



ଗଣିତର ପ୍ରତିରୂପ



0674CH01

୧.୧ ଗଣିତ କ'ଣ ?

ଗଣିତ ହେଉଛି, ଅଧିକାଂଶ ଅଂଶରେ, ପ୍ରତିରୂପର ଅନୁସନ୍ଧାନ, ଏବଂ ସେହି ପ୍ରତିରୂପଗୁଡ଼ିକ କାହିଁକି ବିଦ୍ୟମାନ ତାହାର ସ୍ୱୀକାରଣ ।

ପ୍ରକୃତିରେ, ଘର ଓ ବିଦ୍ୟାଳୟରେ ଏବଂ ସୂର୍ଯ୍ୟ, ଚନ୍ଦ୍ର ଓ ନକ୍ଷତ୍ରଙ୍କ ଗତିବିଧିରେ ସାଧାରଣତଃ ଆମ ଚାରିପାଖରେ ପ୍ରତିରୂପ ରହିଥାଏ । ଜିନିଷ କିଣିବାଠାରୁ ଆରମ୍ଭ କରି ରୋଷେଇ କରିବା, ବଳ ଫିଙ୍ଗିବାଠାରୁ ଆରମ୍ଭ କରି ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାରର ଖେଳ ଖେଳିବା ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଆମେ ଏହି ପ୍ରତିରୂପକୁ ଦେଖୁଥାଉ । ଏହା ସହିତ ପ୍ରତିରୂପ ଆମକୁ ପାଣିପାଗ ଚକ୍ରକୁ ବୁଝିବା ଏବଂ ପ୍ରଯୁକ୍ତିବିଦ୍ୟାର ବ୍ୟବହାର କରିବାରେ ସାହାଯ୍ୟ କରିଥାଏ ।

ପ୍ରତିରୂପଗୁଡ଼ିକୁ ଜାଣିବା ଏବଂ ସେଗୁଡ଼ିକୁ ବୁଝିବା ଏକ ଆନନ୍ଦଦାୟକ ଓ ସୃଜନଶୀଳ କାର୍ଯ୍ୟ । ଏହି କାରଣରୁ ଗଣିତଜ୍ଞମାନେ ଗଣିତକୁ ଉଭୟ କଳା ଓ ବିଜ୍ଞାନ ଭାବରେ ଦେଖନ୍ତି । ଆମେ ଆଶା କରୁଛୁ ଯେ ଏହି ଶ୍ରେଣୀରେ ତୁମେ ଗାଣିତିକ ପ୍ରତିରୂପ କୁ ଅନୁସନ୍ଧାନ ଏବଂ ବୁଝିବା ପାଇଁ ଅନେକ ସୃଜନଶୀଳ ଏବଂ କଳାତ୍ମକ ସୁଯୋଗ ପାଇବେ ।

ଏହା ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ଯେ ଗଣିତର ଲକ୍ଷ୍ୟ କେବଳ ପ୍ରତିରୂପ ସନ୍ଧାନ କରିବା ନୁହେଁ, ବରଂ ସେମାନଙ୍କର ଅସ୍ତିତ୍ୱର କାରଣଗୁଡ଼ିକୁ ସ୍ପଷ୍ଟ କରିବା । ତେଣୁ, ଏପରି ସ୍ୱୀକାରଣଗୁଡ଼ିକ ପ୍ରାୟତଃ ଆବିଷ୍କାର ହୋଇଥିବା ପରିପ୍ରେକ୍ଷୀରେ ପ୍ରୟୋଗରେ ବ୍ୟବହୃତ ହୋଇପାରେ, ଯାହା ପରେ ମାନବିକତାକୁ ଆଗକୁ ବଢ଼ାଇବାରେ ସାହାଯ୍ୟ କରିପାରେ ।

ଉଦାହରଣ ସ୍ଵରୂପ, ଗ୍ରହ, ନକ୍ଷତ୍ର ଏବଂ ସେମାନଙ୍କର ଉପଗ୍ରହଗୁଡ଼ିକର ଗତିବିଧିର ପ୍ରତିରୂପକୁ ବୁଝିବା ଦ୍ଵାରା ମନୁଷ୍ୟ ଗୁରୁତ୍ଵାକର୍ଷଣର ସିଦ୍ଧାନ୍ତ ବିକଶିତ କରିଥିଲା । ଫଳରେ ଆମେ ନିଜର ଉପଗ୍ରହ ଉତ୍ତମେଧଣ କରିବା ସହ ଚନ୍ଦ୍ର ଓ ମଙ୍ଗଳ ଗ୍ରହକୁ ରକେଟ୍ ପଠାଇବାରେ ସକ୍ଷମ ହୋଇଲେ । ସେହିଭଳି ଜିନୋମର ପ୍ରତିରୂପ ବୁଝିବା ଦ୍ଵାରା ଆମେ ରୋଗର ଅନ୍ୱେଷଣ ଓ ଚିକିତ୍ସା କରିବାରେ ସହାୟକ ହୋଇଥିଲୁ । ପ୍ରତିରୂପର ଅନେକ ଉଦାହରଣ ମଧ୍ୟରୁ ଏହା ଅନ୍ୟତମ ।

