखा $\overrightarrow{\text{डी.पी.}}$ इत्यनेन बोध्यते यत्र पी-इति बिन्दुः तस्यां दिशि गम्यमानायां तस्यां रेखायां प्राप्तः एकः बिन्दुः अस्ति।
- एकः कोणः तदा प्राप्यते यदा द्वे एकमुखरेखे एकस्मात् बिन्दोः आरभ्य भिन्नां दिशां प्रति गच्छतः। दृष्टान्तो यथा, द्वे एकमुखरेखे $\overrightarrow{\text{ओ.पी.}}$ अपि च $\overrightarrow{\text{ओ.एम्.}}$ इति एकस्मात् ओ-बिन्दोः आरब्धे। एतेन कोणः प्राप्यते ∠पी.ओ.एम्. (अथवा ∠एम्.ओ.पी.) इति। अत्र ओ-बिन्दुः कोणस्य **मध्यबिन्दुः** इति कथ्यते, $\overrightarrow{\text{ओ.पी.}}$ अपि च $\overrightarrow{\text{ओ.एम्.}}$ इति द्वे रेखे हि कोणस्य **बाहू** इत्युच्यते।
- कोणपरिमापो हि आवर्तनस्य परिमापः यो हि एका एकमुखी रेखा अन्याम् एकमुखीं रेखाम् अतीत्य गन्तुं यावान् दैर्घ्यं स्वीकरोति।
- कोणानाम् आकाराः **डिग्री** (°) इत्यनेन प्रतिपाद्यते। एका पूर्णा आवृत्तिर्हि ३६० डिग्री इति कथ्यते, या हि ३६०° इत्यनेन बोध्यते।
- कोणानां डिग्री-परिमापः एकया **कोण-परिमापिन्या** क्रियते।
- कोणास्तु वस्तुतः **सरलाः** (१८०°), **समाः** (९०°), **न्यूनाः** (०° तः अधिकाः परन्तु ९०° तः न्यूनाः), **अधिकाः** (९०° तः अधिकाः परन्तु १८०° तः न्यूनाः), **बृहन्तः** (१८०° तः अधिकाः परन्तु ३६०° तः न्यूनाः)

© NCERT not to be republished