

# പ്രൈം സമയം



0674CH05

## 5.1 പൊതുവായ ഗുണിതങ്ങളും പൊതുവായ ഘടകങ്ങളും



### ഇഡ്ഡലി ഉപയോഗിച്ചുള്ള കളി

കുട്ടികൾ വൃത്താകൃതിയിൽ ഇരുന്ന് അക്കങ്ങളുടെ കളി കളിക്കുന്നു.

കുട്ടികളിൽ ഒരാൾ '1' എന്നു പറഞ്ഞു തുടങ്ങുന്നു. രണ്ടാമത്തെ കളിക്കാരൻ '2' എന്ന് പറയുന്നു. എന്നാൽ 3, 6, 9 എന്നിവയുടെ ഊഴമാകുമ്പോൾ... (3 ന്റെ ഗുണിതങ്ങൾ), കളിക്കാരൻ നമ്പറിന് പകരം 'ഇഡ്ഡലി' എന്ന് പറയണം. 5, 10 എന്നിവയുടെ ഊഴമാകുമ്പോൾ... (5 ന്റെ ഗുണിതങ്ങൾ), കളിക്കാരൻ നമ്പറിന് പകരം 'വട' എന്ന് പറയണം. ഒരു സംഖ്യ 3 ന്റെ ഗുണിതവും 5 ന്റെ ഗുണിതവും ആയിരിക്കുമ്പോൾ, കളിക്കാരൻ 'ഇഡ്ഡലി-വട' എന്ന് പറയണം! ഒരു കളിക്കാരൻ എന്തെങ്കിലും തെറ്റ് പറഞ്ഞാൽ, അവർ പുറത്താണ്.

ഒരാൾ മാത്രം അവശേഷിക്കുന്നത് വരെ ഗെയിം റൗണ്ടുകൾ തുടരുന്നു.

ഏതൊക്കെ നമ്പറുകൾക്കാണ് കളിക്കാർ നമ്പർ പറയുന്നതിനുപകരം 'ഇഡ്ഡലി' എന്ന് പറയേണ്ടത്? 3, 6, 9, 12, 18, ... തുടങ്ങിയവ .

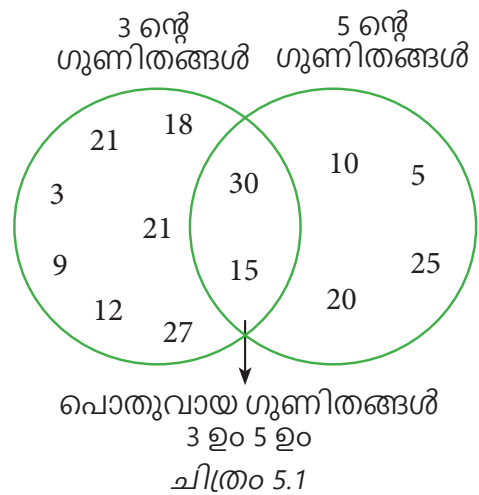
ഏതൊക്കെ സംഖ്യകൾക്കാണ് കളിക്കാർ 'വട' എന്ന് പറയേണ്ടത്? 5, 10, 20, ... തുടങ്ങിയവ .

'ഇഡ്ഡലി-വട' എന്ന് കളിക്കാർ പറയേണ്ടി വരുന്ന ആദ്യ സംഖ്യ ഏതാണ്? ഇത് 15 ആണ്, ഇത് 3 ന്റെ ഗുണിതവും 5 ന്റെ ഗുണിതവുമാണ്. 3, 5 എന്നിവയുടെ ഗുണിതങ്ങളായ മറ്റ് സംഖ്യകൾ കണ്ടെത്തുക. ഈ സംഖ്യകളെ \_\_\_\_\_ എന്ന് വിളിക്കുന്നു.

**കണ്ടുപിടിക്കുക**

1. പത്താം തവണ 'ഇഡ്ഡലി-വട' എന്നത് ഏത് നമ്പറിലാണ് പറയുന്നത്?
2. 1 മുതൽ 90 വരെയുള്ള നമ്പറുകൾക്കായി കളി കളിക്കുകയാണെങ്കിൽ, കണ്ടെത്തുക:
  - a. കുട്ടികൾ എത്ര തവണ 'ഇഡ്ഡലി' എന്ന് പറയും (അവർ 'ഇഡ്ഡലി-വട' എന്ന് പറയുന്നത് ഉൾപ്പെടെ)?
  - b. കുട്ടികൾ എത്ര തവണ 'വട' എന്ന് പറയും (അവർ 'ഇഡ്ഡലി-വട' എന്ന് പറയുന്നത് ഉൾപ്പെടെ)?
  - c. കുട്ടികൾ എത്ര പ്രാവശ്യം 'ഇഡ്ഡലി വട' എന്ന് പറയും?
3. ഈ കളി 900 വരെ കളിച്ചാലോ? നിങ്ങളുടെ ഉത്തരങ്ങൾ എങ്ങനെ മാറും?
4. ഈ കണക്ക് 'ഇഡ്ഡലി-വട' കളിയുമായി ബന്ധപ്പെട്ടതാണോ?

സൂചന: 30 വരെ ഗെയിം കളിക്കുന്നതായി സങ്കല്പിക്കുക. ഗെയിം 60 വരെ കളിച്ചാലുള്ള കണക്ക് വരയ്ക്കുക.



**വ്യത്യസ്ത ജോഡി അക്കങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് നമുക്ക് ഇപ്പോൾ 'ഇഡ്ഡലി-വട' കളി കളിക്കാം:**

- a. 2 ഉം 5 ഉം,
- b. 3 ഉം 7 ഉം,
- c. 4 ഉം 6 ഉം.

ചെറിയ സംഖ്യയുടെ ഗുണിതങ്ങൾക്ക് 'ഇഡ്ഡലി', വലിയ സംഖ്യയുടെ ഗുണിതങ്ങൾക്ക് 'വട', സാധാരണ ഗുണിതങ്ങൾക്ക് 'ഇഡ്ഡലി-വട' എന്ന് പറയും. കളി 60 വരെ കളിക്കുകയാണെങ്കിൽ 5.1 ചിത്രത്തിന് സമാനമായ ഒരു ചിത്രം വരയ്ക്കുക.

ഇന്നലെ, ഞങ്ങൾ ഈ കളി കളിച്ചു രണ്ട് സംഖ്യകളോടെ. ഞങ്ങൾ 'ഇഡ്ഡലി' അല്ലെങ്കിൽ 'ഇഡ്ഡലി-വട' എന്ന് മാത്രം പറഞ്ഞ് അവസാനിപ്പിച്ചു. ആരും 'വട' എന്ന് മാത്രം പറയുന്നില്ല!



അതിലൊന്ന് 4 ആയിരുന്നു.

ഓ, ആ നമ്പറുകള് ഏതൊക്കെയാണിരിക്കും!?



☀ ഇനിപ്പറയുന്നവയിൽ ഏതായിരിക്കും മറ്റൊരു സംഖ്യ:

2, 3, 5, 8, 10?

### ജമ്പ് ജാക്ക്പോട്ട്

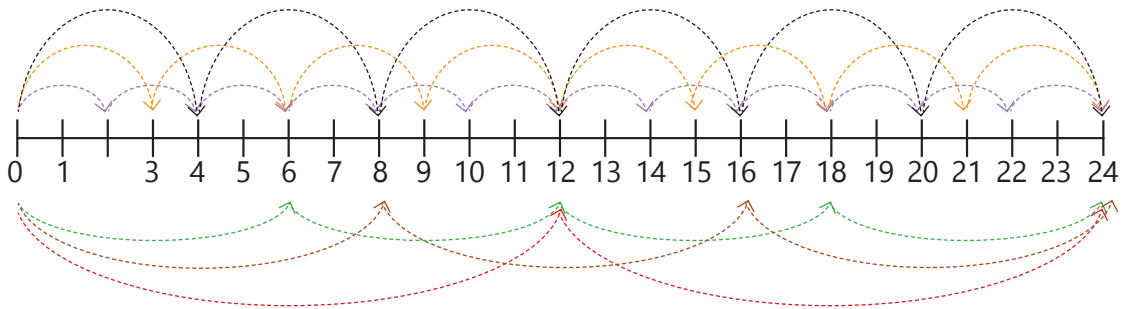
ജമ്പിയും ഗ്രംപിയും ഒരു ഗെയിം കളിക്കുന്നു.

- ഗ്രംപി ചില നമ്പറുകളിൽ ഒരു നിധി വയ്ക്കുന്നു. ഉദാഹരണത്തിന്, അവൻ അത് 24 ൽ വയ്ക്കാം.
- ജമ്പി ചാടുന്നതിന് ഒരു അളവ് തിരഞ്ഞെടുക്കുന്നു . അവൻ 4 തിരഞ്ഞെടുക്കുകയാണെങ്കിൽ, 0 ൽ തുടങ്ങി 4 ന്റെ ഗുണിതങ്ങളിൽ മാത്രമേ ചാടേണ്ടതുള്ളൂ.
- ഗ്രംപി സ്ഥാപിച്ച നമ്പറിൽ ചാടയാൽ ജമ്പിക്ക് നിധി ലഭിക്കും.

ചാടുന്നതിനുള്ള ഏതൊക്കെ അളവുകളാണ് ജമ്പിയെ 24 ൽ എത്തിക്കുന്നത്?

അവൻ 4 തിരഞ്ഞെടുക്കുകയാണെങ്കിൽ: ജമ്പി എത്തുന്നത് □ 8 □ 12 □ 16 □ 20 □ 24 □ 28 □ ...

2, 3, 6, 8, 12 എന്നിവയാണ് ചാടുന്നതിനുള്ള വലുപ്പങ്ങൾ.



1 ൽ നിന്ന് 24 ലേക്കുള്ള കുതിച്ചുചാട്ടത്തെക്കുറിച്ച് എന്ത് പറയുന്നു? അതെ, അതും 24ൽ എത്തും .

ഓർമ്മിക്കുക 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24 എന്നീ സംഖ്യകളെല്ലാം കൃത്യമായി 24 നെ വിഭജിക്കുന്നു. അത്തരം സംഖ്യകളെ 24 ന്റെ ഘടകങ്ങൾ അല്ലെങ്കിൽ ഹാരകങ്ങൾ എന്ന് വിളിക്കുന്നു.

ഗ്രംപി കളിയുടെ നിലവാരം വർദ്ധിപ്പിക്കുന്നു. രണ്ട് വ്യത്യസ്ത സംഖ്യകളിൽ രണ്ട് നിധികൾ സൂക്ഷിച്ചിരിക്കുന്നു. ജമ്പി ചാടുന്നതിന് ഒരു അളവ് തിരഞ്ഞെടുക്കുകയും അതിൽ നിൽക്കുകയും വേണം. തിരഞ്ഞെടുത്ത ചാട്ടത്തിന്റെ അളവോടെ രണ്ട് സംഖ്യകളിലും ഒരുപോലെ എത്തിയാൽ മാത്രമേ ജമ്പിക്ക് നിധികൾ ലഭിക്കൂ. മുമ്പത്തെപ്പോലെ, ജമ്പി 0 ൽ നിന്ന് ആരംഭിക്കുന്നു.

ഗ്രംപി 14, 36 സംഖ്യകളിൽ നിധികൾ സൂക്ഷിച്ചിട്ടുണ്ട്. കൂടാതെ, ജമ്പി 7 എന്ന അളവ് ചാടാൻ തിരഞ്ഞെടുക്കുന്നു.

ജമ്പി രണ്ട് നിധികളിലും എത്തുമോ? 0 ൽ നിന്ന് ആരംഭിച്ച് അവൻ  $7 \rightarrow 14 \rightarrow 21 \rightarrow 28 \rightarrow 35 \rightarrow 42 \dots$

എന്നിങ്ങനെ ചാടുന്നു. അവൻ 14 ൽ എത്തിയെങ്കിലും 36 ൽ എത്തിയില്ല, അതിനാൽ അദ്ദേഹത്തിന് നിധി ലഭിക്കുന്നില്ല. ചാടുന്നതിനുള്ള ഏത് അളവാണ് അദ്ദേഹം തിരഞ്ഞെടുക്കേണ്ടിയിരുന്നത്?

