



0674CH05

5.1 सामान्य गुणाकार आनी सामान्य घटक

इडली आनी वडाचो खेळ

भुरगीं वर्तुळांत बसून आंकड्याचो खेळ खेळटात.

एक भुरगो '1' म्हणत सुरवात करता. दुसरो खेळगडो '2' म्हणटा, आनी अशे तरेचे. पूण जेन्ना 3, 6, 9, ची पाळी येता... (3 चो गुणाकार), खेळगड्यान आंकड्या बदला 'इडली' म्हणपाक जाय. जेन्ना 5, 10, ची पाळी येता... (5 चो गुणाकार), खेळगड्यान आंकड्या बदला 'वडा' म्हणपाक जाय. जेन्ना एक आंकडो 3 चो गुणाकार आनी 5 चो गुणाकार अशे दोनूय आसतात तेन्ना खेळगड्यान 'इडली-वडा' म्हणपाक जाय! खेळगड्यान कसलीय चूक केल्यार ते बाद जातात.

फकत एकूच मनीस उरता म्हणसर हो खेळ फेरयेंत चालूच आसता.

खंयच्या आंकड्या खातीर खेळगड्यांनी नंबर म्हणचे परस 'इडली' म्हणपाक जाय? हीं आसतलीं 3, 6, 9, 12, 18, ... आनी अशें.

खेळगड्यांनी खंयच्या आंकड्या खातीर 'वडा' म्हणपाक जाय?

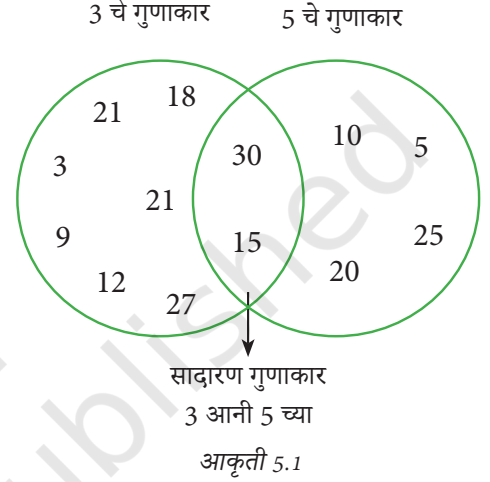
हीं आसतलीं 5, 10, 20, ... आनी अशें.

'इडली-वडा' अशें खेळगड्यांनी म्हणपाक जाय तो पयलो आंकडो खंयचो? तो 15 आसा, जो 3 चो गुणाकार आसा, आनी तशेंच 5 चो गुणाकार आसा. 3 आनी 5 ह्या दोनूय गुणांचो गुणाकार आशिल्ले अशे हेर आंकडे सोदून काडात. ह्या आंकड्यांक म्हणटात _____

सोदून काडप

- 10वे खेपे 'इडली-वडा' खंयच्या आंकड्यार म्हणटात?
- हो खेळ 1 ते 90 क्रमांकां खातीर खेळ्ळो जाल्यार, सोदून काडात:
 - भुरगीं कितले फावट 'इडली' म्हणटलीं (तातूंत 'इडली-वडा' म्हणपाच्या वेळांचो आस्पाव आसता)?
 - भुरगीं कितले फावट 'वडा' म्हणटलीं (तातूंत 'इडली-वडा' म्हणपाच्या वेळांचो आस्पाव आसता)?
 - भुरगीं कितले फावट 'इडली-वडा' म्हणटलीं?
- हो खेळ 900 मेरेन खेळ्ळो जाल्यार कितें? तुमचीं जाप कशीं बदलतलीं?
- ही आकृती कशी तरी 'इडली-वडा' खेळा कडेन संबंदीत आसा?

संकेतः. 30 मेरेन खेळ खेळपाची कल्पना करात. खेळ 60 मेरेन खेळ्ळो जाल्यार आंकडो काडचो.



आतां आमी 'इडली-वडा' हो खेळ वेगवेगळ्या आंकड्यांच्या जोड्यांनी खेळूंया:

- 2 आनी 5
- 3 आनी 7
- 4 आनी 6.