ସମାଧାନ କର ।

୧. ତୁମେ ଅନ୍ୟ ଉଦାହରଣ ବିଷୟରେ ଚିନ୍ତା କରିପାରିବ କି ଯେଉଁଠାରେ ଗଣିତ ଆମକୁ ଆମର ଦୈନନ୍ଦିନ ଜୀବନରେ ସାହାଯ୍ୟ କରେ ?
୨. ଗଣିତ କିପରି ମାନବିକତାକୁ ଆଗକୁ ବଢ଼ାଇବାରେ ସହାୟକ ହୋଇଛି ? (ତୁମେ ଉଦାହରଣ ଏହି ବିଷୟମାନ ଚିନ୍ତା କରିପାରିବ ଯେଉଁଥିରେ ବୈଜ୍ଞାନିକ ପରୀକ୍ଷଣ ରହିଛି; ନିଜ ଅର୍ଥନୀତି ଓ ଗଣତନ୍ତ୍ରକୁ ଚଳାଇବା; ସେତୁ, ଘର କିମ୍ବା ଅନ୍ୟାନ୍ୟ ଜଟିଳ ଭବନ ନିର୍ମାଣ; ଟି.ଭି., ଦୂରବାଣୀ, କମ୍ପ୍ୟୁଟର, ସାଇକେଲ, ଟ୍ରେନ୍, କାର୍, ବିମାନ, କ୍ୟାଲେଣ୍ଡର, ଘଡ଼ି ଇତ୍ୟାଦି ନିର୍ମାଣ କରିବା ସମ୍ମିଳିତ ।)

ଗଣିତ
ଚର୍ଚ୍ଚା

୧.୨ ସଂଖ୍ୟାର ପ୍ରତିରୂପ

ଗଣିତରେ ଦେଖାଯାଉଥିବା ସବୁଠାରୁ ମୌଳିକ ପ୍ରତିରୂପଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରୁ ସଂଖ୍ୟାର ପ୍ରତିରୂପ, ବିଶେଷକରି ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟାର ପ୍ରତିରୂପ ଏହିପରି:-

୦, ୧, ୨, ୩, ୪, ...

ଗଣିତର ଯେଉଁ ଶାଖା ସମଗ୍ର ସଂଖ୍ୟାର ପ୍ରତିରୂପ ଅଧ୍ୟୟନ କରେ ତାକୁ **ସଂଖ୍ୟା ସିଦ୍ଧାନ୍ତ** କୁହାଯାଏ ।

ସଂଖ୍ୟା କ୍ରମ ଗଣିତଜ୍ଞମାନେ ଅଧ୍ୟୟନ କରୁଥିବା ସବୁଠାରୁ ମୌଳିକ ଏବଂ ଆକର୍ଷଣୀୟ ପ୍ରତିରୂପ ପ୍ରକାର ମଧ୍ୟରୁ ଅନ୍ୟତମ ।

ସାରଣୀ ୧ ରେ ଗଣିତରେ ଅଧ୍ୟୟନ କରାଯାଉଥିବା କିଛି ପ୍ରମୁଖ ସଂଖ୍ୟା କ୍ରମ ଦର୍ଶାଯାଇଛି ।

ସାରଣୀ ୧: ସଂଖ୍ୟା କ୍ରମର ଉଦାହରଣ

୧, ୧, ୧, ୧, ୧, ୧, ୧, ...	(ସମସ୍ତ ୧)
୧, ୨, ୩, ୪, ୫, ୬, ୭, ...	(ଗଣନା ସଂଖ୍ୟା)
୧, ୩, ୫, ୭, ୯, ୧୧, ୧୩, ...	(ଅଭାଯ୍ୟ ସଂଖ୍ୟା)
୨, ୪, ୬, ୮, ୧୦, ୧୨, ୧୪, ...	(ଭାଯ୍ୟ ସଂଖ୍ୟା)
୧, ୩, ୬, ୧୦, ୧୫, ୨୧, ୨୮, ...	(ତ୍ରିକୋଣୀୟ ସଂଖ୍ୟା)
୧, ୪, ୯, ୧୬, ୨୫, ୩୬, ୪୯, ...	(ବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟା)
୧, ୮, ୨୭, ୬୪, ୧୨୫, ୨୧୬, ...	(ଘନ ସଂଖ୍ୟା)
୧, ୨, ୩, ୫, ୮, ୧୩, ୨୧, ...	(ବିରାହାଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା)
୧, ୨, ୪, ୮, ୧୬, ୩୨, ୬୪, ...	(୨ର କ୍ଷମତା)
୧, ୩, ୯, ୨୭, ୮୧, ୨୪୩, ୭୨୯, ...	(୩ର କ୍ଷମତା)

☀ ସମାଧାନ କର ।

- ସାରଣୀ ୧ ରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ କ୍ରମରେ ତୁମେ ପ୍ରତିରୂପ ଚିହ୍ନଟ କରିପାରିବ କି ?
- ସାରଣୀ ୧ ରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ କ୍ରମକୁ ପୁନଃ ଲେଖ ଏବଂ ତୁମ ଖାତାରେ ପରବର୍ତ୍ତୀ ତିନୋଟି ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟ ଦିଅ । ପ୍ରତ୍ୟେକ କ୍ରମ ପରେ, ସେହି କ୍ରମରେ ସଂଖ୍ୟା ତିଆରି କରୁଥିବା ନିୟମକୁ ନିଜ ଭାଷାରେ ଲେଖ ।

































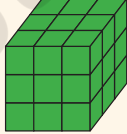
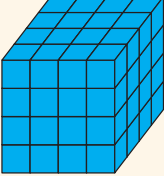
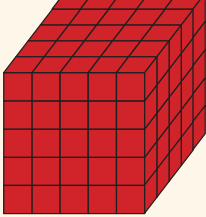
ଗଣିତ
ଚର୍ଚ୍ଚା

୧.୩ ସଂଖ୍ୟା କ୍ରମର ଦୃଶ୍ୟକରଣ

ଚିତ୍ର ବ୍ୟବହାର କରି ଅନେକ ସଂଖ୍ୟା କ୍ରମର ଦୃଶ୍ୟମାନ କରାଯାଇପାରିବ । ଗାଣିତିକ ପ୍ରତିରୂପ ଏବଂ ଧାରଣାକୁ ବୁଝିବା ପାଇଁ ଚିତ୍ର କିମ୍ବା ରେଖାଚିତ୍ର ମାଧ୍ୟମରେ ଗାଣିତିକ ବସ୍ତୁଗୁଡ଼ିକର ଦୃଶ୍ୟକରଣ ଏକ ଅତ୍ୟନ୍ତ ଉପଯୋଗୀ ଉପାୟ ହୋଇପାରେ ।