1, 2, 7, 14 എന്നിവയാണ് 14 ന്റെ ഘടകങ്ങൾ. അതിനാൽ, ഈ അളവുകൾ 14 ൽ എത്തിക്കും 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36. എന്നിവയാണ് 36 ന്റെ ഘടകങ്ങൾ: ഈ അളവുകൾ 36 ൽ എത്തിക്കും അതിനാൽ, 1 അല്ലെങ്കിൽ 2 എന്നീ അളവുകൾ 14 ലും 36 ലും എത്തിക്കും. 1 ഉം 2 ഉം 14, 36 എന്നിവയുടെ പൊതു ഘടകങ്ങളാണെന്ന് ശ്രദ്ധിക്കുക.

രണ്ട് നിധികളിലും എത്തിച്ചേരാൻ കഴിയുന്ന ചാട്ട വലുപ്പങ്ങളാണ് രണ്ട് സംഖ്യകളുടെ പൊതു ഘടകം .

☀️ 15 നും 30 ലും എത്താൻ കഴിയുന്ന ചാട്ട വലുപ്പം ഏതാണ്? ഒന്നിലധികം ചാട്ട വലുപ്പങ്ങൾ സാധ്യമാണ്. അവയെല്ലാം കണ്ടെത്താൻ ശ്രമിക്കുക.

☀️ ചുവടെയുള്ള പട്ടിക നോക്കുക. നിങ്ങൾ എന്താണ് ശ്രദ്ധിക്കുന്നത്?

31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70

പട്ടികയിൽ,

1. കറുപ്പിച്ച സംഖ്യകൾക്കിടയിൽ പൊതുവായ എന്തെങ്കിലും ഉണ്ടോ?
2. വൃത്താകൃതിയിലുള്ള സംഖ്യകൾക്കിടയിൽ പൊതുവായ എന്തെങ്കിലും ഉണ്ടോ?
3. ഏത് സംഖ്യകളാണ് കറുപ്പിച്ചതും വൃത്താകൃതിയിലുള്ളതും? ഈ സംഖ്യകളുടെ പേരെന്താണ്?



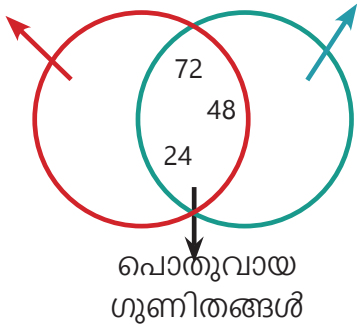
☀️ കണ്ടുപിടിക്കുക.

1. 310 നും 410 നും ഇടയിലുള്ള 40 ന്റെ എല്ലാ ഗുണിതങ്ങളും കണ്ടെത്തുക.

2. ഞാൻ ആരാണു്?
  - a. ഞാൻ 40 ന് താഴെയുള്ള സംഖ്യയാണ്. എന്റെ ഒരു ഘടകം 7 ആണു്. എന്റെ അക്കങ്ങളുടെ ആകെത്തുക 8 ആണു്.
  - b. ഞാൻ 100 ൽ താഴെയുള്ള ഒരു സംഖ്യയാണ്. എന്റെ രണ്ട് ഘടകങ്ങൾ 3 ഉം 5 ഉം ആണു്. എന്റെ അക്കങ്ങളിലൊന്ന് മറ്റൊന്നിനേക്കാൾ 1 കൂടുതലാണ്.
3. ഒരു സംഖ്യയുടെ എല്ലാ ഘടകങ്ങളുടെയും തുക ആ സംഖ്യയുടെ ഇരട്ടിക്ക് തുല്യമായ ഒരു സംഖ്യയെ അനൗഘ സംഖ്യ എന്ന് വിളിക്കുന്നു. 28 എന്ന സംഖ്യ അനൗഘ സംഖ്യയാണ്. അതിന്റെ ഘടകങ്ങൾ 1, 2, 4, 7, 14, 28 എന്നിവയാണ്. അവയുടെ തുക 56 ആണു്, ഇത് 28 ന്റെ ഇരട്ടിയാണ്. 1 നും 10 നും ഇടയിലുള്ള ഒരു അനൗഘ സംഖ്യ കണ്ടെത്തുക.
4. ഇനിപ്പറയുന്നവയുടെ പൊതുവായ ഘടകങ്ങൾ കണ്ടെത്തുക:
  - a. 20 ഉം 28 ഉം
  - b. 35 ഉം 50 ഉം
  - c. 4, 8, 12
  - d. 5, 15, 25
5. 25 ന്റെ ഗുണിതമായതും എന്നാൽ 50 ന്റെ ഗുണിതങ്ങളല്ലാത്തതുമായ ഏതെങ്കിലും മൂന്ന് സംഖ്യകൾ കണ്ടെത്തുക.
6. അൻപതും സുഹൃത്തുക്കളും 10 ൽ താഴെ വരുന്ന രണ്ട് അക്കങ്ങളുപയോഗിച്ച് 'ഇഡ്ഡലി-വട' കളി കളിക്കുന്നു. ആദ്യമായി ഒരാൾ 'ഇഡ്ഡലി-വട' എന്ന് പറയുന്നത് 50 എന്ന നമ്പറിന് ശേഷമാണു്. 'ഇഡ്ഡലി', 'വട' എന്നിവയ്ക്ക് നൽകിയിരിക്കുന്ന രണ്ട് സംഖ്യകൾ ഏതൊക്കെയായിരിക്കാം?
7. നിധി വേട്ട ഗെയിമിൽ, ഗ്രാഫി 28 ഉം 70 ഉം സംഖ്യകളിൽ നിധികൾ സൂക്ഷിച്ചിട്ടുണ്ടു്. രണ്ട് സംഖ്യകളിലും എത്താൻ ചാടുന്നതിനുള്ള ഏത് അളവുകൾ തിരഞ്ഞെടുക്കണം ?
8. ചുവടെയുള്ള ചിത്രത്തിൽ, ഗുണ പൊതു ഗുണിതങ്ങൾ ഒഴികെയുള്ള എല്ലാ സംഖ്യകളും മാർച്ചുകളണതു. ആ സംഖ്യകൾ എന്താണെന്ന് കണ്ടെത്തി ശൂന്യമായ സ്ഥലങ്ങളിൽ കാണാതായ സംഖ്യകൾ പൂരിപ്പിക്കുക.



\_\_ ന്റെ ഗുണിതങ്ങൾ      \_\_ ന്റെ ഗുണിതങ്ങൾ



9. 7 ഒഴികെയുള്ള 1 മുതൽ 10 വരെയുള്ള എല്ലാ സംഖ്യകളുടെയും ഗുണിതമായ ഏറ്റവും ചെറിയ സംഖ്യ കണ്ടെത്തുക.
10. 1 മുതൽ 10 വരെയുള്ള എല്ലാ സംഖ്യകളുടെയും ഗുണിതമായ ഏറ്റവും ചെറിയ സംഖ്യ കണ്ടെത്തുക.



## 5.2 അഭാജ്യ സംഖ്യകൾ

ഗുണയും അൻഷുവും തന്റെ കൃഷിയിടത്തിൽ ഉണ്ടായ അത്തിപ്പഴം (അൻജീർ)പായ്ക്ക് ചെയ്യാൻ ആഗ്രഹിക്കുന്നു. ഗുണഓരോ പെട്ടിയിലും 12 അത്തിപ്പഴം ഇടാൻ ആഗ്രഹിക്കുന്നു, അൻഷു ഓരോ ബോക്സിലും 7 അത്തിപ്പഴം ഇടാൻ ആഗ്രഹിക്കുന്നു.

എത്ര തരം ക്രമീകരണങ്ങൾ സാധ്യമാണ്?

എങ്ങനെയെന്ന് ചിന്തിക്കുകയും കണ്ടെത്തുകയും ചെയ്യുക -

1. ചതുരാകൃതിയിൽ 12 അത്തിപ്പഴങ്ങൾ ക്രമീകരിക്കാൻ ഗുണയ്ക്ക് കഴിയും.
2. ചതുരാകൃതിയിൽ 7 അത്തിപ്പഴങ്ങൾ ക്രമീകരിക്കാൻ അൻഷുവിന് കഴിയും.

ഗുണ ഈ സാധ്യതകൾ പട്ടികപ്പെടുത്തിയിട്ടുണ്ട്.

ഓരോ ക്രമീകരണത്തിലും വരികളുടെയും നിരകളുടെയും എണ്ണം നിരീക്ഷിക്കുക. 12-മായി ഇവ എങ്ങനെ ബന്ധപ്പെട്ടിരിക്കുന്നു?

ഉദാഹരണത്തിന്, രണ്ടാമത്തെ ക്രമീകരണത്തിൽ, 12 അത്തിപ്പഴങ്ങൾ 6 വീതമുള്ള രണ്ട് നിരകളായി ക്രമീകരിച്ചിരിക്കുന്നു അല്ലെങ്കിൽ  $12 = 2 \times 6$ .

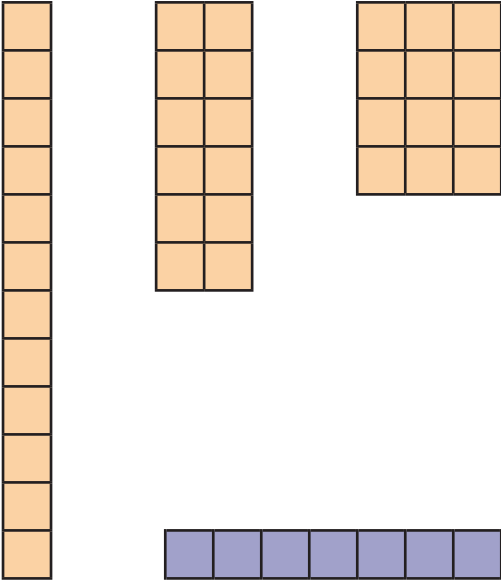
അൻഷുവിന് ഒരൊറ്റ ക്രമീകരണമേ ചെയ്യാൻ കഴിഞ്ഞുള്ളൂ:  $7 \times 1$  അല്ലെങ്കിൽ  $1 \times 7$ . മറ്റ് ചതുരാകൃതിയിലുള്ള ക്രമീകരണങ്ങളൊന്നും സാധ്യമല്ല.

ഗുണയുടെ ഓരോ ക്രമീകരണത്തിലും, നിരകളുടെ എണ്ണം വരികളുടെ എണ്ണം കൊണ്ട് ഗുണിച്ചാൽ 12 എന്ന സംഖ്യ ലഭിക്കും. അതിനാൽ, വരികളുടെയോ നിരകളുടെയോ എണ്ണം 12 ന്റെ ഘടകങ്ങളാണ്.


12 ന് രണ്ടിലധികം ഘടകങ്ങളുള്ളതിനാൽ 12 എന്ന സംഖ്യ ഒന്നിലധികം രീതിയിൽ ഒരു ദീർഘചതുരത്തിൽ ക്രമീകരിക്കാൻ കഴിയുമെന്ന് ഞങ്ങൾ കണ്ടു. 1, 7 എന്നീ രണ്ട് ഘടകങ്ങൾ മാത്രമുള്ളതിനാൽ 7 എന്ന സംഖ്യ ഒരു രീതിയിൽ മാത്രമേ ക്രമീകരിക്കാൻ കഴിയൂ.

രണ്ട് ഘടകങ്ങൾ മാത്രമുള്ള സംഖ്യകളെ അഭാജ്യ സംഖ്യകൾ അല്ലെങ്കിൽ അഭാജ്യങ്ങൾ എന്ന് വിളിക്കുന്നു. ആദ്യത്തെ കുറച്ച് അഭാജ്യ സംഖ്യകൾ ഇതാ - 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19. ഒരു അഭാജ്യ സംഖ്യയുടെ ഘടകങ്ങൾ 1 ഉം സംഖ്യ തന്നെയുമാണെന്ന് ശ്രദ്ധിക്കുക.

രണ്ടിലധികം ഘടകങ്ങളുള്ള സംഖ്യകളുടെ കാര്യമോ? അവയെ ഭാജ്യ സംഖ്യകൾ എന്ന് വിളിക്കുന്നു. ആദ്യത്തെ കുറച്ച് ഭാജ്യ സംഖ്യകൾ ഇതാ - 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18, 20.