ल्हान संख्येच्या गुणांक 'इडली', व्हडल्या संख्येच्या गुणांक 'वडा' आनी सामान्य गुणांक 'इडली-वडा' अशें आमी म्हणटले. हो खेळ 60 मेरेन खेळ्ळो जाल्यार आकृती 5.1 सारको आंकडो काडचो.

काल आमी हो खेळ दोन आंकड्यांनी खेळ्ळो. आमी फकत 'इडली' वा 'इडली-वडा' म्हणत सोंपले आनी कोणूच फकत 'वडा' म्हणूंक नाशिल्लो!



तातूंतलो एक आंकडो 4 आशिल्लो.

अरे, कितें करूं येता ते आंकडे आसात!?



☀ हातूंतलो खंयचो आंकडो दुसरो आंकडो आसूं येता:

2, 3, 5, 8, 10?

जॅकपॉट उडी मारप

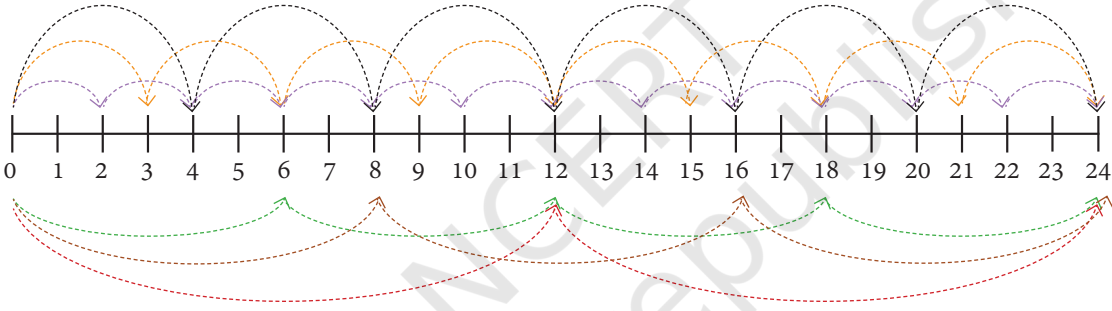
जम्पी आनी ग्रंपी एक खेळ खेळटात.

- ग्रंपी खंयच्या तरी आंकड्याचेर खजिनो दवरता. देखीक, तो 24 चेर दवरपाक शकता.
- जंपी उडी आकाराची निवड करता. ताणें 4 वेंचून काडल्यार ताका फकत 4 च्या गुणांचेर उडी मारची पडटा, ताची सुरवात 0 सावन जाता.
- ग्रंपीन दवरिल्ल्या नंबराचेर पावल्यार जम्पीक खजिनो मेळटा.

खंयच्या जंप आकारांक लागून जंपीक 24 चेर पावपाक मेळटलें?

ताणें 4 वेंचून काडल्यार: 4 चेर जंपी पावले → 8 → 12 → 16 → 20 → 24 → 28 → ...

हेर यशस्वी उडी आकाराचे म्हळ्यार 2, 3, 6, 8 आनी 12.



1 आनी 24 आकाराच्या उड्याचें कितें? ह्य तींय 24 चेर पावतली.

1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24 ह्या सगळ्या आंकड्यांनी 24 नेमके वांटे जातात. अश्या आंकड्यांक 24 चें फेक्टर वा डिवायजर म्हणटात तें याद करात.

ग्रंपीनखेळाचो पांवडो वाडयलो. दोन हजार दोन वेगवेगळ्या आंकड्याचेर दवरता. जंपीक उडी मारपाचो आकार वेंचून ताचेर चिकटून रावचें पडटा. वेंचून काडिल्ल्या उडी आकारान दोनूय आंकड्यांचेर पावले जाल्यारच जम्पीक खजिनो मेळटा. पयलीं भशेन जम्पी 0 वयल्यान सुरू करता.

ग्रंपीन खजिनो 14 आनी 36 चेर दवरला. आनी, जंपी 7 च्या उडी आकाराची निवड करता.

दोनूय खजिन्याचेर जंपी पावतलो? 0 सावन सुरू जावन तो 7 मेरेन उडी मारता → 14 → 21 → 28 → 35 → 42 ... आमकां दिसता तो 14 चेर पावतलो पूण 36 तो पावल्योच ना, ताका लागून

ताका खजिनो मेळना. ताणें खंयचो उडी आकार वेंचून काडपाक जाय आशिल्लो ?

