५ अभाज्य समय

0674CH05

५.१ सार्व गुणक र सार्व गुणनखंड

इडली-वड़ा खेल

केटाकेटीहरू वृत्तमा बसेर संख्याको खेल खेल्छन्।

एउटा बच्चाले '१' भन्दै सुरु गर्छ । दोस्रो खेलाडीले '२' भन्छ, इत्यादि। तर जब यो ३ , ६ , ९ को पालो छ, ... (३ को गुणक), खेलाडीले संख्याको सट्टा 'इडली' भन्नुपर्छ। जब यो ५ , १० को पालो छ, ... (५ को गुणक), खेलाडीले संख्याको सट्टा 'वडा' भन्नुपर्छ। जब कुनै संख्या ३ को गुणक र ५ को गुणक दुवै हुन्छ, तब खेलाडीले 'इडली-वडा' भन्नुपर्छ! यदि कुनै खेलाडीले कुनै गल्ती गर्छ भने, उनीहरू खेल बाट बाहिर हुन्छन्।

एक जना मात्र बाँकी रहेसम्म खेल जारी रहन्छ ।

कुन संख्या का लागि खेलाडीले संख्या भन्नुको साटो 'इडली' भन्नुपर्छ ? यी ३,६ ,९ ,१२ ,१८, ... आदि इत्यादि।

कुन संख्या का लागि खेलाडीले 'वडा' भन्नुपर्छ ? यी ५ ,१० ,२० , ... आदि इत्यादि।

खेलाडीहरूले 'इडली-वडा' भन्नुपर्ने पहिलो संख्या कुन हो ? यो १५ हो, जुन ३ को गुणक हो, र ५ को गुणक पनि हो। अन्य त्यस्ता संख्याहरू पत्ता लगाउनुहोस् जुन ३ र ५ दुवैको गुणकहरू हुन्। यी संख्याहरूलाई ________________________ भनिन्छ।

© NCERT not to be republished

आउनुहोस्, पत्ता लगाऔं

१. १० औं पटक 'इडली-वडा' कति संख्यामा भनिएको छ?

२. यदि खेल १ देखि ९० सम्मका लागि खेलिएको छ भने, पत्ता लगाउनुहोस्:

   a. केटाकेटीहरूले कति पटक 'इडली' भन्नेछन् (उनीहरूले 'इडली-वडा' भन्ने समय सहित)?

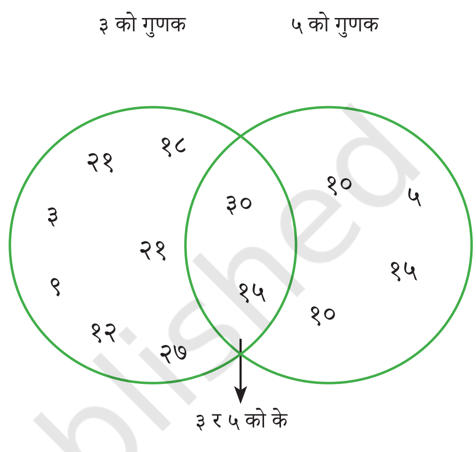
   b. केटाकेटीहरूले कति पटक 'वडा' भन्नेछन् (उनीहरूले 'इडली-वडा' भन्ने समय सहित)?

   c. बच्चाहरूले कति पटक 'इडली-वडा' भन्थे?

३. यदि खेल ९०० सम्म खेलिएको थियो भने के हुन्छ? तपाईंको जवाफ कसरी परिवर्तन हुनेछ?

४. के यो आँकडा कुनै न कुनै रूपमा 'इडली-वडा' खेलसँग सम्बन्धित छ?

   संकेत: ३० सम्म खेल खेल्ने कल्पना गर्नुहोस्। यदि खेल सम्म खेलिएको छ भने आकृति कोर्नुहोस्।



आकृति ५.१

आउनुहोस्, अब विभिन्न जोडी संख्याका साथ 'इडली-वडा' खेल खेलौं:

a. २ र ५

b. ३ र ७

c. ४ र ६

हामी सानो संख्याको गुणकको लागि 'इडली', ठूलो संख्याको गुणकको लागि 'वडा' र सार्व गुणकको लागि 'इडली-वडा' भन्नेछौं। यदि खेल ६० सम्म खेलिएको छ भने चित्र ५.१ सँग मिल्दोजुल्दो आकृति कोर्नुहोस्।

© NCERT not to be republished

निम्न मध्ये कुन अर्को संख्या हुन सक्छ:

२,३,५,८,१० ?

ज्याकपोट जम्प गर्नुहोस्

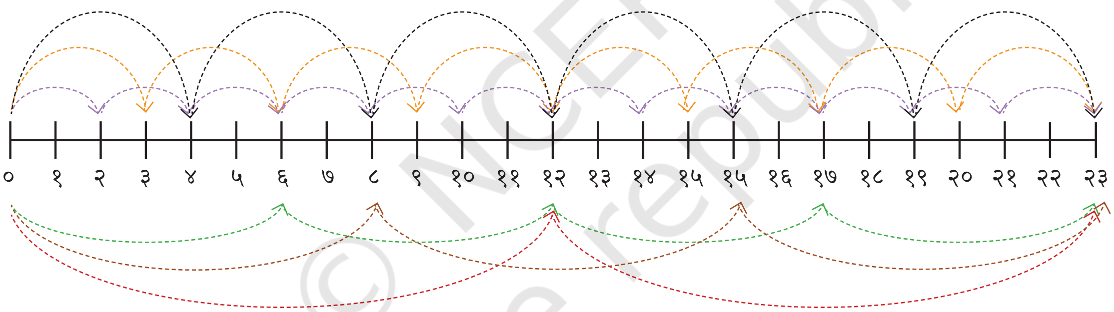
जम्पी र ग्रम्पीले खेल खेल्छन्।

- ग्रम्पीले कुनै संख्यामा एउटा खजाना लुकाउँछ। उदाहरणको लागि, उसले २४ मा लुकाउन सक्छ।
- जम्पीले जम्प साइज रोज्छ । यदि उसले ४ रोज्छ भने, उसले 0 बाट सुरु गरेर ४ को गुणकहरूमा मात्र उफ्रनु पर्छ।
- जम्पीले खजाना पाउँछ यदि उसले ग्रम्पीले यसलाई राखेको संख्या मा अवतरण गर्दछ।

कुन जम्प साइजले जम्पीलाई २४ मा अवतरण गराउनेछ?

यदि उसले ४ छान्छ भने जम्पी पुग्छ → ८ → १२ → १६ → २०→ २४→२८ → ...

मा अन्य सफल छलाङको आकार २,३,६,८र १२ हुनेछ ।



तपाईं छलाङको आकार १ र २४ को बारेमा के भन्नुहुन्छ? हो, तिनीहरू पनि २४ मा पुग्नेछन्।

संख्याहरू १, २, ३, ४, ६, ८, १२, २४ सबैले २४ लाई पूर्णतया विभाजन गर्छन्। यस्ता संख्याहरूलाई याद गर्नुहोस् जसलाई २४ को **गुणनखण्ड** वा **भाजक** भनिन्छ।

ग्रम्पीले खेलको स्तरलाई अलिकति कठिन बनायो। उनले दुईवटा फरक-फरक संख्याहरूमा दुईवटा खजाना राखे। जम्पीले एउटा छलाङको आकार छान्नुपर्छ र यसैमा टिक्नुपर्छ वा स्थिर रहनुपर्छ। जम्पीले खजाना तब मात्र पाउँछ, जब ऊ छनौट गरिएको छलाङको आकारले दुवै संख्याहरूमा पुग्छ। पहिलेको जस्तै जम्पी ० बाट सुरु गर्छ।

ग्रम्पीले खजाना १४ र ३६ मा राखे। जम्पीले छलाङको आकार ७ चुन्छ। के के जम्पी दुवै खजानामा पुग्नेछ? ० बाट सुरु गर्दै ऊ ७ → १४ → २१ → २८→ ३५→ ४२... मा

© NCERT not to be republished

पुग्नेछ। हामी देख्छौं कि ऊ १४ मा त पुग्छ, तर ३६ मा पुग्दैन। अतः उसले खजाना पाउँदैन। उसले कुन-कुन छलाङ्को आकार छान्नुपर्थ्यो?