ഒരു ഘടകം മാത്രമുള്ള 1 ന്റെ കാര്യമോ? 1 എന്ന സംഖ്യ ഒരു അഭാജ്യ സംഖ്യയോ ഭാജ്യ സംഖ്യയോ അല്ല.

 21 മുതൽ 30 വരെ എത്ര അഭാജ്യ സംഖ്യകൾ ഉണ്ട്? 21 മുതൽ 30 വരെ എത്ര ഭാജ്യ സംഖ്യകൾ ഉണ്ട്?

**മുതൽ 100 വരെയുള്ള എല്ലാ അവിഭാജ്യ സംഖ്യകളും നമുക്ക് പട്ടികപ്പെടുത്താൻ കഴിയുമോ?**

അവിഭാജ്യ സംഖ്യകൾ കണ്ടെത്തുന്നതിനുള്ള രസകരമായ ഒരു മാർഗ്ഗം ഇതാ. ചുവടെ നൽകിയിരിക്കുന്ന ഘട്ടങ്ങൾ പിന്തുടരുക, എന്താണ് സംഭവിക്കുന്നതെന്ന് കാണുക.

**ഘട്ടം 1:** 1 ക്രോസ് ഔട്ട് ചെയ്യുക , കാരണം ഇത് ഭാജ്യ സംഖ്യയോ അഭാജ്യ സംഖ്യയോ അല്ല .

**ഘട്ടം 2:** 2 ന് ചുറ്റും വൃത്തം വരയ്ക്കുക , അതിനുശേഷം 2 ന്റെ എല്ലാ ഗുണിതങ്ങളും, അതായത്, 4, 6, 8 മുതലായവ ക്രോസ് ഔട്ട് ചെയ്യുക .

**ഘട്ടം 3:** ക്രോസ് ചെയ്യാത്ത അടുത്ത സംഖ്യ 3 ആണെന്ന് നിങ്ങൾ കണ്ടെത്തും. 3 ന് ചുറ്റും വൃത്തം വരയ്ക്കുക , അതിനുശേഷം 3 ന്റെ എല്ലാ ഗുണിതങ്ങളും, അതായത്, 6, 9, 12 മുതലായവ ക്രോസ് ചെയ്യുക .

**ഘട്ടം 4:** ക്രോസ് ചെയ്യാത്ത അടുത്ത സംഖ്യ 5 ആണ്. 5 ന് ചുറ്റും വൃത്തം വരയ്ക്കുക, അതിനുശേഷം 5 ന്റെ എല്ലാ ഗുണിതങ്ങളും, അതായത്, 10, 15, 20 മുതലായവ ക്രോസ് ചെയ്യുക .

**ഘട്ടം 5:** ലിസ്റ്റിലെ എല്ലാ നമ്പറുകളും വൃത്താകൃതിയിലാക്കുകയോ ക്രോസ് ഔട്ട് ചെയ്യുകയോ ചെയ്യുന്നതുവരെ ഈ പ്രക്രിയ തുടരുക.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

വൃത്താകൃതിയിലുള്ള എല്ലാ സംഖ്യകളും അഭാജ്യ സംഖ്യകളാണ്. 1 ഒഴികെയുള്ള ക്രോസ് ഔട്ട് ചെയ്ത സംഖ്യകളെല്ലാം ഭാജ്യ സംഖ്യകളാണ്. ഈ രീതിയെ സീവ് ഓഫ് എററ്റോസ്തനീസ് എന്ന് വിളിക്കുന്നു.

100 ൽ കൂടുതലുള്ള സംഖ്യകൾക്കും ഈ നടപടിക്രമം തുടരാം. ഏകദേശം 2200 വർഷങ്ങൾക്ക് മുമ്പ് ജീവിച്ചിരുന്ന ഒരു ഗ്രീക്ക് ഗണിതശാസ്ത്രജ്ഞനായിരുന്നു എററ്റോസ്തനീസ് അദ്ദേഹമാണ് അഭാജ്യ സംഖ്യകൾ കണ്ടെത്താനുള്ള ഈ രീതി കണ്ടെത്തിയത് .

ഇത് തീർച്ചയായും മായാജാലം അല്ല ; ഇങ്ങനെ നടക്കുന്നതിന് പിന്നിൽ ഒരു കാരണം ഉണ്ടായിരിക്കണം



അഭാജ്യ സംഖ്യകൾ എങ്ങനെയാണ് ഈ ലളിതമായ രീതിയിൽ കണ്ടെത്താൻ കഴിയുക എന്ന് ഗുണയും അൻഷുവും ആശ്ചര്യപ്പെടാൻ തുടങ്ങി! ഈ രീതി എങ്ങനെ പ്രവർത്തിക്കുന്നുവെന്ന് ചിന്തിക്കുക. മുകളിൽ നൽകിയിരിക്കുന്ന ഘട്ടങ്ങൾ വീണ്ടും വായിക്കുക, ഓരോ ഘട്ടവും നിർവഹിച്ചതിന് ശേഷം എന്താണ് സംഭവിക്കുന്നതെന്ന് കാണുക.

**☀ കണ്ടുപിടിക്കുക .**

1. 2 ഒരു അഭാജ്യ സംഖ്യയും ഒരു ഇരട്ട സംഖ്യയുമാണെന്ന് ഞങ്ങൾ കാണുക . അഭാജ്യ സംഖ്യയായ വേറെ ഏതെങ്കിലും ഇരട്ട സംഖ്യ ഉണ്ടോ ?
2. 100 വരെയുള്ള അഭാജ്യങ്ങളുടെ പട്ടിക നോക്കുക. തുടർച്ചയായ രണ്ട് അഭാജ്യങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള ഏറ്റവും ചെറിയ വ്യത്യാസം എന്താണ്? ഏറ്റവും വലിയ വ്യത്യാസം എന്താണ്?
3. മുമ്പത്തെ പേജിലെ പട്ടികയിലെ ഓരോ നിരയിലും തുല്യ എണ്ണം അഭാജ്യങ്ങൾ ഉണ്ടോ? ഏതൊക്കെ ദശകങ്ങളിലാണ് ഏറ്റവും കുറവ് അഭാജ്യങ്ങൾ ഉള്ളത്? ഏതിലാണ് ഏറ്റവും കൂടുതൽ അഭാജ്യങ്ങൾ ഉള്ളത്?

**അഭാജ്യങ്ങൾ കാലങ്ങളിലൂടെ**

അഭാജ്യ സംഖ്യകൾ മുഴുവൻ സംഖ്യകളുടെയും തറക്കല്ലുകളാണ്. ഗ്രീക്ക് നാഗരികതയുടെ കാലം മുതൽ (2000 വർഷങ്ങൾക്ക് മുമ്പ്) ഇന്നും ഗണിതശാസ്ത്രജ്ഞർ അവയുടെ രഹസ്യങ്ങൾ കണ്ടെത്താൻ പാടുപെടുകയാണ്!

**ചിന്തിക്കുന്നതിനുള്ള ഭക്ഷണം:** ഏറ്റവും വലിയ അഭാജ്യ സംഖ്യ ഉണ്ടോ? അതോ അഭാജ്യ സംഖ്യകളുടെ പട്ടിക അവസാനിക്കാതെ തുടരുകയോ? യുക്ലിഡ് എന്ന ഗണിതശാസ്ത്രജ്ഞൻ ഉത്തരം കണ്ടെത്തി, നിങ്ങളും പിന്നീടുള്ള ക്ലാസിൽ ഇതറിയും!

**രസകരമായ വസ്തുത:** ഒരാൾ 'എഴുതുന്ന' ഏറ്റവും വലിയ അഭാജ്യ സംഖ്യ വളരെ വലുതായിരിക്കും , അത് എഴുതാൻ ഏകദേശം 6500 പേജുകൾ വേണ്ടി വരും ! അതിനാൽ അവർക്ക് അത് ഒരു കമ്പ്യൂട്ടറിൽ മാത്രമേ എഴുതാൻ കഴിയൂ!


4. ഇനിപ്പറയുന്നവയിൽ ഏതാണ് അഭാജ്യ സംഖ്യകൾ: 23, 51, 37, 26?
5. തുക 5 ന്റെ ഗുണിതമായ 20 ൽ താഴെയുള്ള മൂന്ന് ജോഡി അഭാജ്യ സംഖ്യകൾ എഴുതുക .
6. 13 ഉം 31 എന്നീ സംഖ്യകൾ അഭാജ്യ സംഖ്യകളാണ്. ഈ രണ്ട് സംഖ്യകൾക്കും 1, 3 എന്നീ ഒരേ അക്കങ്ങളുണ്ട്. 100 വരെയുള്ള അത്തരം ജോഡി അഭാജ്യ സംഖ്യകൾ കണ്ടെത്തുക.
7. 1 നും 100 നും ഇടയിലുള്ള തുടർച്ചയായ ഏഴ് ഭാജ്യ സംഖ്യകൾ കണ്ടെത്തുക.
8. ഇരട്ട അഭാജ്യങ്ങൾ 2 വ്യത്യാസമുള്ള ജോഡി അഭാജ്യ സംഖ്യകളാണ്. ഉദാഹരണത്തിന്, 3 ഉം 5 ഉം ഇരട്ട അഭാജ്യങ്ങളാണ്. അതുപോലെ 17 ഉം 19 ഉം. 1 നും 100 നും ഇടയിലുള്ള മറ്റ് ഇരട്ട അഭാജ്യങ്ങൾ കണ്ടെത്തുക.

9. ഓരോ പ്രസ്താവനയും ശരിയോ തെറ്റോ എന്ന് തിരിച്ചറിയുക. വിശദീകരിക്കുക
  - a. യൂണിറ്റ് അക്കം 4 ആയ ഒരു അഭാജ്യസംഖ്യ ഇല്ല.
  - b. അഭാജ്യങ്ങളുടെ ഒരു ഉൽപ്പന്നവും അഭാജ്യമാകാം.
  - c. അഭാജ്യ സംഖ്യകൾക്ക് ഘടകങ്ങളൊന്നുമില്ല.
  - d. എല്ലാ ഇരട്ട സംഖ്യകളും ഭാജ്യ സംഖ്യകളാണ്.
  - e. 2 ഒരു അഭാജ്യം ആണ്, അതുപോലെ അടുത്ത സംഖ്യയായ 3 ഉം , മറ്റൊരു അഭാജ്യ സംഖ്യയുടേയും, അടുത്ത സംഖ്യ ഭാജ്യ സംഖ്യയാണ്.
10. ഇനിപ്പറയുന്നവയിൽ ഏതാണ് കൃത്യമായി മൂന്ന് വ്യത്യസ്ത അഭാജ്യ സംഖ്യകളുടെ ഉൽപ്പന്നം: 45, 60, 91, 105, 330?
11. 2, 4, 5 എന്നിവ ഓരോന്നും ഒരിക്കൽ മാത്രം ഉപയോഗിച്ച് നിങ്ങൾക്ക് എത്ര മൂന്ന് അക്ക അഭാജ്യ സംഖ്യകൾ ഉണ്ടാക്കാൻ കഴിയും?
12. 3 ഒരു അഭാജ്യ സംഖ്യയാണെന്നും  $2 \times 3 + 1 = 7$  ഒരു അഭാജ്യം ആണെന്നും നിരീക്ഷിക്കുക . ഇരട്ടിയാക്കി 1 ചേർക്കുമ്പോൾ അഭാജ്യ സംഖ്യ ലഭിക്കുന്ന മറ്റ് അഭാജ്യങ്ങൾ ഉണ്ടോ? അത്തരം അഞ്ച് ഉദാഹരണങ്ങളെങ്കിലും കണ്ടെത്തുക.

### 5.3 നിധികൾ സുരക്ഷിതമായി സൂക്ഷിക്കുന്നതിനുള്ള കോ-പ്രൈം നമ്പറുകൾ

ഏതൊക്കെ ജോഡികളാണ് സുരക്ഷിതം?