14 चे फेक्टर अशे आसात: 1, 2, 7, 14. ताका लागून हे उडी आकार 14 चेर पावता.

36 चे फेक्टर अशे आसात: 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18 आनी 36. हे उडी आकार 36 चेर पावता.

म्हणटकच 1 वा 2 ह्या उडी आकारांचो आकार 14 आनी 36 ह्या दोनूय गजालींचेर पडटलो. 1 आनी 2 हे 14 आनी 36 चे कॉमन फेक्टर आसात हें लक्षांत घेयात.

उडी आकार, जाचो उपेग करून दोनूय खजिना मेरेन पावपाक मेळटा ते दोन आंकड्यांचे **कॉमन फेक्टर** जंय खजिनो दवरतात.

☀ खंयचो उडी आकार 15 आनी 30 ह्या दोनूय मेरेन पावपाक शकता ? जायते उडी आकार शक्य आसात. त्यो सगळ्यो सोदून काडपाचो यत्न करचो.

☀ सकयल दिल्ल्या तक्त्यात पळोयात. कितें लक्षांत येता ?

31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70

तक्त्यांत,

1. छायांकित आंकड्यां मदीं कितेंय समान आसा ?
2. वर्तुळाकार आंकड्यां मदीं कितेंय समान आसा ?
3. खंयचे आंकडे छायांकित आनी वर्तुळाकार अशे दोनूय प्रकार आसात ? ह्या आंकड्यांक कितें म्हणटात ?

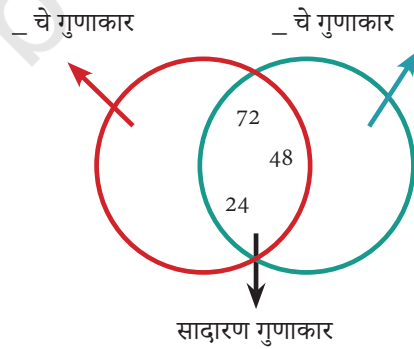
☀ **सोदून काडप**

1. 310 ते 410 मदीं आशिल्ले 40 चे सगळे गुणाकार सोदून काडात.

गणिताची
गजाल

2. हांव कोण ?
 - क. हांव 40 परस उणो आंकडो. म्हजो एक फेक्टर म्हळ्यार 7. म्हज्या अंकांची सम 8 आसा.
 - ख. हांव 100 परस उणो आंकडो. म्हजे दोन फेक्टर म्हळ्यार 3 आनी 5. म्हजो एक अंक दुसऱ्या आंकड्या परस 1 चड आसा.
3. ज्या संख्येखातीर ताच्या सगळ्या फेक्टरांची सम दुप्पट आसता ताका **परिपूर्ण संख्या** म्हण्टात. 28 हो आंकडो एक परिपूर्ण आंकडो. 1, 2, 4, 7, 14 आनी 28 हे ताचे फेक्टर आसात. तांची सम 56 म्हळ्यार दुप्पट 28. 1 ते 10 मदलो परिपूर्ण आंकडो सोदून काडात.
4. हाचे कॉमन फेक्टर सोदून काडात:

क. 20 आनी 28	ख. 35 आनी 50
ग. 4, 8 आनी 12	घ. 5, 15 आनी 25
5. खंयचेय तीन आंकडे सोदून काडात जे 25 चे गुणाकार आसात पूण 50 चे गुणाकार नात.
6. अंशू आनी ताचे इश्ट 'इडली-वडा' हो खेळ दोन आंकड्यांनी खेळटात, जे दोनूय 10 परस ल्हान आसतात. पयलेच फावट कोणूय 'इडली- वडा' म्हणटा तो 50 आंकड्या उपरांत. 'इडली' आनी 'वडा' नेमून दिल्ले दोन आंकडे कितें आसूं येतात ?
7. 'ट्रेजर हंटींग' करपाच्या खेळांत ग्रंपीन 28 आनी 70 चेर खजिनो दवरला. दोनूय आंकड्यांचेर खंयचे उडी आकार पडटले ?
8. सकयल दिल्ल्या आकृतींत गुणान सामान्य गुणाकार सोडल्यार सगळे आंकडे पुसून उडयल्यात. ते आंकडे कितें आसूं येतात तें सोदून काडात आनी रिकाम्या वाठारांनी आंकडे भरात.