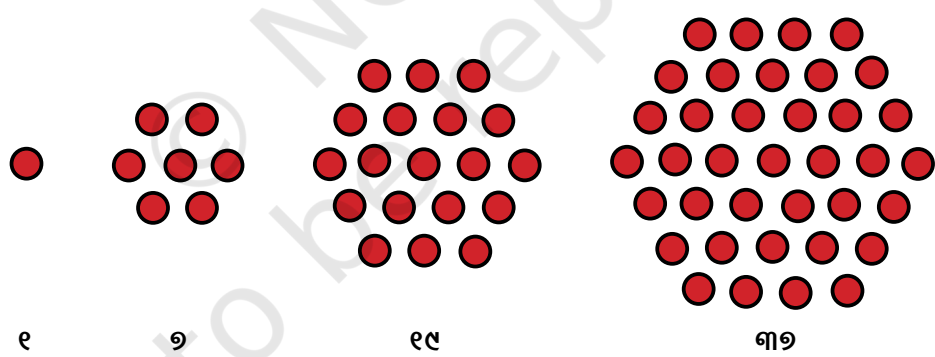
ଆସ, ନିମ୍ନଲିଖିତ ଚିତ୍ର ସାହାଯ୍ୟରେ ସାରଣୀ ୧ ର ପ୍ରଥମ ସାତଟି କ୍ରମକୁ ଦର୍ଶାଇବା -

ସାରଣୀ ୨: କିଛି ସଂଖ୍ୟା କ୍ରମର ସଚିତ୍ର ଉପସ୍ଥାପନା

					ସମସ୍ତ ୧
୧	୧	୧	୧	୧	
					ଗଣନା ସଂଖ୍ୟା
୧	୨	୩	୪	୫	
					ଅଭାସ୍ୟ ସଂଖ୍ୟା
୧	୩	୫	୭	୯	
					ଭାସ୍ୟ ସଂଖ୍ୟା
୨	୪	୬	୮	୧୦	
					(ତ୍ରିକୋଣୀୟ ସଂଖ୍ୟା)
୧	୩	୬	୧୦	୧୫	
					ବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟା
୧	୪	୯	୧୬	୨୫	
					ଘନ ସଂଖ୍ୟା
୧	୮	୨୭	୬୪	୧୨୫	

ସମାଧାନ କର ।

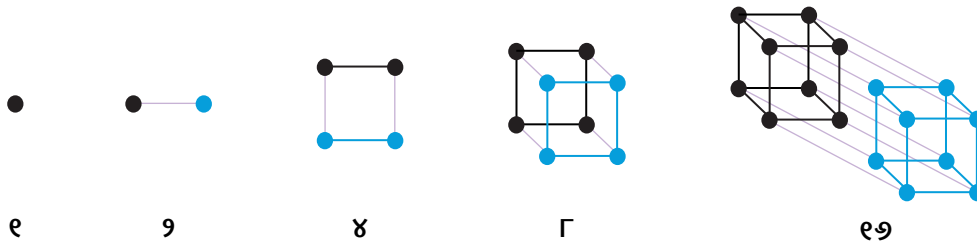
୧. ସାରଣୀ ୨ ରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ସଂଖ୍ୟା କ୍ରମଗୁଡ଼ିକୁ ଚିତ୍ରରେ ଉପସ୍ଥାପନ କରିବା ପାଇଁ, ସେଗୁଡ଼ିକୁ ତୁମ ଖାତାରେ ଅନୁକରଣ କର ଏବଂ ପ୍ରତ୍ୟେକ କ୍ରମ ପାଇଁ ପରବର୍ତ୍ତୀ ଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କର ।
୨. ୧, ୩, ୬, ୧୦, ୧୫, ... **ତ୍ରିକୋଣୀୟ ସଂଖ୍ୟା** କାହିଁକି କୁହାଯାଏ ? ୧, ୪, ୯, ୧୬, ୨୫, ... **ବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟା** ବା **ବର୍ଗ** କାହିଁକି କୁହାଯାଏ ? ୧, ୮, ୨୭, ୬୪, ୧୨୫, ... **ଘନ ସଂଖ୍ୟା** ବା **ଘନ** କାହିଁକି କୁହାଯାଏ ?
୩. ତୁମେ ଦେଖୁଥିବ ଯେ ୩୬ ଉଭୟ ତ୍ରିକୋଣୀୟ ସଂଖ୍ୟା ଏବଂ ଏକ ବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟା । ଅର୍ଥାତ୍ ଉଭୟ ତ୍ରିକୋଣୀୟ ଓ ବର୍ଗରେ ୩୬ଟି ବିନ୍ଦୁକୁ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ରୂପେ ବ୍ୟବହୃତ କରାଯାଇପାରିବ । ତୁମ ଖାତାରେ ଚିତ୍ର ଆଙ୍କି ଏହାକୁ ସ୍ପଷ୍ଟ କର ।
ଏହା ଦର୍ଶାଏ ଯେ ସମାନ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ଉପାୟରେ ଉପସ୍ଥାପିତ କରାଯାଇପାରେ ଏବଂ ପ୍ରସଙ୍ଗ ଉପରେ ନିର୍ଭର କରି ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ଭୂମିକା ଗ୍ରହଣ କରିପାରେ । ଅନ୍ୟ କିଛି ସଂଖ୍ୟାକୁ ବିଭିନ୍ନ ଉପାୟରେ ଚିତ୍ରରୂପରେ ଦର୍ଶାଇବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କର ।
୪. ନିମ୍ନଲିଖିତ ସଂଖ୍ୟା କ୍ରମକୁ ତୁମେ କ'ଣ କହିବ ?