നമുക്ക് നിധി കണ്ടെത്തൽ കളിയിലേക്ക് മടങ്ങാം. ഇത്തവണ, നിധികൾ രണ്ട് അക്കങ്ങളിലാണ് സൂക്ഷിച്ചിരിക്കുന്നത്. ഒരേ ജമ്പ് വലുപ്പത്തിൽ രണ്ട് സംഖ്യകളിലും എത്താൻ കഴിഞ്ഞാൽ മാത്രമേ ജമ്പിന് നിധികൾ ലഭിക്കൂ. ഒരു പുതിയ നിയമവുമുണ്ട് - 1 ന്റെ ജമ്പ് വലുപ്പം അനുവദനീയമല്ല.

 ജമ്പിന് രണ്ട് നിധികളിലും എത്താതിരിക്കാൻ ഗ്രാഫി നിധികൾ എവിടെ സൂക്ഷിക്കണം?

12 ലും 26 ലും നിധി നിക്ഷേപിക്കുന്നത് പ്രാവർത്തികമാണോ ? അല്ല! ചാടുന്ന വലുപ്പം 2 ആയി തിരഞ്ഞെടുക്കുകയാണെങ്കിൽ, ജമ്പി 12 ലും 26 ലും എത്തും.

അപ്പോൾ 4 ഉം 9 ഉം? 1 അല്ലാതെ മറ്റൊരു വലുപ്പവും ഉപയോഗിച്ച് ജമ്പിന് ഇവ രണ്ടിലും എത്താൻ കഴിയില്ല. അതിനാൽ, 4 ഉം 9 ഉം എന്ന ജോഡി സുരക്ഷിതമാണെന്ന് ഗ്രാഫിക്കറിയാം.

ഈ ജോഡികൾ സുരക്ഷിതമാണോ എന്ന് പരിശോധിക്കുക:


- |                |                |
|----------------|----------------|
| a. 15 ഉം 39 ഉം | b. 4 ഉം 15 ഉം  |
| c. 18 ഉം 29 ഉം | d. 20 ഉം 55 ഉം |

സുരക്ഷിതമായ ജോഡികളുടെ പ്രത്യേകത എന്താണ്? അവയ്ക്ക് 1 അല്ലാതെ മറ്റൊരു പൊതു ഘടകവുമില്ല. 1 അല്ലാതെ മറ്റൊരു പൊതു ഘടകവും ഇല്ലാത്ത രണ്ട് സംഖ്യകളെ കോ-പ്രൈം എന്ന് പറയപ്പെടുന്നു.

**ഉദാഹരണം:** 15 നും 39 നും ഒരു പൊതു ഘടകമായി 3 ഉള്ളതിനാൽ, അവ കോ-പ്രൈം അല്ല എന്നാൽ 4 ഉം 9 ഉം കോ-പ്രൈം ആണ്.

 ഇനിപ്പറയുന്ന ജോഡി സംഖ്യകളിൽ ഏതാണ് കോ-പ്രൈം?

- a. 18 ഉം 35 ഉം
- b. 15 ഉം 37 ഉം
- c. 30 ഉം 415 ഉം
- d. 17 ഉം 69 ഉം
- e. 81 ഉം 18 ഉം


 വ്യത്യസ്ത നമ്പർ ജോഡികളുപയോഗിച്ച് 'ഇഡ്ഡി-വട" കളിക്കുമ്പോൾ, അൻഷു രസകരമായ എന്തോ നിരീക്ഷിച്ചു!


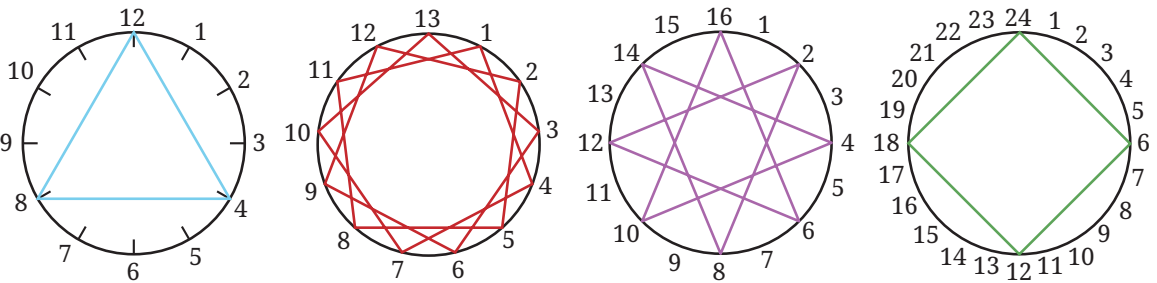
1. ചിലപ്പോൾ ആദ്യത്തെ പൊതു ഗുണിതം രണ്ട് സംഖ്യകളുടെ ഉൽപ്പന്നത്തിന് തുല്യമായിരുന്നു.
2. മറ്റ് സമയങ്ങളിൽ ആദ്യത്തെ പൊതു സാധാരണ ഗുണിതം രണ്ട് സംഖ്യകളുടെ ഉൽക്കാപ്പനത്തേക്കാൾ കുറവായിരുന്നു.

മുകളിൽ പറഞ്ഞ ഓരോന്നിനും ഉദാഹരണങ്ങൾ കണ്ടെത്തുക. നമ്പർ ജോഡികോ-പ്രൈം ആകുന്നതുമായി ഇത് എങ്ങനെ ബന്ധപ്പെട്ടിരിക്കുന്നു?



**കോ-പ്രൈം ആർട്ട്**

 ഇനിപ്പറയുന്ന ത്രേഡ് ആർട്ട് നിരീക്ഷിക്കുക. ആദ്യത്തെ രേഖാചിത്രത്തിൽ 12 പെഗുകൾ ഉണ്ട്, ഓരോ നാലാമത്തെ പെഗിലും ത്രേഡ് ബന്ധിപ്പിച്ചിരിക്കുന്നു (ത്രേഡ്-വിടവ് 4 ആണെന്ന് ഞങ്ങൾ പറയുന്നു). രണ്ടാമത്തെ രേഖാചിത്രത്തിൽ 13 പെഗുകളും ത്രേഡ്-ഗ്യാപ്പ് 3 ഉം ആണ്. മറ്റു രേഖാചിത്രങ്ങളുടെ കാര്യമോ? ഈ ചിത്രങ്ങൾ നിരീക്ഷിക്കുക, നിങ്ങളുടെ കണ്ടെത്തലുകൾ പങ്കിടുക, ക്ലാസ്സിൽ ചർച്ച ചെയ്യുക.

ചില രേഖാചിത്രങ്ങളിൽ, ത്രേഡ് ഓരോ പെഗിലും ബന്ധിപ്പിച്ചിരിക്കുന്നു. ചിലതിൽ, അങ്ങനെയല്ല ഇത് രണ്ട് സംഖ്യകൾ (പെഗുകളുടെ എണ്ണവും ത്രേഡ്-ഗ്യാപ്പും) കോ-പ്രൈമുകൾ ആവുന്നതുമായി ബന്ധപ്പെട്ടതാണോ?

താഴെ കൊടുത്തവയ്ക്കായി അത്തരം ചിത്രങ്ങൾ ഉണ്ടാക്കുക:

- a. 15 പെഗുകൾ, ത്രേഡ്-ഗ്യാപ്പ് 10
- b. 10 പെഗുകൾ, 7 ന്റെ ത്രേഡ്-ഗ്യാപ്പ്
- c. 14 പെഗുകൾ, ത്രേഡ്-ഗ്യാപ്പ് 6
- d. 8 പെഗുകൾ, ത്രേഡ്-ഗ്യാപ്പ് 3

### 5.4 അഭാജ്യങ്ങളുടെ ഘടകവൽക്കരണം

#### രണ്ട് നമ്പറുകൾ കോ-പ്രൈം ആണോ എന്ന് പരിശോധിക്കുക

അധ്യാപിക: 56 ഉം 63 ഉം കോ-പ്രൈം ആണോ?

അൻഷുവും ഗുണയും: അവയ്ക്ക് 1 അല്ലാതെ ഒരു പൊതു ഘടകം ഉണ്ടെങ്കിൽ, അവ കോ-പ്രൈം അല്ല. നമുക്ക് നോക്കാം.

അൻഷു: എനിക്ക്  $56 = 14 \times 4$  എന്നും  $63 = 21 \times 3$  എന്നും എഴുതാൻ കഴിയും. അതിനാൽ, 14 ഉം 4 ഉം 56 ന്റെ ഘടകങ്ങളാണ്. കൂടാതെ, 21 ഉം 3 ഉം 63 ന്റെ ഘടകങ്ങളാണ്. അതിനാൽ, പൊതുവായ ഘടകങ്ങളൊന്നുമില്ല. സംഖ്യകൾ കോ-പ്രൈം ആണ്.

ഗുണ: നിൽക്കൂ.  $56 = 7 \times 8$  എന്നും  $63 = 9 \times 7$  എന്നും എനിക്കും എഴുതാൻ കഴിയും. 7 രണ്ട് സംഖ്യകളുടെയും ഒരു ഘടകമാണെന്ന് ഞങ്ങൾ കാണുന്നു, അതിനാൽ അവ കോ-പ്രൈം അല്ല.

7 ഒരു സാധാരണ ഘടകമായതിനാൽ ഗുണ പറഞ്ഞത് ശരിയാണെന്ന് വ്യക്തമാണ്.

 പക്ഷേ, അൻഷുവിന് എവിടെയാണ് തെറ്റ് പറ്റിയത്?

$56 = 14 \times 4$  എന്നെഴുതുമ്പോൾ 14 ഉം 4 ഉം 56 ന്റെ രണ്ട് ഘടകങ്ങളാണെന്നാണ് നമ്മോട് പറയുന്നത്, പക്ഷേ ഇത് 56 ന്റെ എല്ലാ ഘടകങ്ങളും പറയുന്നില്ല. 63 ന്റെ ഘടകങ്ങളുടെ കാര്യത്തിലും ഇത് ബാധകമാണ്.

മറ്റൊരു ഉദാഹരണം നോക്കുക: 80 ഉം 63 ഉം. രണ്ട് സംഖ്യകളെയും ഘടകമാക്കാൻ നിരവധി മാർഗങ്ങളുണ്ട്.

$80 = 40 \times 2 = 20 \times 4 = 10 \times 8 = 16 \times 5 = ???$   
 $63 = 9 \times 7 = 3 \times 21 = ???$

ഈ സംഖ്യകളെ ഘടകമാക്കാൻ കൂടുതൽ മാർഗങ്ങളുണ്ടാകാമെന്ന് പറയാൻ ഞങ്ങൾ '???' എന്നെഴുതിയിട്ടുണ്ട്. എന്നാൽ നൽകിയിരിക്കുന്ന ഏതെങ്കിലും ഘടകവൽക്കരണം എടുക്കുകയാണെങ്കിൽ, ഉദാഹരണത്തിന്,  $80 = 16 \times 5$  ഉം  $63 = 9 \times 7$  അപ്പോൾ പൊതുവായ ഘടകങ്ങളൊന്നുമില്ല. 80 ഉം 63 ഉം കോ-പ്രൈം ആണെന്ന് നമുക്ക് നിഗമിക്കാൻ കഴിയുമോ? മുകളിലുള്ള അൻഷുവിന്റെ തെറ്റ് കാണിക്കുന്നതുപോലെ, സംഖ്യകൾ ഘടകമാക്കാൻ മറ്റ് മാർഗങ്ങളുണ്ടാകാമെന്ന് നമുക്ക് പറയാൻ കഴിയില്ല.

രണ്ട് സംഖ്യകൾ കോ-പ്രൈം ആണോ എന്ന് പരിശോധിക്കാൻ നമുക്ക് കൂടുതൽ വ്യവസ്ഥാപിതമായ സമീപനം ആവശ്യമാണ് എന്നതാണ് ഇതിന്റെ അർത്ഥം.