9. 7 सोडल्यार 1 ते 10 मेरेनच्या सगळ्या आंकड्यांचो गुणाकार आशिल्लो सगळ्यांत ल्हान आंकडो सोदून काडात.
10. 1 ते 10 मेरेनच्या सगळ्या आंकड्यांचो गुणाकार आशिल्लो सगळ्यांत ल्हान आंकडो सोदून काडात.

5.2 प्राईम नंबर

गुणा आनी अंशू आपल्या शेतांत वाडपी फिग (अंजीर) पॅक करपाक सोदतात. गुणाक दरेक पेटयेंत 12 आंजिरां घालपाची आसात आनी अंशूक दर एका पेटयेंत 7 आंजिरां घालपाची आसात.

कितल्यो वेवस्था शक्य आसात ?

विचार करून वेगवेगळे मार्ग सोदून काडात कशे —

1. गुण आयतकृती पद्दतीन 12 आंजिराची वेवस्था करूंक शकता.
2. अंशू आयतकृती पद्दतीन 7 आंजिराची वेवस्था करूंक शकता.

गुणान ह्यो शक्यताय सांगल्यात.

दरेक वेवस्थेंत कितल्यो रांको आनी स्तंभ आसात ताचें निरिक्षण करचें.

तांचो 12 कडेन संबंद कसो आसा ?

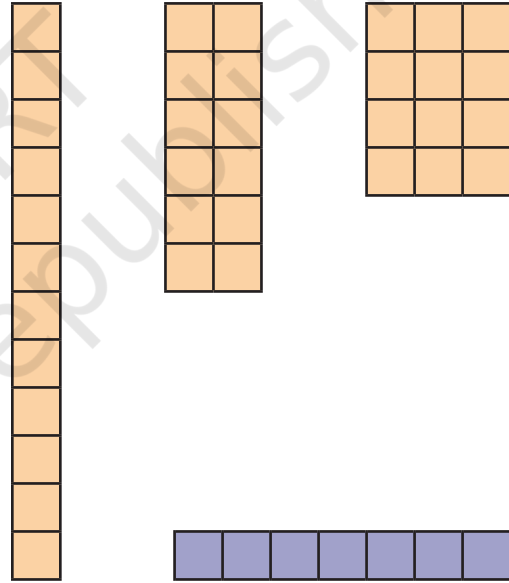
दुसरे वेवस्थेंत खातीर, देखीक, 12 आंजिरां दरेकी 6 वा $12 = 2 \times 6$ अशा दोन स्तंभांत मांडल्यांत.

अंशू एकूच करपाक वेवस्था शकलो 7×1 वा 1×7 . हेर आयतकृती वेवस्था शक्य ना.

12 हातूंत दोन परस चड फेक्टर आशिल्ल्यान 12 ह्या आंकड्याक एका परस चड तरांनी आयत करूं येता अशें आमी पळयलें. 7 ह्या आंकड्याची मांडावळ फकत एकूच तरेन करूं येता, कारण तातूंत 1 आनी 7 अशे फकत दोन फेक्टर आसात.

ज्या संख्येंत फकत दोन घटक आसतात तांकां प्राईम नंबर वा प्राईम अशें म्हण्टात. हातूंत पयलीं कांय प्राईम आसात – 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19. प्राईम नंबर फेक्टर 1 आनी स्वता संख्या आसात हें लक्षांत घेयात.

दोन परस चड फेक्टर आशिल्ल्या आंकड्यांचें कितें ? तांकां कपोझिट संख्या अशें म्हण्टात. पयले कांय कपोझिट आंकडे अशे आसात – 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18, 20.



1, जातूंत एकूच फेक्टर आसा ताचें कितें? 1 हो आंकडो प्राईम वा संमिश्र आंकडो न्हय.

☀️ 21 ते 30 मेरेन कितले प्राईम आंकडे आसात? 21 ते 30 मेरेन कितले कंपोजिट आंकडे आसात?

1 ते 100 मेरेनच्या सगळ्या प्रायम आंकड्यांची वळेरी आमी करूंक शकतात?