१४ का गुणनखण्डहरू १, २, ७, १४ हुन्। त्यसैले, यी छलाङ्को आकारले ऊ १४ मा अवश्य पुग्नेछ।

३६ का गुणनखण्डहरू १, २, ३, ४, ६, ९, १२, १८, ३६ हुन्। यी छलाङ्को आकारले ऊ ३६ मा अवश्य पुग्नेछ।

अतः १ वा २ को छलाङ्को आकारले ऊ १४ र ३६ दुवैमा अवश्य पुग्नेछ। यहाँ ध्यान दिनुहोस् कि सङ्ख्या १ र २, सङ्ख्या १४ र ३६ का साझा **(उभयनिष्ठ) गुणनखण्ड** हुन्।

जुन सम्भावित छलाङ्को आकारले दुवै खजानासम्म पुग्न सकिन्छ, ती दुवै सङ्ख्याका साझा गुणनखण्ड हुन् जसमा खजाना राखिएको छ।

- कुन-कुन छलाङ्को आकार १५ र ३० दुवैसम्म पुग्न सक्छ? यहाँ धेरै छलाङ्को आकार सम्भव छन्। ती सबैलाई खोज्ने प्रयास गर्नुहोस्।

- तलको टेबुलमा हेर्नुहोस्। तपाईं के देख्नुहुन्छ?

३१	३२	३३	३४	३५	३६	३७	३८	३९	४०
४१	४२	४३	४४	४५	४६	४७	४८	४९	५०
५१	५२	५३	५४	५५	५६	५७	५८	५९	६०
६१	६२	६३	६४	६५	६६	६७	६८	६९	७०

टेबुलमा,

१. के छायांकित संख्याहरूमा केही समानता छ?

२. के गोलाकार संख्याहरूमा केही समानता छ?

३. कुन संख्याहरू छायांकित र गोलाकार छन्? यी संख्याहरूलाई के भनिन्छ?

गणित चर्चा

आउनुहोस्, पत्ता लगाऔं

१. ३१० र ४१० को बीचमा रहेको ४० को सबै गुणकहरू फेला पार्नुहोस्।

© NCERT not to be republished

२ . म को हो?

क. म ४० भन्दा सानो संख्या हुँ। मेरो एउटा गुणनखण्ड ७ हो। मेरो अङ्कहरूको योग ८ हो। म कुन संख्या हुँ

ख. म १०० भन्दा सानो संख्या हुँ। मेरा दुई गुणनखण्ड ३ र ५ हुन्। मेरो एउटा अङ्क अर्को भन्दा १ ले बढी छ। म कुन संख्या हुँ?

३ . एउटा संख्या जसको सबै गुणनखण्डहरूको योगफल संख्याको दोब्बर हुन्छ, त्यसलाई पूर्ण संख्या भनिन्छ। संख्या २८ एउटा **पूर्ण संख्या** हो। यसका गुणनखण्डहरू १, २, ४, ७, १४ र २८ हुन्। तिनीहरूको योगफल ५६ हो जुन २८ को दोब्बर हो। १ र १० बीचको पूर्ण संख्या पत्ता लगाउनुहोस्।

४. यसको सामान्य गुणनखण्डहरू फेला पार्नुहोस्:

क. २० र २८ ख. ३५ र ५०

ग. ४, ८ र १२ घ. ५, १५ र २५

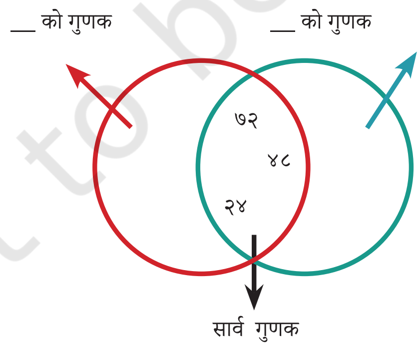
५ . कुनै पनि तीन संख्या हरू फेला पार्नुहोस् जुन 2५ को गुणक हो तर ५० को गुणक होइन।

६. अंशु र उनका साथीहरूले ‘इडली-वडा’ खेल दुई संख्या का साथ खेल्छन्, जुन दुवै १० भन्दा साना हुन्छन्। पहिलो पटक कसैले ‘इडली–वडा’ भनेको ५० संख्या पछि हो । ‘इडली’ र ‘वडा’ तोकिएका दुई संख्याहरू के हुन सक्छन्?

७. खजाना शिकार खेलमा, ग्रम्पीले २८ र ७० मा खजाना राखेका छन्। दुवै संख्या मा कुन जम्प साइज अवतरण हुनेछ?

८. तलको चित्रमा, गुणले सामान्य गुणकहरू बाहेक सबै संख्याहरू मेटाएका छन्। ती संख्याहरू के हुन सक्छन् पत्ता लगाउनुहोस् र खाली क्षेत्रहरूमा हराएका संख्याहरू भर्नुहोस्।

गणित चर्चा



९. ७ बाहेक १ देखि १० सम्मका सबै संख्याहरूको गुणक भएको सबैभन्दा सानो सङ्ख्या फेला पार्नुहोस्।

प्रयास गर्नुहोस्

१०. १ देखि १० सम्मका सबै संख्याहरूको गुणक भएको सबैभन्दा सानो सङ्ख्या पत्ता लगाउनुहोस्।

© NCERT not to be republished

५.२ अभाज्य संख्या

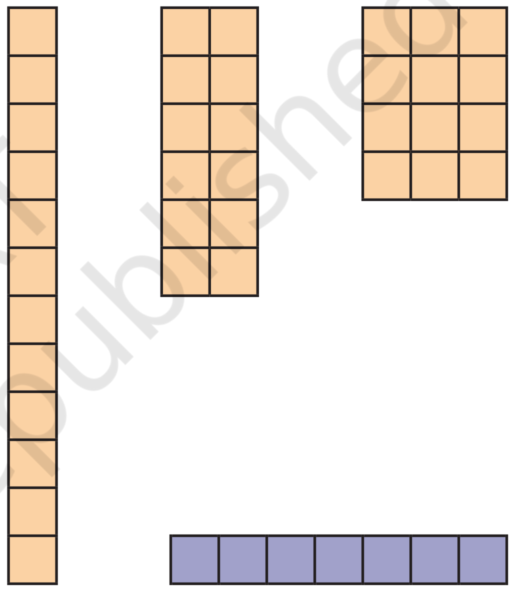
गुणा र अंशु आफ्नो खेतमा उब्जने अंजीरहरू बाँधेर प्याक गर्न चाहन्छन्। गुणा प्रत्येक बाकसमा १२ अंजीर राख्न चाहन्छ र अंशु प्रत्येक बाकसमा ७ अंजीर राख्न चाहन्छ। यस्ता कत्तिको व्यवस्था सम्भव छन्?

सोच्नुहोस् र विभिन्न तरिकाहरू पत्ता लगाउनुहोस् कसरी -

१. गुणले १२ वटा अंजीरलाई आयताकार तरिकाले व्यवस्थित गर्न सक्छ ।

२. अंशुले ७ वटा अंजीरलाई आयताकार तरिकाले व्यवस्थित गर्न सक्छिन् ।

गुणले यी सम्भावनाहरूलाई सूचीबद्ध गरेका छन्।



प्रत्येक प्रबन्धमा पङ्क्ति र स्तम्भहरूको सङ्ख्या अवलोकन गर्नुहोस्। तिनीहरू १२ सँग कसरी सम्बन्धित छन्?

उदाहरणका लागि, १२ वटा आँपहरुलाई दोस्रो व्यवस्थामा दुईवटा स्तम्भमा राख्न सकिन्छ, जसमा प्रत्येकमा ६ वटा आँपहरु व्यवस्थित गरिएको छ। वा १२ = २ × ६।

अंशुले एउटा मात्र व्यवस्था बनाउन सक्छ - ७ × १ वा १ × ७। यहाँ अन्य कुनै आयताकार व्यवस्था सम्भव छैन।

गुणाको प्रत्येक व्यवस्थामा पङ्क्तिहरूको सङ्ख्यालाई स्तम्भहरूको सङ्ख्यासँग गुणन गर्दा १२ प्राप्त हुन्छ। अतः पङ्क्ति वा स्तम्भहरूको सङ्ख्या, १२ का गुणनखण्डहरू हुन्।

हामीले देख्यौं कि संख्या १२ एक आयतमा एक भन्दा बढी तरिकामा व्यवस्थित गर्न सकिन्छ किनकि 1२ मा दुई भन्दा बढी गुणनखंड छन्। ७ संख्या लाई एउटै तरिकामा व्यवस्थित गर्न सकिन्छ, किनकि यसमा केवल दुई गुणनखंड छन् - १ र ७।

जुन सङ्ख्याहरूको केवल दुईवटा गुणनखण्डहरू हुन्छन्, तिनीहरूलाई **अभाज्य सङ्ख्याहरू (Prime numbers) वा अभाज्य (Primes)** भनिन्छ। केही प्रारम्भिक अभाज्य सङ्ख्याहरू २, ३, ५, ७, ११, १३, १७, १९ हुन्। ध्यान दिनुहोस्, कुनै पनि अभाज्य सङ्ख्याको गुणनखण्ड १ र त्यो सङ्ख्या आफैँ हुन्छ।

जुन सङ्ख्याहरूको दुई भन्दा बढी गुणनखण्डहरू हुन्छन्, तिनीहरूलाई **भाज्य सङ्ख्याहरू (Composite numbers)** भनिन्छ। पहिलो केही भाज्य सङ्ख्याहरू ४, ६, ८, ९, १०, १२, १४, १५, १६, १८, २० हुन्।

© NCERT not to be republished

१ को बारेमा के, जसको केवल एक गुणनखंड छ? संख्या १ न त अभाज्य हो न भाज्य संख्या हो।

२१ देखि ३० सम्म कति अभाज्य संख्याहरू छन्? 2१ देखि 30 सम्म कति भाज्य संख्याहरू छन्?