ଏଗୁଡ଼ିକୁ ସଡ଼ଭୁଜାକାର (ହେକ୍ସାଗୋନାଲ) ସଂଖ୍ୟା କୁହାଯାଏ । ସେଗୁଡ଼ିକୁ ତୁମ ଖାତାରେ ତିଆରି କର । କ୍ରମରେ ପରବର୍ତ୍ତୀ ସଂଖ୍ୟା କ'ଣ ହେବ ?

୫. ତୁମେ '୨ ର ଘାତକ'ର କ୍ରମକୁ ଚିତ୍ରରେ ଉପସ୍ଥାପନ କରିପାରିବ କି ? '୩ର ଘାତକ' ମଧ୍ୟ ?

ଏଠାରେ '୨'ର ଘାତକ'ର ସଚିତ୍ର ପ୍ରସ୍ତୁତୀକରଣର ଏକ ସମ୍ଭାବ୍ୟ ଉପାୟ ଅଛି ।



୧.୪ ସଂଖ୍ୟା କ୍ରମ ମଧ୍ୟରେ ସମ୍ପର୍କ

ବେଳେବେଳେ, ସଂଖ୍ୟା କ୍ରମଗୁଡ଼ିକ ଆଖ୍ୟାତମାନଙ୍କ ଉପାୟରେ ପରସ୍ପର ସମ୍ବନ୍ଧିତ ହୋଇପାରେ ।

ଉଦାହରଣ:-ଯେତେବେଳେ ଆମେ ଅଭାସ୍ୟ ସଂଖ୍ୟା ଯୋଡ଼ିବା ଆରମ୍ଭ କରୁ, ସେତେବେଳେ କ'ଣ ହୁଏ?

$$\begin{aligned}
 ୧ &= ୧ \\
 ୧ + ୩ &= ୪ \\
 ୧ + ୩ + ୫ &= ୯ \\
 ୧ + ୩ + ୫ + ୭ &= ୧୬ \\
 ୧ + ୩ + ୫ + ୭ + ୯ &= ୨୫ \\
 ୧ + ୩ + ୫ + ୭ + ୯ + ୧୧ &= ୩୬ \\
 &\vdots
 \end{aligned}$$

ଏହା ପ୍ରକୃତରେ ଏକ ସୁନ୍ଦର ପ୍ରତିରୂପ !

☀ ଏପରି କାହିଁକି ହେଉଛି ? ତୁମେ ଭାବୁଛ କି ଯେ ଏହା ସବୁସମୟରେ ହେବ ?

ଏହାର ଉତ୍ତର ହେଉଛି ଏହି ପ୍ରତିରୂପ ସଦା ପାଇଁ ଜାରି ରହିବ । ଏବେ ତୁମେ ଭାବୁଥିବ ଏମିତି କାହିଁକି? ଯେପରି ପୂର୍ବରୁ ଉଲ୍ଲେଖ କରାଯାଇଛି, ଏପରି ଏକ ପ୍ରତିରୂପ ରହିବାର କାରଣ ସେତିକି ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ଏବଂ ରୋମାଞ୍ଚକର ଯେମିତି କି ପ୍ରତିରୂପ ସ୍ୱୟଂ ।

ଏକ ଚିତ୍ର ଏହାକୁ ସ୍ପଷ୍ଟ କରିପାରେ

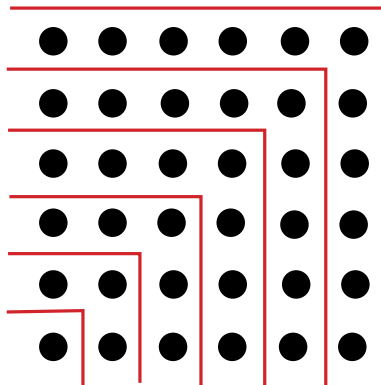
ଏକ ଚିତ୍ର ଏହି ସତ୍ୟକୁ ବୁଝିବାରେ ସାହାଯ୍ୟ କରିବ । ମନେରଖ ଯେ ବର୍ଗ ଗ୍ରିଡ୍ ରେ ବର୍ଗ ବିନ୍ଦୁର ଗଣନା କରି ବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟା ଗଠନ କରାଯାଏ ।

☀ ଏକ ବର୍ଗାକାର ବିନ୍ଦୁ ଗ୍ରୀଡ୍ ରେ ଅଭାସ୍ୟ ସଂଖ୍ୟା ୧, ୩, ୫, ୭ ର ବିନ୍ଦୁକୁ କିପରି ବନ୍ଧନ କରାଯାଇପାରିବ ?

ଆଗକୁ ପଢ଼ିବା ପୂର୍ବରୁ ଏହି ବିଷୟରେ କିଛି ସମୟ ଚିନ୍ତା କର !



ନିମ୍ନରେ ଥିବା ପ୍ରତିରୂପ ଦର୍ଶାଉଛି ଯେ ଏହା କିପରି କରାଯାଇପାରିବ -



ଏହି ଚିତ୍ର ଏବେ ସ୍ପଷ୍ଟ କରୁଛି ଯେ

$$୧ + ୩ + ୫ + ୭ + ୯ + ୧୧ = ୩୬ ।$$

ଯେହେତୁ ଏହି ପ୍ରକାରର ଚିତ୍ର ଯେକୌଣସି ଆକାରର ବର୍ଗ ପାଇଁ ଅଙ୍କନ କରାଯାଇପାରିବ, ତେଣୁ ଏହା ସ୍ପଷ୍ଟ ହୁଏ ଯେ ଅଭାଜ୍ୟ ସଂଖ୍ୟା ଯୋଗ କଲେ ବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟା କାହିଁକି ମିଳେ ।

- ☀ ସମାନ ଚିତ୍ର ଆଙ୍କି, ତୁମେ କହିପାରିବ କି ପ୍ରଥମ ୧୦ ଟି ଅଭାଜ୍ୟ ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗ କେତେ ?
- ☀ ବର୍ତ୍ତମାନ ସମାନ ଚିତ୍ର କଳ୍ପନା କରି, କିମ୍ବା ଆବଶ୍ୟକ ଅନୁଯାୟୀ ଏହାକୁ ଆଂଶିକ ଭାବରେ ଅଙ୍କନ କରି, ତୁମେ କହିପାରିବ କି ପ୍ରଥମ ୧୦୦ ଅଭାଜ୍ୟ ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗ କ'ଣ ହେବ ?