प्राईम संख्या सोदपाचो एक मनोरंजक मार्ग हांगा आसा. फकत सकयल दिल्ल्या चरणांक पाळो दिवन कितें जाता तें पळयात.

स्टेप 1: 1 क्रॉस आउट करात कारण तो प्राईम ना आनी कंपोजिट ना.

स्टेप 2: वर्तुळ 2, आनी उपरांत ताचे उपरांत 2 चे सगळे गुणाकार म्हळ्यार 4, 6, 8 आनी अशे तरेन पार करात.

स्टेप 3: फुडलो अनीक्रॉस केल्लो आंकडो 3 आसा अशें तुमकां दिसतलें. वर्तुळ 3 आनी ताचे उपरांत 3 चे सगळे गुणाकार म्हळ्यार 6, 9, 12 आनी अशे तरेन भायर काडटात.

स्टेप 4: फुडलो अनीक्रॉस केल्लो आंकडो 5 आसा. वर्तुळ 5 आनी ताचे उपरांत 5 चे सगळे गुणाकार म्हळ्यार 10, 15, 20 आनी अशे तरेन पार करात.

स्टेप 5: वळेरेंतले सगळे नंबर एकतर वर्तुळाकार वा क्रॉस ही प्रक्रिया चालू दवरची.

सगळ्यो वर्तुळाकार आंकडो प्राईम आंकडो आसतात. 1 सोडून हेर सगळ्यो क्रॉस आउट आंकडो कंपोजिट आंकडो आसात. हे पद्दतीक एराटोस्थेनीसाची सायव्ह अशें म्हण्टात.

100 परस चड आंकड्यां खातीरय ही प्रक्रिया करूं येता. एराटोस्थेनीज हो ग्रीक गणितज्ञ आसून ताणें सुमार 2200 वर्सां पयलीं रावन प्राईमांची वळेरी करपाची ही पद्दत विकसीत केली.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

हें निश्चितपणान कांय जादू न्हय; ते काम करपाचें कारण आसपाक जाय



गुणा आनी अंशु कशे तरेन विचार करपाक लागले ही सादी पद्दत प्राईम संख्या कशी सोदून काडटा असो प्रस्न गुणा आनी अंशु हांकां पडपाक लागलो! ही पद्दत कशी काम करता हाचो विचार करचो. वयर दिल्ल्या स्टेपसांचो परत वाचन करात आनी दरेक स्टेप चालीक लायल्या उपरांत कितें घडटा तें पळयात.

🌀 सोदून काडप

1. 2 हो एक प्राईम आनी सम आंकडोय आसा अशें आमकां दिसता. आनीक खंयचोय इव्हन प्राईम आसा ?
2. 100 मेरेनच्या प्राईमांची वळेरी पळयात. सलग दोन प्राईमामदीं सगळ्यांत ल्हान फरक कितें? सगळ्यांत व्हडलो फरक कितें?
3. आदल्या पानाचेर आशिल्ल्या कोश्टकांत दर एका पंगडांत समान प्रमाणांत प्राईम घडटात व्हय? खंयच्या दशकांत सगळ्यांत उणें प्राईम आसात? खंयचे कडेन सगळ्यांत चड प्राईम आसात?

युगांतल्यान प्राईम

प्राईम नंबर म्हळ्यार सगळ्या पुराय आंकड्यांचे बिल्डिंग ब्लॉक. ग्रीक संस्कृतायेच्या काळासावन (2000 वर्सा परस चड वर्सां पयलीं) आयज मेरेन गणितज्ञ अजुनूय आपलीं गुपीतां उगडास करपाक धडपडटात!

विचारा खातीर जेवण: सगळ्यांत व्हडलो प्राईम आंकडो आसा? वा मुखेल आंकड्यांची वळेरी शेवट नासतना चलता? युक्लिड नांवाच्या गणितज्ञाक जाप मेळ्ळी आनी तशेंच तुमी उपरांतच्या वर्गांत आसतले!

मजेची गजाल: कोणेंय 'बरयल्लो' सगळ्यांत व्हडलो प्राईम नंबर इतलो व्हड आसा की तो बरोवपाक सुमार 6500 पानां लागतलीं! म्हणटकच तांकां तें फकत संगणकाचेर बरोवंक मेळटालें!