### അഭാജ്യ ഘടകവൽക്കരണം

56 പോലുള്ള ഒരു സംഖ്യ എടുക്കുക. ഇത് ഭാജ്യ സംഖ്യയാണ്, കാരണം ഇത്  $56 = 4 \times 14$  എന്ന് എഴുതാമെന്ന് നമ്മൾ കണ്ടു . അതിനാൽ, 4 ഉം 14 ഉം 56 ന്റെ ഘടകങ്ങളാണ്. ഇനി ഇവയിലൊന്ന് എടുക്കുക, 14 പറയുക. ഇതും ഭാജ്യ സംഖ്യയാണ്, ഇത്  $14 = 2 \times 7$  ആയി എഴുതാം. അതിനാൽ,  $56 = 4 \times 2 \times 7$ . ഇപ്പോൾ, 4 ഭാജ്യ സംഖ്യയാണ്, ഇത്  $4 = 2 \times 2$  എന്നെഴുതാം . അതുകൊണ്ട്,  $56 = 2 \times 2 \times 2 \times 7$ . ഇവിടെ പ്രത്യക്ഷപ്പെടുന്ന എല്ലാ ഘടകങ്ങളും, 2 ഉം 7 ഉം, അഭാജ്യ സംഖ്യകളാണ്. അതിനാൽ, നമുക്ക് അവയെ കൂടുതൽ വിഭജിക്കാൻ കഴിയില്ല.

ഉപസംഹാരമായി, അഭാജ്യ സംഖ്യകളുടെ ഉൽപ്പന്നമായി ഞങ്ങൾ 56നെ എഴുതി. ഇതിനെ 56 ന്റെ അഭാജ്യ ഘടകവൽക്കരണം എന്ന് വിളിക്കുന്നു. ഓരോ ഘടകങ്ങളെയും അഭാജ്യ ഘടകങ്ങൾ എന്ന് വിളിക്കുന്നു. ഉദാഹരണത്തിന്, 56 ന്റെ അഭാജ്യ ഘടകങ്ങൾ 2 ഉം 7 ഉം ആണ്.

1 ൽ കൂടുതലുള്ള ഓരോ സംഖ്യയ്ക്കും ഒരു പ്രധാന ഘടകവൽക്കരണമുണ്ട്. ആശയം ഒന്നുതന്നെയാണ്: അഭാജ്യങ്ങൾ മാത്രം അവശേഷിക്കുന്നതുവരെ ഭാജ്യ സംഖ്യകളെ ഘടകങ്ങളായി വിഭജിക്കുക.

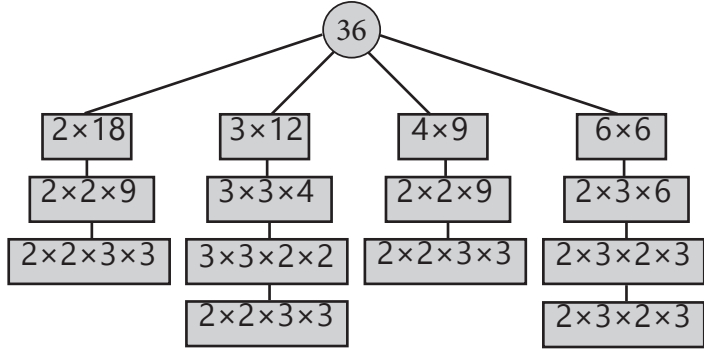
നമ്പർ 1 ന് ഒരു അഭാജ്യ വൽക്കരണവും ഇല്ല. ഏതെങ്കിലും അഭാജ്യ സംഖ്യയാൽ ഇത് വിഭജിക്കാൻ കഴിയില്ല.

7 പോലുള്ള ഒരു അഭാജ്യ സംഖ്യയുടെ അഭാജ്യ ഘടകവൽക്കരണം എന്താണ്? ഇത് വെറും 7 ആണ് (ഞങ്ങൾക്ക് ഇത് കൂടുതൽ ഘടകങ്ങളാക്കാൻ കഴിയില്ല).

നമുക്ക് കുറച്ച് ഉദാഹരണങ്ങൾ കൂടി നോക്കാം.

സംഖ്യയെ വിഭജിക്കുന്നതിനുള്ള വ്യത്യസ്ത മാർഗങ്ങളിലൂടെ കടന്നുപോയതിലൂടെ, ഞങ്ങൾ 63 നെ  $3 \times 3 \times 7$  എന്നും  $3 \times 7 \times 3$  എന്നും എഴുതി . അവ വ്യത്യസ്തമാണോ? അങ്ങനെയല്ല! 3 ഉം 7 ഉം എന്നീ അഭാജ്യ സംഖ്യകൾ രണ്ട് സന്ദർഭങ്ങളിലും ഉണ്ടാകുന്നു. കൂടാതെ, രണ്ടിലും 3 രണ്ട് തവണയും 7 ഒരു തവണയും പ്രത്യക്ഷപ്പെടുന്നു.

ഇവിടെ, 36 ന്റെ പ്രൈം ഫാക്ടറൈസേഷൻ ലഭിക്കാൻ നാല് വ്യത്യസ്ത വഴികൾ നിങ്ങൾ കാണുന്നു. നാല് സന്ദർഭങ്ങളിലും, നമുക്ക് രണ്ട് 2 ഉം രണ്ട് 3 ഉം ലഭിക്കുന്നുവെന്ന് നിരീക്ഷിക്കുക.



നാല് സന്ദർഭങ്ങളിലും നിങ്ങൾക്ക് 36 ലഭിക്കുന്നുവെന്ന് കാണാൻ വീണ്ടും ഗുണിക്കുക.

ഏതൊരു സംഖ്യയെയും സംബന്ധിച്ചിടത്തോളം, അഭാജ്യ ഘടകങ്ങൾ വ്യത്യസ്ത ക്രമങ്ങളിൽ വരാം എന്നതൊഴിച്ചാൽ ഒരു പ്രധാന ഘടകവൽക്കരണം മാത്രമേ ഉള്ളൂ എന്നത് ശ്രദ്ധേയമായ വസ്തുതയാണ്. ഞങ്ങൾ ചുവടെ വിശദീകരിക്കുന്നതുപോലെ, ഓർഡർ പ്രധാനമല്ല. എന്നിരുന്നാലും, ഈ ഉദാഹരണങ്ങളിൽ നാം കണ്ടതുപോലെ, പ്രധാന ഘടകവൽക്കരണത്തിൽ എത്തിച്ചേരാൻ നിരവധി മാർഗങ്ങളുണ്ട്!

**ക്രമീകരണം പ്രധാനമാണോ?**

ഈ രേഖാചിത്രം ഉപയോഗിച്ച്,

$30 = 2 \times 3 \times 5$  എന്തുകൊണ്ടാണെന്ന് വിശദീകരിക്കാമോ? നിങ്ങൾ 2, 3, 5 എന്നിവ ഏത് രീതിയിൽ ഗുണിച്ചാലും കുഴപ്പമില്ല?

സംഖ്യകൾ ഗുണിക്കുമ്പോൾ, ഏത് ക്രമത്തിലും നമുക്ക് അത് ചെയ്യാൻ കഴിയും. അന്തിമ ഫലം ഒന്നുതന്നെയാണ്. അതുകൊണ്ടാണ്, രണ്ട് 2 ഉം രണ്ട് 3 ഉം ഏതെങ്കിലും ക്രമത്തിൽ ഗുണിക്കുമ്പോൾ നമുക്ക് 36 ലഭിക്കുന്നത്. പിന്നീടുള്ള ക്ലാസിൽ, ഇനിപ്പറയുന്ന പേരുകളിൽ ഞങ്ങൾ ഇത് പഠിക്കും ഗുണനത്തിന്റെ കമ്മ്യൂട്ടറ്റീവിറ്റിയും അനുബന്ധവും.

അതിനാൽ, ക്രമീകരണം പ്രശ്നമല്ല. സാധാരണയായി ഞങ്ങൾ അഭാജ്യ സംഖ്യകൾ ചെറുതിൽ നിന്നും വലുതിലേക്കെന്ന ക്രമത്തിൽ എഴുതുന്നു. ഉദാഹരണത്തിന്,  $225 = 3 \times 3 \times 5 \times 5$  അല്ലെങ്കിൽ  $30 = 2 \times 3 \times 5$ .

**രണ്ട് സംഖ്യകളുള്ള ഒരു ഉൽപ്പന്നത്തിന്റെ പ്രധാന ഘടകവൽക്കരണം**

ഒരു സംഖ്യയുടെ പ്രധാന ഘടകവൽക്കരണം കണ്ടെത്തുമ്പോൾ, ആദ്യം ഞങ്ങൾ രണ്ട് ഘടകങ്ങളുടെ ഉൽപ്പന്നമായി അത് എഴുതുന്നു. ഉദാഹരണത്തിന്,  $72 = 12 \times 6$ . അപ്പോൾ, ഞങ്ങൾ ഓരോ ഘടകങ്ങളുടെയും ഘടകവൽക്കരണം കണ്ടെത്തുന്നു. മുകളിലെ ഉദാഹരണത്തിൽ,  $12 = 2 \times 2 \times 3$  പിന്നെ  $6 = 2 \times 3$ . ഇപ്പോൾ, 72 ന്റെ അഭാജ്യ ഘടകവൽക്കരണം എന്താണെന്ന് നിങ്ങൾക്ക് പറയാമോ?

ഇവ ഒരുമിച്ച് ചേർക്കുന്നതിലൂടെ യഥാർത്ഥ സംഖ്യയുടെ അഭാജ്യ ഘടകവൽക്കരണം ലഭിക്കുന്നു.

$$72 = 2 \times 2 \times 3 \times 2 \times 3$$

ഇതും  $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$  ആയി എഴുതാം. ഗുണിക്കുമ്പോൾ നിങ്ങൾക്ക് 72 തിരികെ ലഭിക്കുന്നുണ്ടോ എന്ന് പരിശോധിക്കുക!

72 ന്റെ ഘടകവൽക്കരണത്തിൽ ഓരോ അഭാജ്യഘടകവും എത്ര തവണ സംഭവിക്കുന്നുവെന്ന് നിരീക്ഷിക്കുക.

12, 6 എന്നിവയുടെ ഘടകവൽക്കരണങ്ങളിൽ ഇത് എത്ര തവണ സംഭവിക്കുന്നു എന്നതുമായി താരതമ്യം ചെയ്യുക.

 **കണ്ടുപിടിക്കൂ .**

1. ഇനിപ്പറയുന്ന സംഖ്യകളുടെ അഭാജ്യ ഘടകങ്ങൾ കണ്ടെത്തുക: 64, 104, 105, 243, 320, 141, 1728, 729, 1024, 1331, 1000.
2. ഒരു സംഖ്യയുടെ അഭാജ്യ ഘടകവൽക്കരണത്തിൽ ഒരു 2, രണ്ട് 3, 11 ഒന്ന് എന്നിവയുണ്ട്. എതാണ് സംഖ്യ ?
3. 30 ൽ താഴെ വരുന്ന , ഗുണനഫലം 1955 ആയ ആണ് മൂന്ന് അഭാജ്യ സംഖ്യകൾ കണ്ടെത്തുക,
4. ആദ്യം ഗുണിക്കാതെ ഈ സംഖ്യകളുടെ പ്രധാന ഘടകവൽക്കരണം കണ്ടെത്തുക
  - a.  $56 \times 25$  b.  $108 \times 75$  c.  $1000 \times 81$
5. പ്രൈം ഫാക്ടറൈസേഷന്റെ ഏറ്റവും ചെറിയ സംഖ്യ ഏതാണ്:
  - a. മൂന്ന് വ്യത്യസ്ത അഭാജ്യ സംഖ്യകൾ?
  - b. നാല് വ്യത്യസ്ത അഭാജ്യ സംഖ്യകൾ?

സംഖ്യകളുടെ പഠനത്തിൽ പ്രൈം ഫാക്ടറൈസേഷൻ അടിസ്ഥാന പ്രാധാന്യമർഹിക്കുന്നു. ഇത് ഉപയോഗപ്രദമാകുന്ന രണ്ട് വഴികൾ നമുക്ക് ചർച്ച ചെയ്യാം.