କ୍ରମ ମଧ୍ୟରେ ଏଭଳି ସମ୍ବନ୍ଧର ଆଉ ଏକ ଉଦାହରଣ :

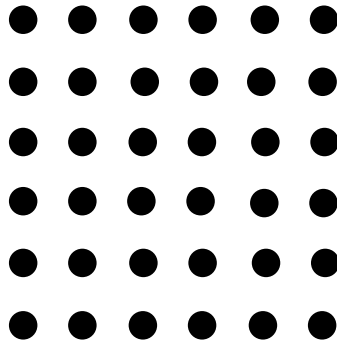
ଉପର ଓ ତଳକୁ ଯୋଡ଼

ଆସ ନିମ୍ନଲିଖିତ ପ୍ରତିରୂପ ଉପରେ ନଜର ପକାଇବା :

$$\begin{aligned}
 ୧ &= ୧ \\
 ୧ + ୨ &= ୩ \\
 ୧ + ୨ + ୩ &= ୬ \\
 ୧ + ୨ + ୩ + ୪ &= ୧୦ \\
 ୧ + ୨ + ୩ + ୪ + ୫ &= ୧୫ \\
 ୧ + ୨ + ୩ + ୪ + ୫ + ୬ &= ୨୧ \\
 ୧ + ୨ + ୩ + ୪ + ୫ + ୬ + ୭ &= ୨୮ \\
 ୧ + ୨ + ୩ + ୪ + ୫ + ୬ + ୭ + ୮ &= ୩୬ \\
 &\vdots
 \end{aligned}$$

ଗଣନା ସଂଖ୍ୟାକୁ ଉପରକୁ ଏବଂ ତଳକୁ ଯୋଡ଼ିବା ଦ୍ଵାରା - ଏହା ବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟା ହାସଲ କରିବାର ଆଉ ଏକ ଉପାୟ ଦେଖିବା ପରି ମନେ ହେଉଛି !

 ତୁମେ ସମାନ ସଚିତ୍ର ବିବରଣୀ ପାଇପାରିବ କି ?



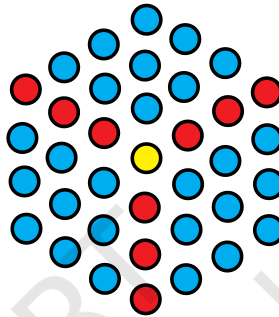
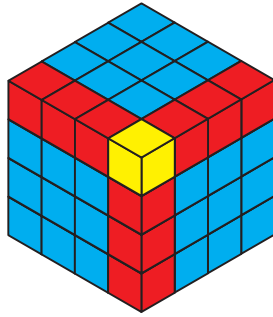
 ସମାଧାନ କର ।

୧. ଗଣନା ସଂଖ୍ୟାକୁ ଉପର ଓ ତଳକୁ ମିଶାଇ କାହିଁକି ବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟା ପ୍ରାପ୍ତ କରାଯାଏ ତାହାର ଏକ ସଚିତ୍ର ବିବରଣୀ ପ୍ରଦାନ କର, ଯଥା ୧ , $୧ + ୨ + ୨$, $୧ + ୨ + ୩ + ୨ + ୧$, ... ?
୨. ଏହି ଚିତ୍ରର ଏକ ବୃହତ ସଂସ୍କରଣ କଳ୍ପନା କରି କିମ୍ବା ଆବଶ୍ୟକ ଅନୁଯାୟୀ ଏହାକୁ ଆଂଶିକ ଭାବରେ ଅଙ୍କନ କରି, ତୁମେ $୧ + ୨ + ୩ + \dots + ୯୯ + ୧୦୦ + ୯୯ + \dots + ୩ + ୨ + ୧$ ର ମୂଲ୍ୟ କ'ଣ ହେବ ଜାଣିପାରିବ କି ?
୩. ଯେତେବେଳେ ତୁମେ ସମସ୍ତ '୧' ଥିବା କ୍ରମକୁ ଉପରକୁ ଯୋଡ଼ିବା ଆରମ୍ଭ କର, ତୁମେ କେଉଁ କ୍ରମ ପାଇବ ? ତୁମେ ସମସ୍ତ '୧' କୁ ଉପର ଏବଂ ତଳକୁ ଯୋଡ଼ିବା ବେଳେ କେଉଁ କ୍ରମ ପାଇବ ?
୪. ଯେତେବେଳେ ତୁମେ ଗଣନା ସଂଖ୍ୟାକୁ ଉପରକୁ ଯୋଡ଼ିବା ଆରମ୍ଭ କର ସେତେବେଳେ ତୁମେ କେଉଁ କ୍ରମ ପାଇବ ? ତୁମେ ଏକ ଛୋଟ ଚିତ୍ର ମାଧ୍ୟମରେ ଏହାକୁ ବୁଝାଇପାରିବ କି ?
୫. ଯେତେବେଳେ ତୁମେ କ୍ରମାଗତ ତ୍ରିକୋଣୀୟ ସଂଖ୍ୟାମୁଗ୍ଧକୁ ଯୋଡ଼ି ସେତେବେଳେ କ'ଣ ହୁଏ ? ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ, $୧ + ୩, ୩ + ୬, ୬ + ୧୦, ୧୦ + ୧୫, \dots$ ର ମୂଲ୍ୟ ଗଣନା କର । ତୁମେ କେଉଁ କ୍ରମ ପାଇଲ ? କାହିଁକି ? ତୁମେ ଏହାକୁ ଏକ ଚିତ୍ର ମାଧ୍ୟମରେ ବର୍ଣ୍ଣନା କରିପାରିବ କି ?
୬. ଯେତେବେଳେ ତୁମେ ୧ ରୁ ଆରମ୍ଭ କରି ୨ ର ଘାତକକୁ ଯୋଗ କରିବା ଆରମ୍ଭ କର ସେତେବେଳେ କ'ଣ ହୁଏ ? ଉଦାହରଣ ରୂପେ, ୧ , $୧+୨$, $୧+୨+୪$, $୧+୨+୪+୮, \dots$ କୁ ନିଅ ? ବର୍ତ୍ତମାନ, ଏହି ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରୁ ପ୍ରତ୍ୟେକରେ ୧ ଯୋଡ଼ - ତୁମେ କେଉଁ ସଂଖ୍ୟା ପାଇବ ? ଏପରି କାହିଁକି ହେଉଛି ?