4. हातूंतलो खंयचो आंकडो प्राईम आसा: 23, 51, 37, 26?
5. 20 परस उण्या प्राईमच्या संख्यांच्यो तीन जोडयो बरयात जाची सम 5 चो गुणाकार आसा.
6. 13 आनी 31 हे आंकडे प्राईम संख्या आसात. ह्या दोनूय आंकड्यांचे 1 आनी 3 सारके अंक आसात. 100 मेरेन प्राईम संख्येच्यो अश्यो जोडयो सोदून काडात.
7. 1 ते 100 हांचे मदीं सलग सात कंपोजिट आंकडे सोदून काडात.
8. जुळे प्राईम 2 चो फरक आशिल्ल्या प्राईम जोडयो आसात. देखीक, 3 आनी 5 हे जुंवे प्राईम आसात. तशेंच 17 आनी 19 आसात. 1 ते 100 हांचे मदले हेर जुळे प्राईम सोदून काडात.

9. दरेक विधान बरोबर काय चूक ते सोदून काडात. स्पश्ट करात.
 - क. खंयचोच प्राईम क्रमांक नासता जाचो एकक आंकडो 4 आसा.
 - ख. प्राईमाचें गुणनफल लेगीत प्राईम आसूं येता.
 - ग. प्राईम नंबरांत कसलेच घटक आसनात.
 - घ. सगळ्यो सम संख्या कंपोजिट आंकडो आसतात.
 - ड. 2 हो प्राईम आनी फुडलो आंकडो, 3. हेर दर एका प्राईमा खातीर फुडलो आंकडो कंपोजिट आसता.
10. सकयल दिल्ल्या आंकड्यांतलो खंयचो आंकडो नेमको तीन वेगळ्या प्राईम संख्यांचो गुणनफल आसा: 45, 60, 91, 105, 330?
11. एकदां 2, 4 आनी 5 ह्या दरेक आंकड्याचो वापर करून तुमी कितले तीन अंकी प्राईम क्रमांक करूंक शकतात?
12. 3 हो प्राईम आंकडो आसा आनी $2 \times 3 + 1 = 7$ हेंय एक प्राईम आसा अशें निरिक्षण करात. हेर प्राईम आसात जांकां दुप्पट करप आनी 1 जोडल्यार आनीक एक प्राईम मेळटा? अशीं उण्यांत उणीं पांच उदाहरणां सोदून काडात.

5.3 सुरक्षीत खजिन्या खातीर सह-प्राईम नंबर

खंयच्यो जोडयो सुरक्षीत आसात?

आमी परत खजिनो सोदपाच्या खेळा कडेन वचूया. ह्या वेळार दोन आंकड्याचेर खजिनो दवरतात. एकाच उडी आकारान दोनूय आंकड्या मेरेन पावपाक मेळ्ळे जाल्यारूच जम्पीक खजिनो मेळटलो. तशेंच एक नवो नेम आसा – 1 च्या उडी आकाराक परवानगी ना.

☀ जम्पीक दोनूय खजिन्या मेरेन पावपाक मेळचें न्हय म्हूण जंपीन खजिनो खंय दवरचो?

12 आनी 26 चेर खजिनो दवरपाक मेळटले? ना! उडी मारपाचो आकार 2 अशें वेंचून काडल्यार जंपी 12 आनी 26 ह्या दोनायचेर पावतलो.

4 आनी 9 चें कितें? 1 सोडून हेर खंयच्याय उडी आकाराचो वापर करून जंपी दोनूय कडेन पावपाक शकना. म्हणटकच 4 आनी 9 ही जोडी सुरक्षीत आसा हें जम्पीक खबर आसा.

ह्यो जोडयो सुरक्षीत आसात काय ना तें तपासून पळयात:

- | | |
|--------------|--------------|
| क. 15 आनी 39 | ख. 4 आनी 15 |
| ग. 18 आनी 29 | घ. 20 आनी 55 |

सुरक्षीत जोड्यांचें खाशेलेंपण कितें? तांकां 1 सोडून हेर खंयचोच कॉमन फेक्टर नासता. दोन आंकडो 1 सोडून हेर खंयचोच कॉमन फेक्टर नासल्यार एकामेकांक सह-प्राईम अशें म्हण्टात.