**രണ്ട് സംഖ്യകൾ കോ-പ്രൈം ആണോ എന്ന് പരിശോധിക്കാൻ പ്രൈം ഫാക്ടറൈസേഷൻ ഉപയോഗിക്കുന്നു**

നമുക്ക് വീണ്ടും 56, 63 എന്നീ സംഖ്യകൾ എടുക്കാം. അവ കോ-പ്രൈം ആണോ എന്ന് നമുക്ക് എങ്ങനെ പരിശോധിക്കാം? രണ്ട് സംഖ്യകളുടെയും പ്രൈം ഫാക്ടറൈസേഷൻ നമുക്ക് നോക്കാം -

$$56 = 2 \times 2 \times 2 \times 7 \text{ ഉം } 63 = 3 \times 3 \times 7$$

ഇപ്പോൾ, 7 എന്നത് 56 ന്റെയും 63 ന്റെയും ഒരു അഭാജ്യ ഘടകമാണെന്ന് ഞങ്ങൾ കാണുന്നു. അതിനാൽ, 56 ഉം 63 ഉം കോ-പ്രൈം അല്ല.

അപ്പോൾ 80 ഉം 63 ഉം? അവയുടെ അഭാജ്യ ഘടകങ്ങൾ ഇനിപ്പറയുന്നവയാണ്:

$$80 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \text{ ഉം } 63 = 3 \times 3 \times 7$$

പൊതുവായ അഭാജ്യ ഘടകങ്ങളൊന്നുമില്ല. അവ കോ-പ്രൈം ആണെന്ന് നമുക്ക് നിഗമിക്കാൻ കഴിയുമോ? അവയ്ക്ക് സംയോജിതമായ ഒരു പൊതു ഘടകം ഉണ്ടെന്ന് കരുതുക. ഈ ഭാജ്യ പൊതു ഘടകത്തിന്റെ അഭാജ്യ ഘടകങ്ങൾ 80, 63 എന്നിവയുടെ അഭാജ്യ ഘടകവൽക്കരണത്തിൽ പ്രത്യക്ഷപ്പെടുമോ?

അതിനാൽ, പൊതുവായ അഭാജ്യ ഘടകങ്ങൾ ഇല്ലെങ്കിൽ, രണ്ട് സംഖ്യകളും കോ-പ്രൈം ആണെന്ന് നമുക്ക് പറയാൻ കഴിയും.

നമുക്ക് ചില ഉദാഹരണങ്ങൾ നോക്കാം.

**ഉദാഹരണം:** 40 ഉം 231 ഉം നോക്കുക. അവയുടെ അഭാജ്യ ഘടകങ്ങൾ ഇനിപ്പറയുന്നവയാണ്:

$$40 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 \text{ ഉം } 231 \text{ ഉം } = 3 \times 7 \times 11$$

40 ഉം 231 ഉം വിഭജിക്കുന്ന പൊതുവായ അഭാജ്യങ്ങൾ ഇല്ലെന്ന് ഞങ്ങൾ കാണുന്നു. വാസ്തവത്തിൽ, 40 ന്റെ പ്രധാന ഘടകങ്ങൾ 2 ഉം 5 ഉം ആണ്, അതേസമയം 231 ന്റെ പ്രധാന ഘടകങ്ങൾ 3, 7, 11 എന്നിവയാണ്. അതിനാൽ, 40 ഉം 231 ഉം കോ-പ്രൈം ആണ്!

**ഉദാഹരണം:** 242 ഉം 195 ഉം നോക്കുക. അവയുടെ അഭാജ്യ ഘടകങ്ങൾ ഇനിപ്പറയുന്നവയാണ്:

$$242 = 2 \times 11 \times 11 \text{ ഉം } 195 \text{ ഉം } = 3 \times 5 \times 13$$

242 ന്റെ പ്രധാന ഘടകങ്ങൾ 2 ഉം 11 ഉം ആണ്. 195 ന്റെ അഭാജ്യ ഘടകങ്ങൾ 3, 5, 13 എന്നിവയാണ്. പൊതുവായ അഭാജ്യ ഘടകങ്ങളൊന്നുമില്ല. അതിനാൽ, 242 ഉം 195 ഉം കോ-പ്രൈം ആണ്.

### ഒരു സംഖ്യ മറ്റൊന്നിനാൽ വിഭജിക്കാവുന്നതാണോ എന്ന് പരിശോധിക്കാൻ പ്രൈം ഫാക്ടറൈസേഷൻ ഉപയോഗിക്കുന്നു

ഒരു സംഖ്യയെ മറ്റൊന്നായി വിഭജിക്കുകയാണെങ്കിൽ, രണ്ടാമത്തെ സംഖ്യയുടെ പ്രധാന ഘടകവൽക്കരണം ആദ്യ സംഖ്യയുടെ പ്രൈം ഫാക്ടറൈസേഷനിൽ ഉൾപ്പെടുത്തിയിട്ടുണ്ടെന്ന് നമുക്ക് പറയാൻ കഴിയും.

48 നെ 12 കൊണ്ട് വിഭജിക്കാമെന്ന് ഞങ്ങൾ പറയുന്നു, കാരണം ഞങ്ങൾ 48 നെ 12 കൊണ്ട് വിഭജിക്കുമ്പോൾ, ബാക്കി പൂജ്യമാണ്. നീണ്ട വിഭജനം നടത്താതെ ഒരു സംഖ്യ മറ്റൊന്നിനാൽ വിഭജിക്കപ്പെടുന്നുണ്ടോ എന്ന് നമുക്ക് എങ്ങനെ പരിശോധിക്കാൻ കഴിയും?

**ഉദാഹരണം:** 168 നെ 12 കൊണ്ട് വിഭജിക്കാനാകുമോ? രണ്ടിന്റെയും അഭാജ്യ ഘടകങ്ങൾ കണ്ടെത്തുക:

$$168 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 7 \text{ ഉം } 12 = 2 \times 2 \times 3$$

നമുക്ക് ഏത് ക്രമത്തിലും ഗുണിക്കാൻ കഴിയുന്നതിനാൽ, ഇപ്പോൾ അത് വ്യക്തമാണ്,

$$168 = 2 \times 2 \times 3 \times 2 \times 7 = 12 \times 14$$

അതിനാൽ, 168 നെ 12 കൊണ്ട് വിഭജിക്കാം.

**ഉദാഹരണം:** 75 നെ 21 കൊണ്ട് വിഭജിക്കാനാകുമോ? രണ്ടിന്റെയും അഭാജ്യ ഘടകങ്ങൾ കണ്ടെത്തുക:

$$75 = 3 \times 5 \times 5 \text{ ഉം } 21 = 3 \times 7$$


മുകളിലുള്ള ചർച്ചയിൽ നാം കണ്ടതുപോലെ, 75 എന്നത് 21 ന്റെ ഗുണിതമാണെങ്കിൽ, 21 ന്റെ എല്ലാ അഭാജ്യ ഘടകങ്ങളും 75 ന്റെ അഭാജ്യ ഘടകങ്ങളായിരിക്കും. എന്നിരുന്നാലും, 7 എന്നത് 21 ന്റെ ഒരു പ്രധാന ഘടകമാണ്, പക്ഷേ 75 ന്റെ ഒരു അഭാജ്യ ഘടകമല്ല. അതിനാൽ, 75 നെ 21 കൊണ്ട് വിഭജിക്കാനാവില്ല.

ഉദാഹരണം: 42 നെ 12 കൊണ്ട് വിഭജിക്കാൻ കഴിയുമോ? രണ്ടിന്റെയും പ്രധാന ഘടകങ്ങൾ കണ്ടെത്തുക:

$$42 = 2 \times 3 \times 7 \text{ ഉം } 12 \text{ ഉം} = 2 \times 2 \times 3$$

12 ന്റെ എല്ലാ പ്രധാന ഘടകങ്ങളും 42 ന്റെ പ്രധാന ഘടകങ്ങളാണ്. എന്നാൽ 12 ന്റെ പ്രൈം ഫാക്ടറൈസേഷൻ 42 ന്റെ പ്രൈം ഫാക്ടറൈസേഷനിൽ ഉൾപ്പെടുത്തിയിട്ടില്ല. കാരണം, 12 ന്റെ പ്രൈം ഫാക്ടറൈസേഷനിൽ 2 രണ്ട് തവണ സംഭവിക്കുന്നു, എന്നാൽ 42 ന്റെ പ്രൈം ഫാക്ടറൈസേഷനിൽ ഒരിക്കൽ മാത്രം. ഇതിനർത്ഥം 42 നെ 12 കൊണ്ട് വിഭജിക്കാൻ കഴിയില്ല എന്നാണ്.

ഒരു സംഖ്യയെ മറ്റൊന്നായി വിഭജിക്കുകയാണെങ്കിൽ, രണ്ടാമത്തെ സംഖ്യയുടെ പ്രധാന ഘടകവൽക്കരണം ആദ്യ സംഖ്യയുടെ പ്രൈം ഫാക്ടറൈസേഷനിൽ ഉൾപ്പെടുത്തിയിട്ടുണ്ടെന്ന് നമുക്ക് പറയാൻ കഴിയും.

 കണ്ടുപിടിക്കുക.

1. ഇനിപ്പറയുന്ന ജോഡി സംഖ്യകൾ കോ-പ്രൈം ആണോ? ആദ്യം ഊഹിക്കുക, തുടർന്ന് നിങ്ങളുടെ ഉത്തരം പരിശോധിക്കാൻ പ്രൈം ഫാക്ടറൈസേഷൻ ഉപയോഗിക്കുക.
 

a. 30 ഉം 45 ഉം	b. 57 ഉം 85 ഉം
c. 121 ഉം 1331 ഉം	d. 343 ഉം 216 ഉം
2. ഒന്നാമത്തെ സംഖ്യയെ രണ്ടാമത്തേത് കൊണ്ട് വിഭജിക്കാവുന്നതാണോ? പ്രൈം ഫാക്ടറൈസേഷൻ ഉപയോഗിക്കുക.
 

a. 225 ഉം 27 ഉം	b. 96 ഉം 24 ഉം
c. 343 ഉം 17 ഉം	d. 999 ഉം 99 ഉം
3. ആദ്യത്തെ സംഖ്യയ്ക്ക് പ്രൈം ഫാക്ടറൈസേഷൻ  $2 \times 3 \times 7$  ഉം രണ്ടാമത്തെ സംഖ്യയ്ക്ക് പ്രൈം ഫാക്ടറൈസേഷൻ ഉണ്ട്  $3 \times 7 \times 11$ . അവ കോ-പ്രൈം ആണോ? അവയിലൊന്ന് മറ്റേതിനെ വിഭജിക്കുന്നുണ്ടോ?
4. “ഏതെങ്കിലും രണ്ട് അഭാജ്യ സംഖ്യകൾ കോ-പ്രൈം ആണോ?” ഗുണ ചോദിക്കുന്നു. അവൻ പറഞ്ഞത് ശരിയാണോ?

### 5.5 ഹരണയോഗ്യത ടെസ്റ്റുകൾ

ഇതുവരെ, ഒരു സംഖ്യ അഭാജ്യമാണോ അല്ലയോ, അല്ലെങ്കിൽ ഒരു ജോഡി സംഖ്യകൾ കോ-പ്രൈം ആണോ അല്ലയോ എന്ന് നിർണ്ണയിക്കുന്നത് ഉൾപ്പെടെ വിവിധ സന്ദർഭങ്ങളിൽ സംഖ്യകളുടെ ഘടകങ്ങൾ ഞങ്ങൾ കണ്ടെത്തി.

ചെറിയ സംഖ്യകളുടെ ഘടകങ്ങൾ കണ്ടെത്താൻ എളുപ്പമാണ്. ഒരു വലിയ സംഖ്യയുടെ ഘടകങ്ങൾ എങ്ങനെ കണ്ടെത്താം?

നമുക്ക് 8560 എടുക്കാം. ഇതിൽ 2 മുതൽ 10 വരെയുള്ള ഏതെങ്കിലും ഘടകങ്ങൾ ഉണ്ടോ (2, 3, 4, 5, ..., 9, 10)?

ഈ സംഖ്യകളിൽ ചിലത് ഘടകങ്ങളാണോ അല്ലയോ എന്ന് പരിശോധിക്കാൻ എളുപ്പമാണ്. അവയെ കണ്ടെത്താമോ?

**10 കൊണ്ടുള്ള ഹരണം**

നമുക്ക് 10 എടുക്കാം. 8560 നെ 10 കൊണ്ട് വിഭജിക്കാൻ കഴിയുമോ? 10 എന്നത് 8560 ന്റെ ഘടകമാണോ എന്ന് ചോദിക്കുന്നതിനുള്ള മറ്റൊരു വഴിയാണ് ഇത്.