ଏହାକୁ ଚେଷ୍ଟା କର ।



୭. ଯେତେବେଳେ ତୁମେ ତ୍ରିକୋଣୀୟ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ୬ ଦ୍ଵାରା ଗୁଣିତ କର ଏବଂ ୧ ଯୋଡ଼ ସେତେବେଳେ କ'ଣ ହୁଏ ? ତୁମେ କେଉଁ କ୍ରମ ପାଇଲ ? ତୁମେ ଏହାକୁ ଏକ ଚିତ୍ର ମାଧ୍ୟମରେ ବୁଝାଇପାରିବ କି ?
୮. ଯେତେବେଳେ ତୁମେ ଷଡ଼ଭୁଜାକାର (ହେକ୍ସାଗୋନାଲ) ସଂଖ୍ୟାକୁ ଯୋଡ଼ିବା ଆରମ୍ଭ କର, ଅର୍ଥାତ୍, ୧, ୧ + ୬, ୧ + ୬ + ୧୨, ୧ + ୬ + ୧୨ + ୧୮ କୁ ଉଦାହରଣ ରୂପେ ନିଅ, କ'ଣ ହେଉଛି, ... ? ତୁମେ କେଉଁ କ୍ରମ ପାଇଲ ? ତୁମେ ଏକ ଘନର ଚିତ୍ର ବ୍ୟବହାର କରି ଏହାକୁ ବୁଝାଇପାରିବ କି ?











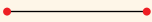
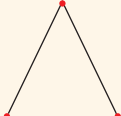
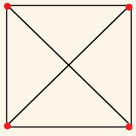
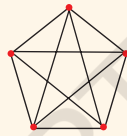
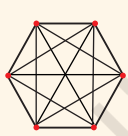




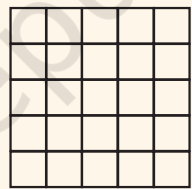



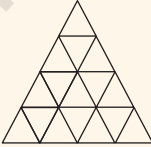
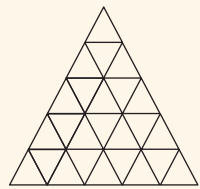

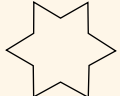
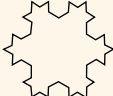
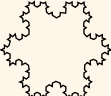
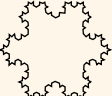
୯. ସାରଣୀ ୧ ରେ ଥିବା କ୍ରମଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରେ ଏବଂ ସେମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ତୁମର ନିଜସ୍ଵ ପ୍ରତିରୂପ କିମ୍ବା ସମ୍ପର୍କ ଖୋଜ । ତୁମେ ଏଗୁଡ଼ିକୁ ଏକ ଚିତ୍ର ମାଧ୍ୟମରେ କିମ୍ବା ଅନ୍ୟ କୌଣସି ଉପାୟ ମାଧ୍ୟମରେ ଏହାକୁ ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରିପାରିବ କି ?

୧.୫ ଆକୃତିରେ ପ୍ରତିରୂପ

ଗଣିତରେ ମିଳୁଥିବା ଅନ୍ୟ ଗୁରୁତ୍ଵପୂର୍ଣ୍ଣ ଏବଂ ମୌଳିକ ପ୍ରତିରୂପ ହେଉଛି ଆକାରର ପ୍ରତିରୂପ । ଏହି ଆକୃତିଗୁଡ଼ିକ ଗୋଟିଏ, ଦୁଇଟି କିମ୍ବା ତିନୋଟି ଆୟାମ (୧D, ୨D, ୩D) କିମ୍ବା ଏହାଠାରୁ ଅଧିକ ଆୟାମରେ ହୋଇପାରେ । ଗଣିତର ଯେଉଁ ବିଭାଗରେ ଆକୃତିର ପ୍ରତିରୂପ ଅଧ୍ୟୟନ କରାଯାଏ ତାକୁ ଜ୍ୟାମିତି କୁହାଯାଏ ।

ଆକୃତି କ୍ରମ ଗଣିତଜ୍ଞମାନେ ଅଧ୍ୟୟନ କରୁଥିବା ଏକ ଗୁରୁତ୍ଵପୂର୍ଣ୍ଣ ପ୍ରକାରର ଆକୃତି ପ୍ରତିରୂପ । ସାରଣୀ ୩ ରେ ଗଣିତରେ ଅଧ୍ୟୟନ କରାଯାଉଥିବା କିଛି ପ୍ରମୁଖ ଆକୃତି କ୍ରମ ଦର୍ଶାଯାଇଛି ।

ସାରଣୀ ୩: ଆକୃତି କ୍ରମର ଉଦାହରଣ

				ସମାନ ବହୁଭୁଜ	
ତ୍ରିଭୁଜ	ଚତୁର୍ଭୁଜ	ପଞ୍ଚଭୁଜ	ଷଡ଼ ଭୁଜ		
					
ସପ୍ତଭୁଜ	ଅଷ୍ଟଭୁଜ	ନବଭୁଜ	ଦଶଭୁଜ		
					ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ଆଲୋଖ
K9	K୩	K୪	K୫	K୬	
					ଝଙ୍କୁ ବର୍ଗ
					ଝଙ୍କୁ ତ୍ରିଭୁଜ
					କୋଚ ସ୍ନୋଫ୍ଲୋକ୍