के हामी १ देखि १०० सम्मका सबै अभाज्य संख्याहरू सूचीबद्ध गर्न सक्छौं?

यहाँ अभाज्य संख्याहरू पत्ता लगाउने एक रोचक तरिका हो। तल दिइएका चरणहरू पछ्याउनुहोस् र के हुन्छ हेर्नुहोस्।

चरण १: १ पार गर्नुहोस् किनभने यो न त अभाज्य न त भाज्य हो।

चरण २: २ मा गोलाकार घेरा बनाउनुहोस् र २ का अन्य सबै गुणनहरू, जस्तै - ४, ६, ८.... इत्यादि काट्नुहोस्।

चरण ३ :तपाईंले देख्नुहुनेछ कि अर्को नकाटिएको सङ्ख्या ३ हो। ३ मा गोलाकार घेरा बनाउनुहोस्। ३ का अन्य सबै गुणनहरू, जस्तै - ६, ९, १२.... इत्यादि काट्नुहोस्।

चरण ४ : अर्को नकाटिएको सङ्ख्या ५ हो। ५ मा घेरा बनाउनुहोस्। यसलाई छोडेर ५ का अन्य सबै गुणनहरू १०, १५, २०.... इत्यादि काट्नुहोस्।

~~१~~	२	३	~~४~~	५	~~६~~	७	~~८~~	~~९~~	~~१०~~
११	~~१२~~	१३	~~१४~~	~~१५~~	~~१६~~	१७	~~१८~~	१९	~~२०~~
~~२१~~	~~२२~~	२३	~~२४~~	~~२५~~	~~२६~~	~~२७~~	~~२८~~	२९	~~३०~~
३१	~~३२~~	~~३३~~	~~३४~~	~~३५~~	~~३६~~	३७	~~३८~~	~~३९~~	~~४०~~
४१	~~४२~~	४३	~~४४~~	~~४५~~	~~४६~~	४७	~~४८~~	~~४९~~	~~५०~~
~~५१~~	~~५२~~	५३	~~५४~~	~~५५~~	~~५६~~	~~५७~~	~~५८~~	५९	~~६०~~
६१	~~६२~~	~~६३~~	~~६४~~	~~६५~~	~~६६~~	६७	~~६८~~	~~६९~~	~~७०~~
७१	~~७२~~	७३	~~७४~~	~~७५~~	~~७६~~	~~७७~~	~~७८~~	७९	~~८०~~
~~८१~~	~~८२~~	८३	~~८४~~	~~८५~~	~~८६~~	~~८७~~	~~८८~~	८९	~~९०~~
~~९१~~	~~९२~~	~~९३~~	~~९४~~	~~९५~~	~~९६~~	९७	~~९८~~	~~९९~~	~~१००~~

चरण ५: यो प्रक्रियालाई तबसम्म जारी राख्नुहोस् जबसम्म माथिको सूचीका सबै सङ्ख्याहरूमा या त घेरा नलागोस् वा तिनीहरूलाई काट्न नपरोस्।

सबै वृत्ताकार संख्याहरू अभाज्य संख्याहरू हुन्। १ बाहेक अन्य सबै काटिएका संख्याहरू भाज्य संख्याहरू हुन्। यो विधिलाई इराटोस्थेनीजको चलनी (Sieve of Eratosthenes) भनिन्छ।

यो प्रक्रिया १०० भन्दा बढी संख्याका लागि पनि गर्न सकिन्छ। इराटोस्थेनेस एक ग्रीक गणितज्ञ थिए जो लगभग २२०० वर्ष पहिले बाँचेका थिए र अभाज्यहरू सूचीबद्ध गर्ने यो विधि विकसित गरेका थिए।

© NCERT not to be republished

गुण र अंशु कसरी सोच्न थाले यो सरल विधि अभाज्य संख्याहरू फेला पार्न सक्षम छ! यो विधिले कसरी काम गर्छ विचार गर्नुहोस्। माथि दिइएका चरण फेरि पढ्नुहोस् र प्रत्येक चरण पूरा भएपछि के हुन्छ हेर्नुहोस्।

आउनुहोस्, पत्ता लगाऔं

१. हामी देख्छौं कि २ एक अभाज्य र सम संख्या पनि हो। के त्यहाँ अन्य कुनै अभाज्य पनि छ?

२. १०० सम्म अभाज्यहरूको सूची हेर्नुहोस्। दुई क्रमागत अभाज्यहरू बीचको सबैभन्दा सानो भिन्नता के हो? सबैभन्दा ठूलो भिन्नता के हो?

३. के अघिल्लो पृष्ठको तालिकामा प्रत्येक पङ्क्तिमा हुने अभाज्यहरूको संख्या बराबर छ? कुन दशकमा सबैभन्दा कम अभाज्य हुन्छ? कुन-कुनमा सबैभन्दा धेरै अभाज्यहरू छन्?

युगौं-युगसम्म अभाज्य संख्या

अभाज्य संख्याहरू सबै पूर्ण संख्याहरूको निर्माण ब्लकहरू हुन्। ग्रीक सभ्यताको समयदेखि (२००० वर्ष भन्दा पहिले) देखि आजसम्म, गणितज्ञहरू अझै पनि आफ्ना रहस्यहरू उजागर गर्न संघर्ष गरिरहेका छन्!

विचारको लागि भोजन: के त्यहाँ सबैभन्दा ठूलो अभाज्य संख्या छ? अथवा अभाज्य संख्याहरूको सूची अन्त बिना नै चलिरहन्छ? युक्लिड नाउँ गरेका एक जना गणितज्ञले यसको जवाफ भेट्टाए र पछिको कक्षामा पनि तपाईं पनि त्यस्तै हुनुहुनेछ!

रमाइलो तथ्य: कसैले 'लेखे' भन्ने सबैभन्दा ठूलो प्राइम नम्बर यति ठूलो छ कि यसलाई लेख्न लगभग ६५०० पृष्ठहरू लाग्नेछ! त्यसैले तिनीहरूले यसलाई कम्प्युटरमा मात्र लेख्न सक्थे!

४. निम्न संख्याहरू मध्ये कुन अभाज्य छन्: २३, ५१, ३७, २६?

५. २० भन्दा कम अभाज्य संख्याका तीन जोडा लेख्नुहोस् जसको योगफल ५ को गुणक हो।

६. १३ र ३१ संख्या अभाज्य संख्या हुन् । यी दुवै संख्या को अंक १ र ३ एउटै हुन्छ । १०० सम्म अभाज्य संख्याहरूको यस्तो जोडी फेला पार्नुहोस्।

७. १ देखि १०० को बीचमा सात क्रमागत भाज्य संख्याहरू फेला पार्नुहोस्।

८. अभाज्य सङ्ख्याहरूको जोडी जसको अन्तर २ हुन्छ, त्यसलाई जुम्ल्याहा **अभाज्य युग्म** (Twin Primes) भनिन्छ। उदाहरणका लागि, ३ र ५ जुम्ल्याहा अभाज्य युग्म हुन्, त्यसैगरी १७ र १९ हुन्। १ देखि १०० बीचका अन्य जुम्ल्याहा अभाज्य युग्महरू पत्ता लगाउनुहोस्।

© NCERT not to be republished

९. प्रत्येक कथन सत्य वा असत्य हो कि होइन पहिचान गर्नुहोस्। समझाओ।

क. त्यहाँ कुनै पनि अभाज्य संख्या छैन जसको एकाइ अंक ४ हो।

ख. अभाज्य को उत्पादन पनि अभाज्य हुन सक्छ।

ग. अभाज्य संख्याहरूमा कुनै गुणनखंड हरू हुँदैनन्।

घ. सबै सम संख्याहरू भाज्य संख्याहरू हुन्।

ङ. संख्या २ र ३ अभाज्य हो । प्रत्येक अन्य अभाज्यको लागि, अर्को संख्या भाज्य हो।

१०. ४५, ६०, ९१, १०५, ३३०: निम्न मध्ये कुन संख्या ठीक तीन अलग-अलग अभाज्य संख्याहरूको गुणनफल हो?