ഇതിനായി, നമുക്ക് 10 ന്റെ ഗുണിതങ്ങളിലെ പാറ്റേൺ നോക്കാം.

10 ന്റെ ആദ്യത്തെ കുറച്ച് ഗുണിതങ്ങൾ ഇവയാണ്: 10, 20, 30, 40, ... ഈ ക്രമം തുടരുക, പാറ്റേൺ നിരീക്ഷിക്കുക.

125 എന്നത് 10 ന്റെ ഗുണിതമാണോ? മുമ്പത്തെ ക്രമത്തിൽ ഈ സംഖ്യ ദൃശ്യമാകുമോ? എന്തുകൊണ്ട് അല്ലെങ്കിൽ എന്തുകൊണ്ട് ഇല്ല?

8560 നെ 10 കൊണ്ട് വിഭജിക്കാൻ കഴിയുമോ എന്ന് നിങ്ങൾക്ക് ഇപ്പോൾ ഉത്തരം നൽകാമോ?

 ഈ പ്രസ്താവന പരിചിന്തിക്കുക:

10 കൊണ്ട് വിഭജിക്കാവുന്ന സംഖ്യകൾ '0' ൽ അവസാനിക്കുന്നവയാണ്. നിങ്ങൾ യോജിക്കുന്നുണ്ടോ?



**5 കൊണ്ടുള്ള ഹരണം**

എളുപ്പത്തിൽ പരിശോധിക്കാൻ കഴിയുന്ന മറ്റൊരു സംഖ്യയാണ് 5 എന്ന സംഖ്യ. അതെങ്ങനെ ചെയ്യാം?

ഗുണിതങ്ങൾ പട്ടികപ്പെടുത്തിക്കൊണ്ട് പര്യവേക്ഷണം ചെയ്യുക: 5, 10, 15, 20, 25, ... ഈ സംഖ്യകളിൽ നിങ്ങൾ എന്താണ് നിരീക്ഷിക്കുന്നത്? അവസാന അക്കത്തിൽ നിങ്ങൾ ഒരു പാറ്റേൺ കാണുന്നുണ്ടോ?

5 കൊണ്ട് വിഭജിക്കാവുന്ന 399-ൽ താഴെയുള്ള ഏറ്റവും വലിയ സംഖ്യ ഏതാണ്? 8560 നെ 5 കൊണ്ട് വിഭജിക്കാൻ കഴിയുമോ?

 ഈ പ്രസ്താവന പരിചിന്തിക്കുക:

5 കൊണ്ട് വിഭജിക്കാവുന്ന സംഖ്യകൾ '0' അല്ലെങ്കിൽ '5' ൽ അവസാനിക്കുന്നവയാണ്. നിങ്ങൾ യോജിക്കുന്നുണ്ടോ?




**2 കൊണ്ടുള്ള ഹരണം**

2 ന്റെ ആദ്യത്തെ കുറച്ച് ഗുണിതങ്ങൾ 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, ...

നിങ്ങൾ എന്താണ് നിരീക്ഷിക്കുന്നത്? അവസാന അക്കത്തിൽ നിങ്ങൾ ഒരു പാറ്റേൺ കാണുന്നുണ്ടോ?

682 നെ 2 കൊണ്ട് വിഭജിക്കാൻ കഴിയുമോ? ഹരിച്ച് നോക്കാതെ നമുക്ക് ഇതിന് ഉത്തരം നൽകാൻ കഴിയുമോ?

8560 നെ 2 കൊണ്ട് വിഭജിക്കാൻ കഴിയുമോ? എന്തുകൊണ്ട് അല്ലെങ്കിൽ എന്തുകൊണ്ട് പാടില്ല?

 ഈ പ്രസ്താവന പരിചിന്തിക്കുക:

'0', '2', '4', '6' അല്ലെങ്കിൽ '8' എന്നിവയിൽ അവസാനിക്കുന്ന സംഖ്യകളാണ് 2 കൊണ്ട് വിഭജിക്കാവുന്ന സംഖ്യകൾ. നിങ്ങൾ സമ്മതിക്കുന്നുണ്ടോ?

399 നും 411 നും ഇടയിലുള്ള 2 ന്റെ ഗുണിതങ്ങൾ എന്തൊക്കെയാണ്?



**4 കൊണ്ടുള്ള ഹരണം**


ഒരു സംഖ്യയെ 4 കൊണ്ട് വിഭജിക്കാൻ കഴിയുമോ എന്ന് പരിശോധിക്കുന്നതും എളുപ്പത്തിൽ ചെയ്യാൻ കഴിയും!

അതിന്റെ ഗുണിതങ്ങൾ നോക്കുക: 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, ...

പ്രായോഗികമായ ഏതെങ്കിലും പാറ്റേണുകൾ നിരീക്ഷിക്കാൻ നിങ്ങൾക്ക് കഴിയുന്നുണ്ടോ? 10, 5, 2 എന്നിവയുടെ ഗുണിതങ്ങൾക്ക് അവയുടെ അവസാന അക്കങ്ങളിൽ ഒരു പാറ്റേൺ ഉണ്ട്, അത് ഡിവിസിബിലിറ്റി പരിശോധിക്കാൻ ഞങ്ങൾക്ക് ഉപയോഗിക്കാൻ കഴിയും. അതുപോലെ, അവസാന അക്കം നോക്കി ഒരു സംഖ്യയെ 4 കൊണ്ട് വിഭജിക്കാൻ കഴിയുമോ എന്ന് നമുക്ക് പരിശോധിക്കാൻ കഴിയുമോ?

അത് നടക്കില്ല! 12 ഉം 22 ഉം നോക്കുക. അവയ്ക്ക് ഒരേ അവസാന അക്കമുണ്ട്, പക്ഷേ 12 എന്നത് 4 ന്റെ ഗുണിതമാണ്, 22 അല്ല. അതുപോലെ 14 ഉം 24 ഉം ഒരേ അവസാന അക്കമാണ്, പക്ഷേ 14 എന്നത് 4 ന്റെ ഗുണിതമല്ല, അതേസമയം 24 ആണ്. അതുപോലെ, 16 ഉം 26 ഉം അല്ലെങ്കിൽ 18 ഉം 28 ഉം. അവസാന അക്കം നോക്കുന്നതിലൂടെ, ഒരു സംഖ്യ 4 ന്റെ ഗുണിതമാണോ എന്ന് നമുക്ക് പറയാൻ കഴിയില്ല എന്നതാണ് ഇതിന്റെ അർത്ഥം.

കൂടുതൽ അക്കങ്ങൾ നോക്കി നമുക്ക് ചോദ്യത്തിന് ഉത്തരം നൽകാൻ കഴിയുമോ? 1 നും 200 നും ഇടയിൽ 4 ന്റെ ഗുണിതങ്ങളുടെ ഒരു ലിസ്റ്റ് ഉണ്ടാക്കി ഒരു പാറ്റേൺ ലഭിക്കുന്നുണ്ടോ എന്ന് പരിശോധിക്കുക .

 4 കൊണ്ട് വിഭജിക്കാവുന്ന 330 നും 340 നും ഇടയിലുള്ള സംഖ്യകൾ കണ്ടെത്തുക. കൂടാതെ, 1730 നും 1740 നും ഇടയിലും 2030 നും 2040 നും ഇടയിലുമുള്ള 4 കൊണ്ട് വിഭജിക്കാൻ കഴിയുന്ന സംഖ്യകൾ കണ്ടെത്തുക . നിങ്ങൾ എന്താണ് കാണുന്നത്?

 8536 നെ 4 കൊണ്ട് വിഭജിക്കാൻ കഴിയുമോ?

 ഈ പ്രസ്താവനകൾ പരിചിന്തിക്കുക:

1. നൽകിയിരിക്കുന്ന സംഖ്യയെ 4 കൊണ്ട് വിഭജിക്കാൻ കഴിയുമോ എന്ന് തീരുമാനിക്കുമ്പോൾ അവസാനത്തെ രണ്ട് അക്കങ്ങൾ മാത്രമേ പ്രാധാന്യമർഹിക്കുന്നുള്ളൂ.
2. അവസാനത്തെ രണ്ട് അക്കങ്ങളാൽ രൂപം കൊള്ളുന്ന സംഖ്യ 4 കൊണ്ട് വിഭജിക്കപ്പെടുകയാണെങ്കിൽ, യഥാർത്ഥ സംഖ്യ 4 കൊണ്ട് വിഭജിക്കപ്പെടുന്നു.
3. യഥാർത്ഥ സംഖ്യയെ 4 കൊണ്ട് വിഭജിക്കാൻ കഴിയുമെങ്കിൽ, അവസാന രണ്ട് അക്കങ്ങളാൽ രൂപം കൊള്ളുന്ന സംഖ്യയും 4 കൊണ്ട് വിഭജിക്കപ്പെടുന്നു.

നിങ്ങൾ സമ്മതിക്കുന്നുണ്ടോ? എന്തുകൊണ്ട് അല്ലെങ്കിൽ എന്തുകൊണ്ട് ഇല്ല?

### 8 കൊണ്ടുള്ള ഹരണം

രസകരമെന്നു പറയട്ടെ, 8 ന്റെ ഡിവിസിബിലിറ്റി പരിശോധിക്കുന്നത് പോലും ലളിതമാക്കാൻ കഴിയും. അവസാനത്തെ രണ്ട് അക്കങ്ങൾ ഇതിനായി ഉപയോഗിക്കാമോ?

☀ 8 കൊണ്ട് വിഭജിക്കാവുന്ന 120 നും 140 നും ഇടയിലുള്ള സംഖ്യകൾ കണ്ടെത്തുക. 1120 നും 1140 നും ഇടയിലുള്ള സംഖ്യകളും 3120 നും 3140 നും ഇടയിലുള്ള സംഖ്യകളും കണ്ടെത്തുക. നിങ്ങൾ എന്താണ് നിരീക്ഷിക്കുന്നത്?

☀ 8560 ന്റെ അവസാന രണ്ട് അക്കങ്ങൾ മാറ്റുക, ബാക്കി വന്ന സംഖ്യ 8 ന്റെ ഗുണിതമാണ്.

☀ ഈ പ്രസ്താവനകൾ പരിചിന്തിക്കുക:

1. നൽകിയിരിക്കുന്ന സംഖ്യയെ 8 കൊണ്ട് വിഭജിക്കാൻ കഴിയുമോ എന്ന് തീരുമാനിക്കുമ്പോൾ അവസാന മൂന്ന് അക്കങ്ങൾ മാത്രമേ പ്രാധാന്യമർഹിക്കുന്നുള്ളൂ.
2. അവസാനത്തെ മൂന്ന് അക്കങ്ങളാൽ രൂപം കൊള്ളുന്ന സംഖ്യയെ 8 കൊണ്ട് വിഭജിക്കാൻ കഴിയുകയാണെങ്കിൽ, യഥാർത്ഥ സംഖ്യയും 8 കൊണ്ട് വിഭജിക്കപ്പെടുന്നു.
3. യഥാർത്ഥ സംഖ്യയെ 8 കൊണ്ട് വിഭജിക്കുകയാണെങ്കിൽ, അവസാന മൂന്ന് അക്കങ്ങളാൽ രൂപം കൊള്ളുന്ന സംഖ്യയും 8 കൊണ്ട് വിഭജിക്കപ്പെടുന്നു.



നിങ്ങൾ യോജിക്കുന്നുണ്ടോ? എന്തുകൊണ്ട് അല്ലെങ്കിൽ എന്തുകൊണ്ട് ഇല്ല?

ഒരു സംഖ്യ ഒരു ഘടകമാണോ അല്ലയോ എന്ന് പരിശോധിക്കാൻ എല്ലായ്പ്പോഴും നീണ്ട രീതിയിലുള്ള ഹരണം ആവശ്യമില്ലെന്ന് ഞങ്ങൾ കണ്ടു. 10, 5, 2, 4, 8 എന്നിവയ്ക്കായി ലളിതമായ രീതികൾ കൊണ്ടുവരാൻ ഞങ്ങൾ ചില നിരീക്ഷണങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ചു. മറ്റ് സംഖ്യകൾക്കും അത്തരം ലളിതമായ രീതികൾ ഉണ്ടോ? 3, 6, 7, 9 എന്നിവ ഉപയോഗിച്ച് ഡിവിസിബിലിറ്റി പരീക്ഷിക്കുന്നതിനുള്ള ലളിതമായ രീതികൾ ഞങ്ങൾ പിന്നീടുള്ള ക്ലാസുകളിൽ ചർച്ച ചെയ്യും!