देखीक-: 15 आनी 39 हातूंत 3 हो एक कॉमन फेक्टर आशिल्ल्यान ते सह-प्राथमीक. पूण 4 आनी 9 हे सह-प्राईम न्हय. पूण 4 आनी 9 हे सह-प्राईम आसात.

☀ सकयल दिल्ल्या आंकड्यांच्यो खंयच्यो जोडयो सह-प्राईम आसात?

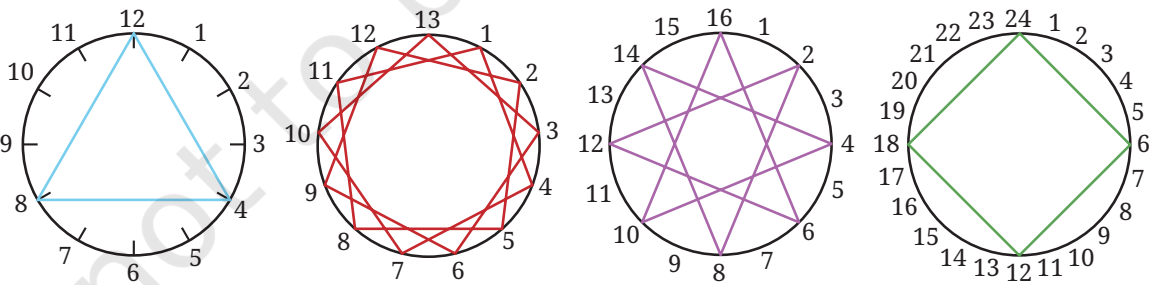
- क. 18 आनी 35 ख. 15 आनी 37 ग. 30 आनी 415
घ. 17 आनी 69 ङ. 81 आनी 18

☀ वेगवेगळ्या नंबर जोडयांनी 'इडली-वडा' खेळ खेळटना अंशून कितें तरी मनोरंजक निरिक्षण केलें!!

- केन्ना केन्नाय पयलो सामान्य गुणाकार दोन आंकड्यांच्या गुणांक सारको आसतालो.
 - हेर वेळार पयलो सामान्य गुणांक दोन आंकड्यांच्या गुणांपरस उणो आसतालो.
- वयर दिल्ल्या दरेक एकाची उदाहरणां सोदून काडात. संख्या जोडी सह-प्राईम जावपा कडेन ताचो संबंद कसो आसा?

सह-प्राईम कला

☀ सकयल दिल्ल्या धाग्या कलेचें निरिक्षण करात. पयल्या आकृतींत 12 पेग आसून दर चवथ्या पेगाक धागो बांदला (धाग्याचे-अंतर 4 अशें आमी म्हणटात). दुसऱ्या आकृतींत 13 पेग आनी धाग्याचे-अंतर 3 आसा. हेर आकृतींचें कितें? ह्या चित्रांचें निरिक्षण करात, वर्गांत तुमचे सोद शेअर करात आनी चर्चा करात.



कांय आकृतींत दर एका खंयच्याक धागो बांदल्यात. कांय कडेन ते ना. दोन आंकडो (पेगांचो आंकडो आनी धाग्याचे-गॅप) सह-प्राईम जावपा कडेन ताचो संबंद आसा?

गणिताची गजाल

गणिताची गजाल

सकयल दिल्ल्या गजालीं खातीर अशीं चित्रां तयार करात:

क. 15 पेग, 10 चो धागो-अंतर

ख. 10 पेग, 7 चो धागो-अंतर

ग. 14 पेग, 6 चो धागो-अंतर

घ. 8 पेग, 3 चो धागो-अंतर

5.4 प्राईम फॅक्टरायझेशन

दोन नंबर सह-प्राईम आसात काय ना तें तपासात

शिक्षकः.

56 आनी 63 को-प्राईम आसात ?

अंशु आनी गुणा-

तांचो 1 सोडून हेर कॉमन फेक्टर आसल्यार ते सह-प्राईम नासतात. आमी तपासून पळोवया.