११. २, ४ र ५ मध्ये प्रत्येक लाई एक पटक प्रयोग गरेर कति वटा तीन अंकको अभाज्य संख्या बनाउन सक्नुहुन्छ?

१२. ध्यान दिनुहोस् कि 3 एक अभाज्य संख्या हो र २ × ३ + १ = ७ पनि एक अभाज्य संख्या हो। के अन्य पनि यस्ता अभाज्य सङ्ख्याहरू छन्, जसलाई २ ले गुणा गरेर १ जोड्दा अर्को अभाज्य सङ्ख्या प्राप्त हुन्छ? यस्ता कम्तीमा पाँच उदाहरणहरू पत्ता लगाउनुहोस्।

५.३ खजाना सुरक्षित राख्नको लागि सह-अभाज्य संख्याहरू (Co-prime numbers)

कुन जोडी सुरक्षित छन्?

हामी खजाना फेला पार्ने खेलमा फर्कौं। यस पटक दुई संख्या मा खजाना राखिएको छ । जम्पीले खजानाहरू मात्र प्राप्त गर्दछ यदि उसले समान जम्प साइजको साथ दुबै संख्याहरूमा पुग्न सक्षम छ। त्यहाँ एक नयाँ नियम पनि छ - १ को जम्प साइज अनुमति छैन।

जम्पीले दुवै खजाना सम्म पुग्न नपाओस् भनेर ग्रम्पीले खजानाहरू कहाँ राख्नुपर्छ?

के १२ र २६ मा खजाना राख्दा काम गर्छ? होइन! यदि जम्प साइज २ हुन छनौट गरिएको छ भने, त्यसपछि जम्पी १२ र २६ दुवैमा पुग्नेछ।

४ र ९ बारे के भन्न सकिन्छ? जम्पी १ बाहेक अन्य कुनै जम्प साइज प्रयोग गरेर दुबैमा पुग्न सक्दैन। त्यसोभए, ग्रुम्पीलाई थाहा छ कि जोडी ४ र ९ सुरक्षित छ।

यी जोडीहरू सुरक्षित छन् कि छैनन् जाँच गर्नुहोस्:

क. १५ र ३९   ख. ४ र १५

ग. १८ र २९   घ. २० र ५५

© NCERT not to be republished

सुरक्षित जोडीको बारेमा के विशेष छ? तिनीहरूसँग १ बाहेक अन्य कुनै सामान्य गुणनखंड छैन। भनिन्छ, दुई संख्या **सह-अभाज्य** यदि तिनीहरूसँग १ बाहेक अन्य कुनै सामान्य गुणनखंड छैन भने एक अर्कालाई।

उदाहरणका लागि: १५ र 39 मा ३ एक सामान्य गुणनखंड को रूपमा छ, तिनीहरू छैनन् सह-अभाज्य । तर ४ र 9 सह-अभाज्य हुन्।

निम्न मध्ये कुन जोडी संख्या सह-अभाज्य हो?

क. १८ र ३५ ख. १५ र ३७ ग. ३० र ४१५

घ. १७ र ६९ ङ. ८१ र १८

खेल्दै गर्दा 'इडली-वड़ा' विभिन्न संख्या जोडीसंग खेल, अंशु ले केहि रोचक देखे!

गणित चर्चा

१. कहिलेकाहीं पहिलो सामान्य गुणक दुई संख्याको गुणनफल को समान थियो।

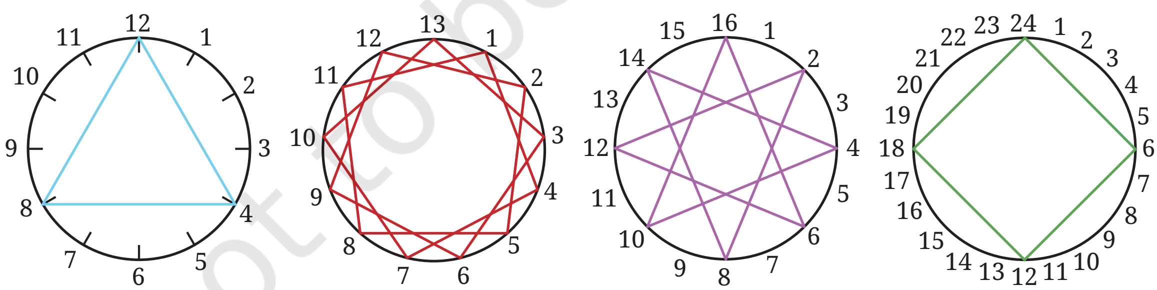
२. अन्य समयमा पहिलो सामान्य गुणक दुई संख्याहरूको गुणनफल भन्दा कम थियो।

माथिका प्रत्येकका लागि उदाहरणहरू फेला पार्नुहोस्। यो संख्या जोडी सह-अभाज्य हुनुसँग कसरी सम्बन्धित छ?

सह-अभाज्य संख्या

तल देखाइएको धागाको कलालाई हेर्नुहोस्। पहिलो आकृतिमा १२ खूँटीहरू छन्। धागो प्रत्येक चौथो खूँटीमा बाँधिएको छ (हामी भन्न सक्छौं कि धागाको अन्तर ४ छ)। दोस्रो आकृतिमा १३ खूँटीहरू छन् र धागाको अन्तर ३ छ। अन्य आकृतिहरूको बारेमा तपाईं के सोच्नुहुन्छ? यी आकृतिहरूलाई हेर्नुहोस्, आफ्नो जानकारी कक्षामा साझा गर्नुहोस् र छलफल गर्नुहोस्।

गणित चर्चा



केही रेखाचित्रहरूमा, धागो प्रत्येक खूँटीमा बाँधिएको छ। केही मा, यो छ होइन । के यो दुई संख्याहरू (खूँटीहरूको संख्या र धागाको अन्तर) सह-प्रधान हुनुसँग सम्बन्धित छ?

निम्न लिखितको लागि यस्ता चित्रहरू बनाउनुहोस्:

© NCERT not to be republished

क. १५ खूँटी, धागाको अन्तर १०

ख. १० खूँटी, धागाको अन्तर ७

ग. १४ खूँटी, धागाको अन्तर ६

घ. ८ खूँटी, धागाको अन्तर ३

५.४ अभाज्य गुणनखंडन

यदि दुई सङ्ख्या सह-अभाज्य छन् भने जाँच गर्दैछ

शिक्षक: के ५६ र ६३ सह-प्रधान छन्?

अंशु र गुण: यदि तिनीहरूसँग १ बाहेक अन्य सामान्य गुणनखंड छ भने, तिनीहरू सह-अभाज्य छैनन्। हामी जाँच गरौं।

अंशु: म लेख्न सक्छु ५६ = १४ × ४ र ६३ = 2१ × 3. त्यसोभए, 1४ र ४ संख्या ५६ को गुणनखंड हुन्, । यसबाहेक, २१ र ३ संख्या 6३ को गुणनखंड हो। त्यसोभए, त्यहाँ कुनै सामान्य गुणनखंड हरू छैनन्। संख्याहरू सह-अभाज्य छन्।

गुण: एकछिन. म पनि लेख्न सक्छु ५६ = ७ × ८ र ६३ = ९ ×७ । हामी देख्छौं कि ७ दुवै संख्याहरूको गुणनखंड हो, त्यसैले, तिनीहरू सह-अभाज्य छैनन्।

स्पष्ट रूपमा गुण सही छ, किनकि ७ एक सामान्य गुणनखंड हो।

तर अंशु कहाँ गलत भइन् ?

५६ = १४ × ४ ले हामीलाई बताउँछ कि १४ र ४ दुवै ५६ का गुणनखंडहरू हुन्, तर यसले ५६ का सबै गुणनखंडहरू बताउँदैन। ६३ को गुणनखंडहरूको लागि पनि यही हो।

अर्को उदाहरण प्रयास गर्नुहोस्: ८० र ६३। दुवै संख्याको गुणनखंड निकालने धेरै तरिकाहरू छन्।

८० = ४० × २ = २० × ४ = १० × ८ = १६ × ५ = ???

६३ = ९ ×७ = ३ × २१ = ???