### ☀ കണ്ടുപിടിക്കൂ.

1. 2024 ഒരു അധിവർഷമാണ് (ഫെബ്രുവരിയിൽ 29 ദിവസങ്ങളുള്ളതിനാൽ). 100 കൊണ്ട് തുല്യമായി വിഭജിക്കാവുന്നതും എന്നാൽ 400 കൊണ്ട് വിഭജിക്കാൻ കഴിയാത്തതുമായ വർഷങ്ങൾ ഒഴികെ, 4 ന്റെ ഗുണിതങ്ങളായ വർഷങ്ങളിലാണ് അധി വർഷങ്ങൾ സംഭവിക്കുന്നത്.
  - a. നിങ്ങൾ ജനിച്ച വർഷം മുതൽ ഇന്നുവരെ, ഏതൊക്കെ വർഷങ്ങൾ അധിവർഷങ്ങളായിരുന്നു?
  - b. 2024 മുതൽ 2099 വരെ, എത്ര അധിവർഷങ്ങളുണ്ട്?
2. 4 കൊണ്ട് വിഭജിക്കാവുന്നതും പാലിൻഡ്രോമുമായ ഏറ്റവും വലുതും ചെറുതുമായ 4 അക്ക സംഖ്യകൾ കണ്ടെത്തുക .
3. ഓരോ പ്രസ്താവനയും എല്ലായ്പ്പോഴും ശരിയാണോ, അല്ലെങ്കിൽ ചിലപ്പോൾ മാത്രം ശരിയാണോ അല്ലെങ്കിൽ ഒരിക്കലും ശരിയല്ല എന്നത് പര്യവേക്ഷണം ചെയ്ത് കണ്ടെത്തുക. നിങ്ങളുടെ ന്യായവാദത്തെ പിന്തുണയ്ക്കുന്നതിന് നിങ്ങൾക്ക് ഉദാഹരണങ്ങൾ നൽകാം

- a. രണ്ട് ഇരട്ട സംഖ്യകളുടെ ആകെത്തുക 4 ന്റെ ഗുണിതം നൽകുന്നു .
  - b. രണ്ട് ഒറ്റ സംഖ്യകളുടെ ആകെത്തുക 4 ന്റെ ഗുണിതം നൽകുന്നു.
4. ഇനിപ്പറയുന്ന സംഖ്യകളിൽ ഓരോന്നും എ) 10, ബി) 5, സി) 2 എന്നിവയാൽ വിഭജിക്കുമ്പോൾ ലഭിക്കുന്ന ശിഷ്ടം കണ്ടെത്തുക.  
78, 99, 173, 572, 980, 1111, 2345
5. 14560 എന്നത് 2, 4, 5, 8, 10 എന്നിവയാൽ വിഭജിക്കാവുന്നതാണോ എന്ന് അധ്യാപകൻ ചോദിച്ചു. ഈ സംഖ്യകളിൽ രണ്ടെണ്ണം മാത്രം ഉപയോഗിച്ച് 14560 ന്റെ വിഭജനം ഗുണ പരിശോധിച്ചു, തുടർന്ന് അവയെ ബാക്കിയെല്ലാം കൊണ്ടും വിഭജിക്കാവുന്നതാണെന്ന് പ്രഖ്യാപിച്ചു. എന്തായിരിക്കും ആ രണ്ട് സംഖ്യകൾ ?
6. 572, 2352, 5600, 6000, 77622160 ഇവയിൽ ഏതാണ് 2, 4, 5, 8, 10: എന്നീ സംഖ്യകൾ കൊണ്ട് ഹരിക്കാൻ കഴിയുന്നത്
7. ഗുണനഫലം 10000 ആയ രണ്ട് സംഖ്യകൾ എഴുതുക. രണ്ട് സംഖ്യകൾക്കും യൂണിറ്റ് അക്കമായി 0 ഉണ്ടായിരിക്കരുത്.

## 5.6 സംഖ്യകൾ കൊണ്ടുള്ള തമാശകൾ

### പ്രത്യേക സംഖ്യകൾ

ഈ ബോക്സിൽ നാല് അക്കങ്ങളുണ്ട്. ഏത് സംഖ്യയാണ് നിങ്ങൾക്ക് പ്രത്യേകമായി തോന്നുന്നത്? നിങ്ങളെന്ത് കൊണ്ടാണ് അങ്ങനെ പറയുന്നത്?

9	16
25	43

ഗുണയുടെ സഹപാഠികൾക്ക് പങ്കിടാനുള്ളത് എന്താണെന്ന് നോക്കുക:

- കർണാവതി പറയുന്നു, "9 പ്രത്യേകതയുള്ളതാണ്, കാരണം ഇത് ഒരു അക്ക സംഖ്യയാണ്, മറ്റെല്ലാ സംഖ്യകളും 2 അക്ക സംഖ്യകളാണ്".
- ഗുരുപ്രീത് പറയുന്നു, "9 പ്രത്യേകതയുള്ളതാണ്, കാരണം ഇത് 3 ന്റെ ഗുണിതമായ ഒരേയൊരു സംഖ്യയാണ്".
- മുരുകൻ പറയുന്നു, "16 സവിശേഷമാണ്, കാരണം ഇത് ഒരേയൊരു ഇരട്ട സംഖ്യയും 4 ന്റെ ഏക ഗുണിതവുമാണ്".
- ഗോപിക പറയുന്നു, "25 സവിശേഷമാണ്, കാരണം ഇത് 5 ന്റെ ഒരേയൊരു ഗുണിതമാണ്".
- യാഷ്വിനി പറയുന്നു, "43 പ്രത്യേകമാണ്, കാരണം ഇത് ഒരേയൊരു അഭാജ്യ സംഖ്യയാണ്".
- രാധ പറയുന്നു, "43 പ്രത്യേകമാണ്, കാരണം ഇത് വർഗ്ഗ സംഖ്യയല്ലാത്ത ഒരേയൊരു സംഖ്യയാണ്".

☀ ഓരോ ബോക്സിലും ഓരോ സംഖ്യകൾ വീതം 4 എണ്ണം വരുന്ന ചില ബോക്സുകൾ ചുവടെയുണ്ട്. ഓരോ ബോക്സിനുള്ളിലും ഓരോ സംഖ്യയും മറ്റുള്ളവയുമായി താരതമ്യപ്പെടുത്തുമ്പോൾ എങ്ങനെ സവിശേഷമാണെന്ന് പറയാൻ ശ്രമിക്കുക. അത് നിങ്ങളുടെ സഹപാഠികളുമായി പങ്കിടുക, നിങ്ങൾ നൽകിയ അതേ കാരണങ്ങൾ മറ്റാരാണ് നൽകിയതെന്ന് കണ്ടെത്തുക. നിങ്ങൾക്ക് ലഭിക്കാത്ത വ്യത്യസ്ത കാരണങ്ങൾ ആരെങ്കിലും നൽകിയിട്ടുണ്ടോ?



5	7	3	8	27	3	17	27
12	35	11	24	123	31	44	65

**ഒരു അഭാജ്യ പദപ്രശ്നം**

ഇടതുവശത്തുള്ള ചിത്രം ഒരു പദപ്രശ്നം കാണിക്കുന്നു. വലതുവശത്തുള്ള ചിത്രം പസിിലിന്റെ പരിഹാരം കാണിക്കുന്നു. പ്രശ്നം പരിഹരിക്കുന്നതിനുള്ള നിയമങ്ങൾ എന്താണെന്ന് ചിന്തിക്കുക.



			75	5	5	3	75
			42	2	3	7	42
			102	17	2	3	102
170	30	63		170	30	63	

**നിയമങ്ങൾ**

ഗ്രിഡിൽ അഭാജ്യ സംഖ്യകൾ മാത്രം പൂരിപ്പിക്കുക, അങ്ങനെ ഓരോ നിരയുടെയും ഗുണനഫലം വരിയുടെ വലതുവശത്തുള്ള സംഖ്യയാണ്, ഓരോ നിരയുടെയും ഗുണനഫലം നിരയ്ക്ക് താഴെയുള്ള സംഖ്യയാണ്.

			105
			20
			30
28	125	18	

			8
			105
			70
30	70	28	

			63
			27
			190
45	42	171	

			343
			660
			44
28	154	231	

### സംഗ്രഹം

- ഒരു സംഖ്യയെ മറ്റൊന്ന് കൊണ്ട് വിഭജിക്കുകയാണെങ്കിൽ, രണ്ടാമത്തെ സംഖ്യയെ ആദ്യ സംഖ്യയുടെ ഘടകം എന്ന് വിളിക്കുന്നു. ഉദാഹരണത്തിന്, 4 എന്നത് 12 ന്റെ ഒരു ഘടകമാണ്, കാരണം 12 നെ 4 കൊണ്ട് വിഭജിക്കാം  $(12) \div 4 = 3$ .
- 2, 3, 5, 7, 11, ... തുടങ്ങിയവയാണ് അഭാജ്യ സംഖ്യകൾ .അവയ്ക്ക് രണ്ട് ഘടകങ്ങൾ മാത്രമേ ഉള്ളൂ, അതായത് 1 ഉം അതേ സംഖ്യയും .
- 4, 6, 8, 9, ... തുടങ്ങിയവയാണ് ഭാജ്യ സംഖ്യകൾ അവയ്ക്ക് രണ്ടിൽ കൂടുതൽ ഘടകങ്ങളുണ്ട്, അതായത്, 1 ഒഴികെയുള്ള കുറഞ്ഞത് ഒരു ഘടകമെങ്കിലും ഉണ്ടായിരിക്കണം . ഉദാഹരണത്തിന്, 8 ന് ഘടകം 4 ഉം 9 ന് ഘടകം 3 ഉം ഉണ്ട്, അതിനാൽ 8 ഉം 9 ഉം ഭാജ്യ സംഖ്യയാണ്.
- 1 ൽ കൂടുതലുള്ള ഓരോ സംഖ്യയും അഭാജ്യ സംഖ്യകളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതാം. ഇതിനെ അഭാജ്യ ഘടകവൽക്കരണം എന്ന് വിളിക്കുന്നു. ഉദാഹരണത്തിന്,  $84 = 2 \times 2 \times 3 \times 7$ .
- ഘടകങ്ങളുടെ ക്രമീകരണം ഒഴികെ, ഒരു സംഖ്യ അഭാജ്യമായി കണക്കാക്കാൻ ഒരേയൊരു മാർഗമേയുള്ളൂ.
- 1 അല്ലാതെ ഒരു പൊതു ഘടകം ഇല്ലാത്ത രണ്ട് സംഖ്യകളെ കോ-പ്രൈം എന്ന് പറയപ്പെടുന്നു.
- രണ്ട് സംഖ്യകൾ കോ-പ്രൈം ആണോ എന്ന് പരിശോധിക്കാൻ, നമുക്ക് ആദ്യം അവയുടെ അഭാജ്യ ഘടകങ്ങൾ കണ്ടെത്താനും ഒരു പൊതു അഭാജ്യ ഘടകം ഉണ്ടോ എന്ന് പരിശോധിക്കാനും കഴിയും. പൊതുവായ അഭാജ്യ ഘടകം ഇല്ലെങ്കിൽ, അവ കോ-പ്രൈം ആണ്, അല്ലാത്തപക്ഷം അവ അല്ല.
- ആദ്യ സംഖ്യയുടെ പ്രൈം ഫാക്ടറൈസേഷൻ രണ്ടാമത്തെ സംഖ്യയുടെ പ്രൈം ഫാക്ടറൈസേഷനിൽ ഉൾപ്പെടുത്തിയിട്ടുണ്ടെങ്കിൽ ഒരു സംഖ്യ മറ്റൊരു സംഖ്യയുടെ ഘടകമാണ്.