☀ ସମାଧାନ କର

୧. ତୁମେ ସାରଣୀ ୩ ରେ ଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ କ୍ରମର ପ୍ରତିରୂପକୁ ଚିହ୍ନଟ କରିପାରିବ କି ?
୨. ତୁମ ଜାତୀୟ ସାରଣୀ ୩ ରେ ଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ କ୍ରମପୁନଃ ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କର । ତୁମେ ପ୍ରତ୍ୟେକ କ୍ରମରେ ପରବର୍ତ୍ତୀ ଆକୃତି ଅଙ୍କନ କରିପାରିବ କି ? କାହିଁକି ବା କାହିଁକି ନୁହେଁ ? ପ୍ରତ୍ୟେକ କ୍ରମ ପରେ, ତୁମ ନିଜ ଭାଷାରେ ଏହାର ନିୟମ କିମ୍ବା ପ୍ରତିରୂପର ବର୍ଣ୍ଣନା କର, ଯାହା ପାଇଁ କ୍ରମର ଆକୃତିଟି ଗଠନ ହେଉଛି ।



୧.୭ ସଂଖ୍ୟା କ୍ରମ ମଧ୍ୟରେ ସମ୍ପର୍କ

ଅଧିକାଂଶ ସମୟରେ ଆକୃତି କ୍ରମଗୁଡ଼ିକ ଆଖ୍ୟାତମାନଙ୍କ ଉପାୟରେ ସଂଖ୍ୟା କ୍ରମ ସହିତ ସମ୍ବନ୍ଧିତ ହୋଇଥାନ୍ତି । ଏପରି ସମ୍ପର୍କ ଉଭୟ ଆକୃତି କ୍ରମ ଏବଂ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ସଂଖ୍ୟା କ୍ରମର ଅଧ୍ୟୟନ ଏବଂ ବୁଝିବାରେ ସହାୟକ ହୋଇପାରେ ।

ଉଦାହରଣ : ସମାନ ବହୁଭୁଜର ଆକାର କ୍ରମରେ, ଭୁଜର ସଂଖ୍ୟା ୩ରୁ ପ୍ରାରମ୍ଭ କରାଯାଏ, ଅର୍ଥାତ୍, ୩, ୪, ୫, ୬, ୭, ୮, ୯, ୧୦, ... ଗଣନା ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ଦିଆଯାଏ । ସେ କରଣ ପାଇଁ ଏହି ଆକୃତିଗୁଡ଼ିକୁ ଯଥାକ୍ରମେ ସମାନ ତ୍ରିଭୁଜ, ଚତୁର୍ଭୁଜ (ଅର୍ଥାତ୍ ବର୍ଗ), ପଞ୍ଚଭୁଜ, ଷଡ଼ଭୁଜ, ସପ୍ତଭୁଜ, ଅଷ୍ଟଭୁଜ, ନବଭୁଜ, ଦଶଭୁଜ ଇତ୍ୟାଦି କୁହାଯାଏ ।

'ସମାନ' ଶବ୍ଦ ସୂଚାଇଥାଏ ଯେ ଏହି ଆକୃତିରେ 'ଭୁଜର' ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ ଏବଂ ତା ସହ 'କୋଣ' ମଧ୍ୟ ଏକ ସମାନ ଥାଏ (ଅର୍ଥାତ୍, ଭୁଜ ସମାନ ଦେଖାଯାଏ ଏବଂ କୋଣଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟ ସମାନ ଦେଖାଯାଏ) । ପରବର୍ତ୍ତୀ ଅଧ୍ୟୟନରେ ଆମେ କୋଣଗୁଡ଼ିକ ବିଷୟରେ ବିସ୍ତୃତ ଭାବରେ ଆଲୋଚନା କରିବା ।

ସାରଣୀ ୩ରେ ଥିବା ଅନ୍ୟ ଆକୃତି କ୍ରମଗୁଡ଼ିକର ମଧ୍ୟ ସଂଖ୍ୟା କ୍ରମ ସହିତ ସମ୍ବନ୍ଧ ରହିଛି ।

☀ ସମାଧାନ କର ।

୧. ସମାନ ବହୁଭୁଜର ପ୍ରତ୍ୟେକ ଆକାର କ୍ରମରେ ଭୁଜର ସଂଖ୍ୟା ନିର୍ଦ୍ଧାରଣ କର । ତୁମେ କେଉଁ ସଂଖ୍ୟା କ୍ରମ ପାଇବ ? ନିୟମିତ ବହୁଭୁଜର ପ୍ରତ୍ୟେକ ଆକୃତି କ୍ରମରେ ଆକୃତିର କୋଣ ବିଷୟରେ ତୁମେ କ'ଣ କହିବେ ? ତୁମେ ସମାନ ନମ୍ବର ସଂଖ୍ୟା କ୍ରମ ପାଇଛ କି ? ଏହା କାହିଁକି ହୁଏ ତାହା ତୁମେ ବୁଝାଇପାରିବ କି ?
୨. ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ଆଲୋଚନା ପ୍ରତ୍ୟେକ ଆକାର କ୍ରମରେ ରେଖା ସଂଖ୍ୟା ଗଣନା କର । ଏହା ତୁମେ କେଉଁ ସଂଖ୍ୟା କ୍ରମ ଦେଖାଯାଏ ? ଏହା କାହିଁକି ହୁଏ ତାହା ତୁମେ ବୁଝାଇପାରିବେ କି ?