हामीले '???' लेखेका छौं कि यी संख्याहरू गुणनखंड गर्ने थप तरिकाहरू हुन सक्छन्। तर यदि हामी दिइएको गुणनखंडहरू मध्ये कुनै पनि लिन्छौं भने, उदाहरणका लागि, ८० = १६ × ५ र ६३ = ९ × ७ , त्यसोभए त्यहाँ कुनै सामान्य गुणनखंड हरू छैनन्। के हामी यो निष्कर्षमा पुग्न सक्छौं कि ८० र ६३ सह-प्रधान हुन्? माथि अंशुको गल्तीले देखाएझैं, हामी यो निष्कर्षमा पुग्न सक्दैनौं कि संख्याहरू गुणनखंड गर्ने अन्य तरिकाहरू पनि हुन सक्छन्।

यसको अर्थ के हो भने, दुई संख्या सह-अभाज्य हुन् कि होइनन् भनेर जाँच्न हामीलाई अझ व्यवस्थित दृष्टिकोण चाहिन्छ।

© NCERT not to be republished

अभाज्य गुणनखंडन

५६ जस्तो संख्या लिनुहोस्। यो भाज्य छ, किनकि हामीले देख्यौं कि यो **५६ = ४ × १४** रूपमा लेख्न सकिन्छ। त्यसोभए, ४ र 1४ दुवै ५६ को गुणनखंड हुन्। अब यी मध्ये एउटा लिनुहोस्, १४ भन्नुहोस्। यो पनि भाज्य छ र १४ को रूपमा लेख्न सकिन्छ = २× ७। त्यसैले, **५६ = ४ × २ × ७** । अब, ४ भाज्य छ र रूपमा लेख्न सकिन्छ ४ = २ × २. यसकारण, **५६ = २ × २ × २ × ७** । यहाँ देखा पर्ने सबै गुणनखंडहरू, २ र ७, अभाज्य संख्याहरू हुन्। त्यसैले, हामी तिनीहरूलाई थप विभाजित गर्न सक्दैनौं।

अन्तमा, हामीले ५६ लाई अभाज्य संख्याहरूको गुणनफलको रूपमा लेखेका छौं। यसलाई ५६ को **अभाज्य गुणनखंडन** भनिन्छ।एकक गुणनखण्डलाई अभाज्य गुणनखण्ड (Prime factors) भनिन्छ। उदाहरणका लागि, २ र ७ संख्या ५६ का अभाज्य गुणनखण्ड हुन्।

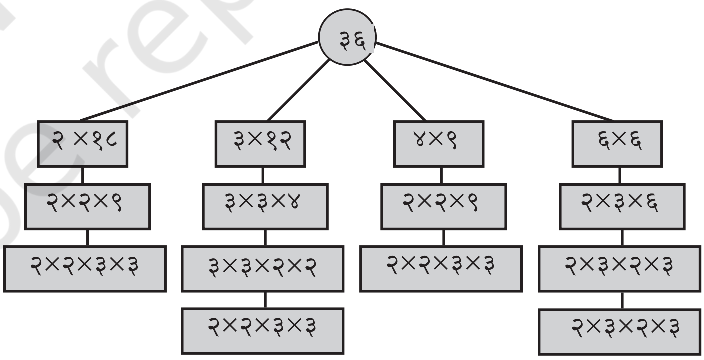
१ भन्दा ठूलो प्रत्येक संख्यामा अभाज्य गुणनखंडन हुन्छ । विचार एउटै छ: भाज्य संख्याहरूलाई गुणनखंड हरूमा विभाजन गरिरहनुहोस् जबसम्म केवल अभाज्यहरू बाँकी हुँदैनन्।

संख्या १ मा कुनै अभाज्य गुणनखंडन छैन । यो कुनै पनि अभाज्य संख्याद्वारा विभाजीत हुँदैन।

७ जस्तो अभाज्य संख्याको अभाज्य गुणन के हो? यो केवल ७ हो (हामी यसलाई थप तोड्न सक्दैनौं)।

आउनुहोस्, हामी केही थप उदाहरणहरू हेरौं।

संख्या लाई तोड्ने विभिन्न तरिकाहरू जाने, हामीले ६३ लाई ३ को रूपमा लेख्यौं ३ × ३ × ७ र रूपमा ३ × ७ × ३। के तिनीहरू फरक छन्? होइन साँच्चिकै! समान अभाज्य संख्या ३ र ७ दुवै अवस्थामा हुन्छन्। यसबाहेक, ३ दुवैमा दुई पटक देखा पर्दछ र ७ एक पटक देखा पर्दछ।



यहाँ, तपाईं ३६ को अभाज्य गुणनखंडन प्राप्त गर्न चार फरक तरिकाहरू देख्नुहुन्छ। ध्यान दिनुहोस् कि सबै चार मामलाहरूमा, हामी दुई २ र दुई ३ प्राप्त गर्दछौं।

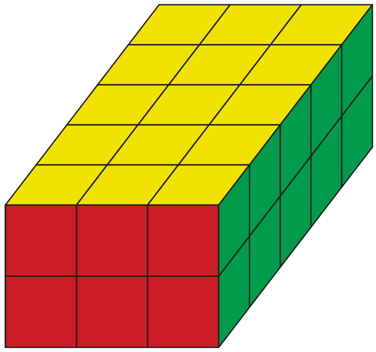
तपाईं सबै चार अवस्थामा ३६ प्राप्त हुन्छ ।

कुनै पनि संख्याको लागि, यो एक उल्लेखनीय तथ्य हो कि त्यहाँ केवल एक अभाज्य गुणनखंडन छ, सिवाय यो कि अभाज्य गुणनखंड विभिन्न क्रमहरूमा आउन सक्छन्। हामी तल व्याख्या रूपमा, क्रम

© NCERT not to be republished

महत्त्वपूर्ण छैन। तथापि, हामीले यी उदाहरणहरूमा देखेझैं, मुख्य गुणनखंडन मा पुग्ने थुप्रै तरिकाहरू छन्!

के क्रम महत्वपूर्ण छ ?



यो रेखाचित्र प्रयोग गरेर,
के तपाईं व्याख्या गर्न सक्नुहुन्छ किन **३० = २ × ३ × ५,** तपाईंले २, ३ र ५ लाई कुन तरिकाले गुणा गर्नुहुन्छ?

संख्याहरू गुणा गर्दा, हामी कुनै पनि क्रममा त्यसो गर्न सक्छौं। अन्तिम परिणाम पनि उस्तै छ । यसैले, जब दुई २ र दुई ३ कुनै पनि क्रममा गुणा गरिन्छ, हामी ३६ प्राप्त गर्दछौं।आगामी कक्षामा, हामी यसलाई **गुणनको क्रमविनिमेयता र साहचर्यताको** नामले अध्ययन गर्नेछौं।

तसर्थ, क्रमले कुनै फरक पार्दैन। सामान्यतया हामी बढ्दो क्रममा अभाज्य संख्याहरू लेख्छौं। उदाहरणका लागि, २२५ = ३ × ३ × ५ × ५ वा ३० = २ × ३ × ५ ।

दुई सङ्ख्याको गुणनफलको अभाज्य गुणनफल

जब हामी कुनै संख्याको अभाज्य गुणन पत्ता लगाउँछौं, हामी पहिले यसलाई दुई गुणनखंड हरूको उत्पादनको रूपमा लेख्छौं। उदाहरणका लागि, ७२ = १२ × ६ , यसपछि, हामी दुबै प्राप्त गुणनखण्ड भएका प्रत्येक सङ्ख्याको अभाज्य गुणनखण्डन पत्ता लगाउँछौं। माथिको उदाहरणमा, १२ = २ × २ × ३ र ६ = २ ×३ अब, के तपाईं भन्न सक्नुहुन्छ कि ७२ को मुख्य गुणनखंड करण के हो?

मूल संख्याको अभाज्य गुणनखंडन यिनीहरूलाई एकसाथ राखेर प्राप्त गरिन्छ।

७२ = २ × २ × ३ × २ × ३

© NCERT not to be republished

हामी यसलाई २ को रूपमा पनि लेख्न सक्छौं × २ × २ × ३ × 3. गुणा गर्नुहोस् र जाँच गर्नुहोस् कि तपाईं ७२ फिर्ता पाउनुहुन्छ!

७२ को गुणनखंडनमा प्रत्येक अभाज्य गुणनखंड कति पटक हुन्छ भनेर अवलोकन गर्नुहोस्।

यसलाई १२ र ६ को गुणनखंडनमा कति पटक हुन्छ भनेर तुलना गर्नुहोस्।

आउनुहोस्, पत्ता लगाऔं

१. निम्न संख्याहरूको अभाज्य गुणनखंडहरू पत्ता लगाउनुहोस्: ६४, १०४, १०५, २४३, ३२०, १४१, १७२८, ७२९, १०२४, १३३१, १०००।

२. एक संख्याको अभाज्य गुणनखंडनमा एक 2, दुई 3, र एक ११ हुन्छ। संख्या के हो?

३. तीन अभाज्य संख्याहरू फेला पार्नुहोस्, सबै ३० भन्दा कम, जसको उत्पादन 1955 हो।

४. पहिले गुणन नगरी यी सङ्ख्याहरूको अभाज्य गुणन पत्ता लगाउनुहोस्

क. ५६ × २५ ख. १०८ × ७५ ग. १००० × ८१

५. सबैभन्दा सानो संख्या के हो जसको अभाज्य गुणनखंडन छ:

क. तीन अलग-अलग अभाज्य संख्या?

ख. चार अलग-अलग अभाज्य संख्या?

संख्याको अध्ययनमा अभाज्य गुणनखंडनको आधारभूत महत्व छ। आउनुहोस्, यसलाई उपयोगी बनाउने दुइटा तरिका बारे छलफल गरौं।

दुई सङ्ख्या सह-अभाज्य छन् कि छैनन् भनेर जाँच्न अभाज्य गुणनखंडन प्रयोग गर्दै

आउनुहोस्, हामी फेरि ५६ र ६३ संख्याहरू लिऔं। तिनीहरू सह-प्रधान छन् कि छैनन् भनेर हामी कसरी जाँच्न सक्छौं? हामी दुवै संख्याको अभाज्य गुणन प्रयोग गर्न सक्छौं —

५६ = २ × २ × २ × ७ र ६३ = ३ × ३ × ७

अब, हामी देख्छौं कि ७, ५६ र ६३ को एक प्रमुख गुणनखंड हो। यसैले, ५६ र ६३ सह-अभाज्य छैनन्।

८० र ६३ को बारेमा के? तिनीहरूका मुख्य गुणनखंडहरू निम्नानुसार छन्:

८० = २ × २ × २ × २ × ५ र ६३ = ३ × ३ × ७

त्यहाँ कुनै सामान्य प्रमुख गुणनखंडहरू छैनन्। के हामी यो निष्कर्षमा पुग्न सक्छौं कि तिनीहरू सह-अभाज्य हुन्? मानि लिनुहोस् तिनीहरूसँग एक सामान्य गुणनखंड छ जुन भाज्य छ। के यो समग्र सामान्य गुणनखंड को मुख्य गुणनखंडहरू ८० र ६३ को अभाज्य गुणनखंडनमा देखा पर्दछन्?

© NCERT not to be republished

यसैले, हामी भन्न सक्छौं कि यदि कुनै सामान्य अभाज्य गुणनखंडहरू छैनन् भने, त्यसपछि दुई संख्याहरू सह-अभाज्य हुन्।

आउनुहोस्, केही उदाहरण हेरौं ।

उदाहरणका: ४० र २३१ लाई विचार गर्नुहोस्। तिनीहरूका मुख्य गुणनखंडहरू निम्नानुसार छन्:

४० = २ × २ × २ × ५ र २३१ = ३ × ७ × ११

हामी देख्दछौं कि त्यहाँ कुनै सामान्य अभाज्यहरू छैनन् जुन ४० र २३१ दुवैलाई विभाजित गर्दछ। वास्तवमा, ४० को प्रमुख गुणनखंडहरू २ र ५ हुन् जबकि, २3१ को प्रमुख गुणनखंड हरू ३,७ , र ११ हुन्। यसैले, ४० र २३१ सह-अभाज्य हुन्!

उदाहरणका: २४२ र १९५ लाई विचार गर्नुहोस्। तिनीहरूका मुख्य गुणनखंड हरू निम्नानुसार छन्:

२४२ = २ × ११ × ११ र १९५ = ३ × ५ × १३

२४२ को प्रमुख गुणनखंड २ र ११ हो। १९५ को प्रमुख गुणनखंडहरू ३,५, र १३ हुन्। त्यहाँ कुनै सामान्य प्रमुख गुणनखंडहरू छैनन्। यसैले, २४२ र १९५ सह-अभाज्य हुन्।

एउटा संख्या अर्कोले विभाज्य छ कि छैन भनेर जाँच्न अभाज्य गुणनखंडन प्रयोग गर्दै

हामी भन्न सक्छौं कि यदि एक संख्या अर्कोद्वारा विभाज्य छ भने, दोस्रो संख्याको अभाज्य गुणनखंडन पहिलो संख्याको अभाज्य गुणनखंडनमा समावेश गरिएको छ।

हामी भन्छौं कि ४८ , १२ द्वारा विभाज्य छ किनभने जब हामी ४८ लाई 1२ द्वारा विभाजित गर्दछौं, बाँकी शून्य छ। एउटा संख्या अर्को संख्या ले विभाज्य छ कि छैन भनेर हामी कसरी जाँच्न सक्छौं?

उदाहरणका लागि: के १६८ संख्या १२ द्वारा विभाज्य छ? दुवैको मुख्य गुणनखंडहरू फेला पार्नुहोस्:

१६८ = २ × २ × २ × ३ × ७ र १२ = २ × २ × ३

हामी कुनै पनि क्रममा गुणा गर्न सक्छौं, अब यो स्पष्ट छ कि,

१६८ = २ × २ × ३ × २ × ७ = १२ × १४

यसैले, १६८ संख्या १२ द्वारा विभाज्य छ।

उदाहरणका लागि: के ७५ संख्या २१ द्वारा विभाज्य छ? दुवैको मुख्य गुणनखंडहरू फेला पार्नुहोस्:

७५ = ३ × ५ × ५ र २१ = ३ × ७

© NCERT not to be republished

माथिको छलफलमा हामीले देख्यौं, यदि ७५ २१ को गुणक थियो भने, २१ का सबै प्रमुख गुणनखंडहरू पनि ७५ का प्रमुख गुणनखंडहरू हुनेछन्। तथापि, ७ संख्या २१ को एक प्रमुख गुणनखंड हो तर ७५ को अभाज्य गुणनखंड होइन। यसैले, ७५ २१ द्वारा विभाज्य छैन।

उदाहरणका लागि: के ४२ १२ द्वारा विभाज्य छ? दुवैको मुख्य गुणनखंड हरू फेला पार्नुहोस्:

$$४२ = २ \times ३ \times ७ \text{ र } १२ = २ \times २ \times 3$$

१२ को सबै प्रमुख गुणनखंडहरू पनि १२ को प्रमुख गुणनखंडहरू हुन्। तर १२ को अभाज्य गुणनखंडन ४२ को अभाज्य गुणनखंडनमा समावेश गरिएको छैन। यसको कारण यो हो कि २ संख्या १२ को अभाज्य गुणनखंडनमा दुई पटक हुन्छ तर ४२ को अभाज्य गुणनखंडनमा एक पटक मात्र हुन्छ। यसको अर्थ यो हो कि ४२ संख्या १२ द्वारा विभाज्य छैन।

हामी भन्न सक्छौं कि यदि एक संख्या अर्कोद्वारा विभाज्य छ भने, दोस्रो संख्याको अभाज्य गुणनखंडन पहिलो संख्याको अभाज्य गुणनखंड करणमा समावेश गरिएको छ।

आउनुहोस्, पत्ता लगाऔं

१. के निम्न संख्याका जोडीहरू सह-अभाज्य छन्? पहिले अनुमान लगाउनुहोस् र त्यसपछि तपाईंको जवाफ प्रमाणित गर्न अभाज्य गुणनखंडन प्रयोग गर्नुहोस्।

a. ३० र ४५ b. ५७ र ८५

c. १२१ र १३३१ d. ३४३ र २१६

२. के पहिलो संख्या दोस्रोले विभाजीत छ? अभाज्य गुणनखंडन का उपयोग करें।

a. २२५ र २७ b. ९६ र २४

c. ३४३ र १७ d. ९९९ र ९९

३. पहिलो संख्या मा अभाज्य गुणनखंडन २ × ३ × ७ छ र दोस्रो संख्या मा अभाज्य गुणन ३ × 7 × 11 छ । के तिनीहरू सह-अभाज्य हुन्? के तिनीहरू मध्ये एउटाले अर्कोलाई विभाजन गर्छ?

४. गुण भन्छन्, “कुनै पनि दुई अभाज्य संख्या सह-अभाज्य हुन्?” के उहाँ सही हुनुहुन्छ?

५.५ सङ्ख्याहरूको विभाज्यताको जाँच

अहिलेसम्म, हामीले विभिन्न सन्दर्भहरूमा संख्याका गुणनखंडहरू फेला पार्दै आएका छौं, जसमा संख्या अभाज्य छ कि छैन भनेर निर्धारण गर्न, वा संख्याहरूको दिइएको जोडी सह-अभाज्य छ कि छैन भनेर निर्धारण गर्न।

© NCERT not to be republished

यो सानो संख्या को गुणनखंडहरू फेला पार्न सजिलो छ। ठूलो संख्याका गुणनखंड हरू हामी कसरी पत्ता लगाउन सक्छौं?