୩. ଷ୍ଟାକ୍ସ ବର୍ଗ କ୍ରମର ପ୍ରତ୍ୟେକ ଆକୃତିରେ କେତେ ଛୋଟ ଛୋଟ ବର୍ଗ ଅଛି ? ଏହା କେଉଁ ସଂଖ୍ୟା କ୍ରମ ଦେଇଥାଏ ? ଏହା କାହିଁକି ହୁଏ ତାହା ତୁମେ ବୁଝାଇପାରିବ କି ?
୪. ଷ୍ଟାକ୍ସ ତ୍ରିଭୁଜ କ୍ରମର ପ୍ରତ୍ୟେକ ଆକୃତିରେ କେତେ ଛୋଟ ତ୍ରିକୋଣ ଅଛି ? ଏହା କେଉଁ ସଂଖ୍ୟା କ୍ରମ ଦେଇଥାଏ ? ଏହା କାହିଁକି ହୁଏ ତାହା ତୁମେ ବୁଝାଇପାରିବେ କି ? (ସଙ୍କେତ : କ୍ରମର ପ୍ରତ୍ୟେକ ଆକୃତିରେ, ପ୍ରତ୍ୟେକ ଧାଡ଼ିରେ କେତେ ତ୍ରିକୋଣ ଅଛି ?)
୫. କର୍ ମ୍ନୋଫ୍ଲୋକ୍ କ୍ରମରେ, ଗୋଟିଏ ଆକୃତିରୁ ଅନ୍ୟ ଆକୃତିକୁ ଯିବା ପାଇଁ, ପ୍ରତ୍ୟେକ ରେଖା ଖଣ୍ଡକୁ '___' ଛିଦ୍ ବର୍ମ୍ମା ଦ୍ଵାରା ବଦଳାଯିବାକୁ ପଡ଼ିବ । ଏହା ଅଧିକରୁ ଅଧିକ ଥର କରାଯିବା ସହିତ, ପରିବର୍ତ୍ତନଗୁଡ଼ିକ ଛୋଟରୁ ଛୋଟ ହେଉଛି, ରେଖାଖଣ୍ଡଗୁଡ଼ିକ କ୍ରମଶଃ ଛୋଟ ହେଉଛି । ପ୍ରତ୍ୟେକ କର୍ ମ୍ନୋଫ୍ଲୋକ୍ ଆକୃତିରେ କେତେ ରେଖାଖଣ୍ଡ ଅଛି ? ସେମାନଙ୍କର ଅନୁରୂପ ସଂଖ୍ୟା କ୍ରମଗୁଡ଼ିକ କ'ଣ ? (୩, ୧୨, ୪୮, ଅର୍ଥାତ ୪ର ଘାତକର ତିନି ଗୁଣ ତାର ଉତ୍ତର, ଏହି କ୍ରମ ସାରଣୀରେ ନାହିଁ ।)

ସଂକ୍ଷିପ୍ତ ବିବରଣୀ

- ଗଣିତକୁ ପ୍ରତିରୂପର ଅନୁସନ୍ଧାନ ଏବଂ ସେହି ପ୍ରତିରୂପଗୁଡ଼ିକ କାହିଁକି ବିଦ୍ୟମାନ ତାହାର ସ୍ଵୀକାରଣ ଭାବରେ ଦେଖାଯାଇପାରେ ।
- ଗଣିତରେ ଦେଖାଯାଉଥିବା ସବୁଠାରୁ ମୌଳିକ ପ୍ରତିରୂପଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିଏ ହେଉଛି **ସଂଖ୍ୟା କ୍ରମ** ।
- ସଂଖ୍ୟା କ୍ରମର କେତେକ ଗୁରୁତ୍ଵପୂର୍ଣ୍ଣ ଉଦାହରଣ ମଧ୍ୟରେ ଗଣନା ସଂଖ୍ୟା, ଅଭାସ୍ୟ ସଂଖ୍ୟା, ଭାସ୍ୟ ସଂଖ୍ୟା, ବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟା, ତ୍ରିଭୁଜୀୟ ସଂଖ୍ୟା, ଘନ ସଂଖ୍ୟା, ବିରାହାଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା ଏବଂ ୨ ର ଘାତକ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ।
- ବେଳେବେଳେ ସଂଖ୍ୟା କ୍ରମ ଆକର୍ଷକ ଏବଂ ଉଲ୍ଲେଖନୀୟ ଉପାୟରେ ପରସ୍ପର ସମ୍ବନ୍ଧିତ ହୋଇ ପାରିବ । ଉଦାହରଣ ସ୍ଵରୂପ, ୧ ରୁ ଆରମ୍ଭ ହୋଇଥିବା ଅଭାସ୍ୟ ସଂଖ୍ୟାର କ୍ରମ ଯୋଡ଼ିବା ଦ୍ଵାରା ବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟା ମିଳିଥାଏ ।
- ଚିତ୍ର ବ୍ୟବହାର କରି ସଂଖ୍ୟା କ୍ରମର ଦୃଶ୍ୟମାନ ଦ୍ଵାରା କ୍ରମ ଏବଂ ସେମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ସମ୍ବନ୍ଧକୁ ବୁଝିବାରେ ସାହାଯ୍ୟ କରିପାରେ ।
- **ଆକୃତି କ୍ରମ** ଗଣିତରେ ପ୍ରତିରୂପର ଅନ୍ୟ ଏକ ମୌଳିକ ପ୍ରକାର ଅଛି । ଆକୃତି କ୍ରମର କେତେକ ଗୁରୁତ୍ଵପୂର୍ଣ୍ଣ ଉଦାହରଣ ମଧ୍ୟରେ ସମାନ ବସ୍ତୁତ୍ଵ, ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ଆଲୋଖ, ଷ୍ଟେକ୍ ତ୍ରିକୋଣ ଏବଂ ବର୍ଗ ଏବଂ କୋର୍ ମ୍ନୋଫ୍ଲୋକ୍ ପୁନରାବୃତ୍ତି ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ । ଆକୃତି କ୍ରମ ମଧ୍ୟ ସଂଖ୍ୟା କ୍ରମ ସହିତ ଅନେକ ଆକର୍ଷଣୀୟ ସମ୍ପର୍କ ପ୍ରଦର୍ଶନ କରେ ।