हामी ८५६० लिन्छौं। के यसमा २ देखि १० (२, ३, ४, ५ , ..., ९ , १०) कोई गुणनखंड छ ?

यो जाँच गर्न सजिलो छ कि यी संख्याहरू मध्ये केही गुणनखंडहरू हुन् वा लामो विभाजन बिना होइन। के तपाईं तिनीहरूलाई फेला पार्न सक्नुहुन्छ?

१० द्वारा विभाज्यता

आउनुहोस्, १० लाई उदाहरणको रूपमा लिऔं। के ८५६० सङ्ख्या १० ले विभाजित हुन्छ? अर्को तरिकाले हामी सोध्न सक्छौं कि के १० सङ्ख्या ८५६० को एउटा गुणनखण्ड हो?

यसको लागि, हामी १० को गुणकहरूमा ढाँचा हेर्न सक्छौं।

१० का केही प्रारम्भिक गुणनहरू यस प्रकार छन् - १०, २०, ३०, ४०... यस क्रमलाई जारी राख्नुहोस् र ढाँचाको अवलोकन गर्नुहोस्।

के सङ्ख्या १२५ सङ्ख्या १० को गुणन हो? के यो सङ्ख्या पछिल्लो अनुक्रममा देखिन्छ? किन वा किन होइन?

के अब तपाईँ बताउन सक्नुहुन्छ कि ८५६० सङ्ख्या १० ले विभाजित हुन्छ?

यस कथनलाई विचार गर्नुहोस्:

१० ले विभाज्य हुने संख्याहरू '०' सँग समाप्त हुने संख्याहरू हुन्। के तपाईं सहमत हुनुहुन्छ?

गणित चर्चा

५ द्वारा विभाज्यता

संख्या ५ अर्को संख्या हो जसको विभाज्यता सजिलै जाँच गर्न सकिन्छ। हामी यो कसरी गर्न सक्छौं?

गुणकहरू सूचीबद्ध गरेर अन्वेषण गर्नुहोस्: ५,१०,१५,२०,२५ , ... यी संख्याहरू बारे तपाईं के देख्नुहुन्छ? के तपाईँले अन्तिम अङ्कमा पैटर्न देख्नुहुन्छ?

३९९ भन्दा छोटो संख्या सबैभन्दा ठूलो संख्या के हो जुन ५ ले विभाज्य छ? के ८५६० संख्या ५ द्वारा विभाज्य छ?

यस कथनलाई विचार गर्नुहोस्:

५ द्वारा विभाज्य संख्याहरू ती हुन् जुन '०' वा '५' को साथ समाप्त हुन्छन्। के तपाईं सहमत हुनुहुन्छ?

गणित चर्चा

२ द्वारा विभाज्यता

२ का केही प्रारम्भिक गुणनहरू २, ४, ६, ८, १०, १२, १४, १६, १८, २०, ... हुन्। तपाईं यहाँ के देख्नुहुन्छ? के तपाईंले यी सङ्ख्याहरूको अन्तिम अङ्कमा कुनै ढाँचा देख्नुहुन्छ?

© NCERT not to be republished

के संख्या ६८२ , २ द्वारा विभाज्य छ? के हामी लामो विभाजन नगरी यसको जवाफ दिन सक्छौं?

के संख्या ८५६०, २ द्वारा विभाज्य छ? किन वा किन होइन?

यस कथनलाई विचार गर्नुहोस्:

२ द्वारा विभाज्य संख्याहरू ‘०’, ‘२’, ‘४’, ‘६’ वा ‘८’ सँग समाप्त हुने संख्याहरू हुन्। के तपाईं सहमत हुनुहुन्छ?

गणित चर्चा

३९९ र ४११ को बीचमा २ को सबै गुणकहरू के हुन्?

४ द्वारा विभाज्यता

कुनै संख्या ४ ले विभाज्य छ कि छैन भनेर जाँच्न पनि सजिलै सकिन्छ!

यसको गुणकहरू हेर्नुहोस्: ४, ८, १२, १६, २०, २४, २८, ३२ ...

के तपाईं प्रयोग गर्न सकिने कुनै पनि ढाँचाहरू अवलोकन गर्न सक्षम हुनुहुन्छ? १०, ५ र २ को गुणकहरू उनीहरूको अन्तिम अंकहरूमा एक ढाँचा छ जुन हामी विभाज्यताको लागि जाँच गर्न प्रयोग गर्न सक्षम छौं। त्यस्तै गरी, के हामी अन्तिम अंक हेरेर कुनै संख्या ४ ले विभाज्य छ कि छैन भनेर जाँच्न सक्छौं?

यसले काम गर्दैन! १२ र २२ लाई हेर्नुहोस्। तिनीहरूसँग उही अन्तिम अंक छ, तर संख्या १२, ४ को गुणक हो जबकि २२ होइन। त्यस्तै १४ र २४ को अन्तिम अंक एउटै छ, तर संख्या १४ ,४ को गुणक होइन भने २४ हो । त्यस्तै, १६ र २६ वा १८ र २८। यसको अर्थ के हो भने, अन्तिम अंकलाई हेरेर हामी भन्न सक्दैनौं कि कुनै संख्या ४ को गुणक हो कि होइन।

के हामी यस प्रश्नको जवाफ अझ धेरै अङ्कहरू हेरेर दिन सक्छौं? १ र २०० को बीचमा ४ को गुणकहरूको सूची बनाउनुहोस् र ढाँचाको लागि खोजी गर्नुहोस्।

३३० र ३४० को बीचमा संख्याहरू फेला पार्नुहोस् जुन ४ द्वारा विभाज्य छन्। साथै, १७३० र १७४०, र २०३० र २०४० को बीचमा संख्या हरू फेला पार्नुहोस्, जुन ४ द्वारा विभाज्य छन्। तपाईं के देख्नुहुन्छ?

के संख्या ८५३६ ,४ द्वारा विभाज्य छ?

यी कथनहरू विचार गर्नुहोस्:

१. दिइएको सङ्ख्या ४ ले विभाज्य छ कि छैन भनेर निर्णय गर्दा अन्तिम दुई अङ्कले मात्र महत्त्व राख्छ।

२. यदि अन्तिम दुई अंकले बनेको संख्या ४ ले विभाज्य छ भने मूल संख्या ४ ले विभाज्य हुन्छ ।

३. यदि मूल संख्या ४ ले विभाज्य छ भने अन्तिम दुई अंकले बनेको संख्या ४ ले विभाज्य हुन्छ ।

के तपाईं सहमत हुनुहुन्छ? किन वा किन होइन?

© NCERT not to be republished

८ द्वारा विभाज्यता

चाखलाग्दो कुरा,८ द्वारा विभाज्यताको लागि जाँच पनि सरलीकृत गर्न सकिन्छ। के यसका लागि अन्तिम दुई अंक प्रयोग गर्न सकिन्छ?

- १२० र १४० बीचको संख्याहरू फेला पार्नुहोस् जुन ८ द्वारा विभाज्य छन्। साथै ११२० र ११४०, र ३१२० र ३१४० को बीचमा संख्याहरू फेला पार्नुहोस्, जुन ८ द्वारा विभाज्य छन्। तपाईं के देख्नुहुन्छ?

- ८५६० को अंतिम दुई अंकहरू परिवर्तन गर्नुहोस् ताकि परिणामी संख्या ८ को गुणक हो।

- यी कथनहरू विचार गर्नुहोस्:

गणित चर्चा

१. दिइएको संख्या ८ ले विभाज्य छ कि छैन भनेर निर्णय गर्दा अन्तिम तीन अङ्कले मात्र महत्त्व राख्छ।

२. यदि अन्तिम तीन अंकले बनेको संख्या ८ ले विभाज्य हुन्छ भने मूल संख्या ८ ले विभाज्य हुन्छ ।

३. यदि मूल संख्या ८ ले विभाज्य छ भने अन्तिम तीन अंकले बनेको संख्या ८ ले विभाज्य हुन्छ ।

के तपाईं सहमत हुनुहुन्छ? किन वा किन होइन?

हामीले देखेका छौं कि संख्या एक गुणनखंड हो वा होइन भनेर जाँच गर्न सधैं लामो विभाजन आवश्यक छैन। हामीले १०, ५, २, ४, ८ को लागि सरल विधिहरू ल्याउन केही अवलोकनहरू प्रयोग गरेका छौं। के हामीसँग अन्य संख्याहरूको लागि पनि यस्तै सरल विधिहरू छन्? हामी पछिका कक्षाहरूमा ३, ६, ७ र ९ द्वारा विभाज्यता परीक्षण गर्ने सरल तरिकाहरूबारे छलफल गर्नेछौं!

आउनुहोस्, पत्ता लगाऔं

१. सन् २०२४ एक अधिवर्ष हो (किनकि फेब्रुअरीमा २९ दिन हुन्छ)। अधिवर्ष प्रत्येक त्यस्तो वर्षमा हुन्छ जुन ४ को गुणनखण्ड हुन्छ, तर ती वर्षहरू बाहेक जुन १०० ले विभाजित हुन्छन् तर ४०० ले हुँदैनन्।

   a. तपाईं जन्मेको वर्षदेखि अहिलेसम्म कुन-कुन वर्षहरू अधिवर्ष थिए?

   b. सन् २०२४ देखि २०९९ सम्म कति वटा अधिवर्ष छन् ?

२. सबैभन्दा ठूलो र सबैभन्दा सानो ४-अंक संख्याहरू फेला पार्नुहोस् जुन ४ द्वारा विभाज्य छन् र पेलिन्ड्रोमहरू पनि छन्।

३. अन्वेषण गर्नुहोस् र पत्ता लगाउनुहोस् कि प्रत्येक कथन सधैं सत्य छ, कहिलेकाहीं सत्य वा कहिल्यै सत्य छैन। आफ्नो तर्कलाई समर्थन गर्न तपाईं उदाहरणहरू दिन सक्नुहुन्छ।

© NCERT not to be republished

a. दुई सम संख्याहरूको योगफलले ४ को गुणक दिन्छ।

b. दुई विषम संख्याहरूको योगफलले ४ को गुणक दिन्छ।

४. निम्न संख्याहरू मध्ये प्रत्येकलाई क) १०, ख) ५, ग) २ ले भाग गर्दा प्राप्त बाँकी कुराहरू पत्ता लगाउनुहोस्।

७८,९९,१७३,५७२,९८०,१११११,२३४५

५. शिक्षकले १४५६० संख्या २,४,५,८ र १० सबै द्वारा विभाज्य छ कि छैन भनेर सोधे। गुणले यी संख्याहरू मध्ये केवल दुई द्वारा १४५६० को विभाज्यताको लागि जाँच गरे र त्यसपछि घोषणा गरे कि यो पनि ती सबै द्वारा विभाज्य थियो। ती दुई संख्याहरू के हुन सक्छन्?

६. निम्न संख्याहरू मध्ये कुन २,४,५,८ र १० द्वारा विभाज्य छन्: ५७२, २३५२, ५६००, ६०००, ७७६२२१६०।

७. दुई संख्याहरू लेख्नुहोस् जसको उत्पादन १०००० हो। दुई संख्या मा एकाइ अंकको रूपमा ० हुनु हुँदैन ।

५.६ संख्या को साथ मनोरंजन

विशेष सङ्ख्या

यस बाकसमा चार वटा संख्या छन्। कुन संख्... ष लाग्छ? तपाईंलाई यस्तो किन लाग्छ? ?

9	16
25	43

हेर्नुहोस्, गुणाका सहपाठीहरूले के साझा गरे।:

- कर्णावती भन्छन्, '९ विशेष छ किनभने यो एकल अंकको संख्या हो भने अन्य सबै संख्या २ अंकको संख्या हो ।
- गुरुप्रित भन्छन्, '९ विशेष छ किनभने यो एक मात्र संख्या हो जुन ३ को गुणक हो।
- मुरुगन भन्छन्, '१६ विशेष छ किनभने यो एक मात्र सम संख्या हो र ४ को एक मात्र गुणक पनि हो।
- गोपिका भन्छिन्, '२५ विशेष छ किनकि यो ५ को एक मात्र गुणक हो।
- यद्नीकी भन्छन्, "४३ विशेष छ किनभने यो एक मात्र अभाज्य संख्या हो।"
- राधा भन्छिन्, "४३ विशेष छ किनभने यो एक मात्र संख्या हो जुन वर्ग होइन"।

© NCERT not to be republished

गणित चर्चा

तल प्रत्येक बाकसमा चार वटा संख्या भएका केही बाकसहरू छन्। प्रत्येक बाकस भिन्न अन्य को तुलना मा प्रत्येक संख्या कसरी विशेष छ भन्न प्रयास गर्नुहोस्। आफ्ना सहपाठीहरू सित साझेदारी गर्नुहोस् र तपाईंले जस्तै अरू कसले पनि त्यस्तै कारणहरू दिए भनेर पत्ता लगाउनुहोस्। के कसैले तपाईंलाई नहुन सक्ने विभिन्न कारणहरू बतायो?!

५	७
१२	३५

३	८
११	२४

२७	३
१२३	३१

१७	२७
४४	६५

एउटा अभाज्य पहेली

बायाँपट्टिको आकृतिले पहेली देखाउँछ। दायाँपट्टिको आकृतिले पहेलीको समाधान देखाउँछ। पहेली समाधान गर्न नियमहरू के हुन सक्छ सोच्नुहोस्।

गणित चर्चा

			७५
			४२
			१०२
१७०	३०	६३	

५	५	३	७५
२	३	७	४२
१७	२	३	१०२
१७०	३०	६३	

नियमहरू

ग्रिडलाई अभाज्य सङ्ख्याले मात्र भर्नुहोस् ताकि प्रत्येक पङ्क्तिको गुणनफल पङ्क्तिको दायाँतिरको सङ्ख्या हो र प्रत्येक स्तम्भको गुणनफल स्तम्भ मुनिको सङ्ख्या हो।

			१०५
			२०
			३०
२८	१२५	१८	

			८
			१०५
			७०
३०	७०	२८	

© NCERT not to be republished

			६३
			२७
			१९०
४५	४२	१७१	

			३४३
			६६०
			४४
२८	१५४	२३१	

सारांश

- यदि एउटा सङ्ख्या अर्को सङ्ख्याले विभाजित हुन्छ भने, अर्को सङ्ख्या पहिलो सङ्ख्याको **गुणनखण्ड** हुनेछ। उदाहरणका लागि, सङ्ख्या ४, १२ को गुणनखण्ड हो किनभने १२ सङ्ख्या ४ ले विभाजित हुन्छ (१२ ÷ ४ = ३)।
- २, ३, ५, ७, ११,... जस्ता सङ्ख्याहरूलाई **अभाज्य सङ्ख्याहरू** भनिन्छ, जसको केवल दुईवटा गुणनखण्डहरू हुन्छन्, सङ्ख्या १ र त्यो सङ्ख्या आफैं।
- **भाज्य संख्याहरू** ४, ६, ८, ९,... यस्ता सङ्ख्याह रू हुन् जसको दुईभन्दा बढी गुणनखण्डहरू हुन्छन्, सङ्ख्या १ र आफैँ बाहेक कम्तीमा एउटा अरू गुणनखण्ड। उदाहरणका लागि, ८ को एउटा गुणनखण्ड ४ हो, ९ को गुणनखण्ड ३ हो। त्यसैले ८ र ९ दुवै भाज्य सङ्ख्याहरू हुन्।
- १ भन्दा ठूलो प्रत्येक सङ्ख्यालाई **अभाज्य गुणनखंडन**हरूको गुणनको रूपमा लेख्न सकिन्छ। यसलाई सङ्ख्याको अभाज्य गुणनखण्डन भनिन्छ। उदाहरणका लागि, ८४ = २ × २ × ३ × ७
- कुनै सङ्ख्याको अभाज्य सङ्ख्याको रूपमा गुणनखण्डन गर्ने एउटा मात्र तरिका हुन्छ, जसमा क्रम महत्त्वपूर्ण हुँदैन।
- दुई सङ्ख्याहरू जसको **सार्व गुणनखंडन** १ बाहेक अरू कुनै साझा गुणनखण्ड हुँदैन, सह-अभाज्य सङ्ख्याहरू भनिन्छन्।
- दुई संख्या हरू सह-अभाज्य छन् कि छैनन् भनेर जाँच्न, हामी पहिले तिनीहरूको अभाज्य गुणनखंडेसनहरू पत्ता लगाउन सक्छौं र जाँच गर्न सक्छौं कि त्यहाँ एक सामान्य अभाज्य फ्याक्टर छ कि छैन। यदि त्यहाँ कुनै सामान्य अभाज्य फ्याक्टर छैन भने, तिनीहरू सह-अभाज्य हुन्, र अन्यथा तिनीहरू छैनन्।
- यदि पहिलो संख्याको अभाज्य गुणनलाई दोस्रो संख्या को अभाज्य गुणनखंड ीकरणमा समावेश गरिएको छ भने संख्या अर्को संख्याको गुणनखंड हो।

© NCERT not to be republished