आंशु:

म्हाका 56 बरोवंक मेळटा = 14×4 आनी $63 = 21 \times 3$. म्हणटकच 14 आनी 4 हे घटक, 56 चे. तशेंच 21 आनी 3 हे 63 चे घटक आसात. ताका लागून कॉमन फेक्टर नात. आंकडो सह-प्राईम आसता.

गुणाः.

मात्सो राव. तशेंच 56 बरोवंक शकता = 7×8 आनी $63 = 9 \times 7$. 7 हो दोनूय आंकड्यांचो फेक्टर आसा अशें आमकां दिसता, देखून तो सह-प्राईम न्हय.

स्पश्टपणान गुणा बरोबर आसा, कारण 7 हो एक कॉमन फेक्टर.

 पूण अंशु खंय चुकलो ?

बरयात $56 = 14 \times 4$ आनी 4 हे दोनूय फेक्टर 56 चे आसात अशें 4 आमकां सांगता, पूण तातूंत 56 चे सगळे फेक्टर सांगनात. तशेंच 63 च्या फेक्टर विशीं आसा.

आनीक एक उदाहरण पळयात: 80 आनी 63. दोनूय आंकड्यांचे फॅक्टरायझेशन करपाचे जायते मार्ग आसात.

$$80 = 40 \times 2 = 20 \times 4 = 10 \times 8 = 16 \times 5 = ???$$

$$63 = 9 \times 7 = 3 \times 21 = ???$$

ह्या आंकड्यांचे फॅक्टरायझेशन करपाचे आनीक मार्ग आसूं येतात अशें सांगपा खातीर आमी '???' बरयलां. पूण दिल्लें खंयचेंय फॅक्टरायझेशन आमी घेतलें जाल्यार, देखीक, $80 = 16 \times 5$ आनी $63 = 9 \times 7$, तेन्ना कॉमन फेक्टर नात. 80 आनी 63 हे सह-प्राईम आसात असो निश्कर्श काडूं येता? अंशुची वयली चूक दाखयता तशें आंकड्यांचे फॅक्टरायझेशन करपाचे हेर मार्ग आसूं येतात असो निश्कर्श आमी काडूंक शकनात.

हाचो अर्थ असो की दोन आंकडे सह-प्राईम आसात काय ना तें तपासपा खातीर आमकां चड पद्दतशीर पद्दतीची गरज आसा.

प्राईम फॅक्टरायझेशन

56 सारको आंकडो घेवचो. तें कंपोजिट आसा, जशें आमी पळयलें की तें अशें बरोवंक मेळटा $56 = 4 \times 14$. म्हणटकच 4 आनी 14 हे दोनूय फेक्टर 56 चे घटक आसात. आतां हातूंतलो एक म्हण 14 घेयात. तशेंच कंपोजिट आसून $14 = 2 \times 7$ अशें बरोवंक मेळटा. ताका लागून $56 = 4 \times 2 \times 7$. आतां कंपोजिट आसून अशें बरोवंक मेळटा $4 = 2 \times 2$. देखून, $56 = 2 \times 2 \times 2 \times 7$. हांगा दिसपी सगळे फेक्टर, 2 आनी 7, हे प्राईम आंकडे आसात. ताका लागून आमी तांकां आनीक वांटून घेवंक शकनात.

निमाणेकडेन आमी 56 हें प्राईम संख्यांचें प्राईम म्हूण बरयलां. हाका 56 चें प्राईम फॅक्टरायझेशन अशें म्हण्टात. वैयक्तीक घटकांक मुखेल फेक्टर म्हण्टात. देखीक, 56 चे मुखेल फेक्टर म्हळ्यार 2 आनी 7.

1 परस चड दर एका आंकड्याचें मुखेल फॅक्टरायझेशन आसता. कल्पना एकूच आसा: फकत प्राईम उरतकच कंपोजिट आंकड्यांक फेक्टरांत मोडत रावप.

1 ह्या आंकड्याक कसलेंच प्राईम फॅक्टरायझेशन ना. तो खंयच्याच प्राईम संख्येन विभाज्य जायना.

7 सारक्या प्राईम आंकड्याचें प्राईम फॅक्टरायझेशन कितें? तें फकत 7 (आमी तें आनीक मोडूंक शकनात).

आनीक कांय उदाहरणां पळोवया.

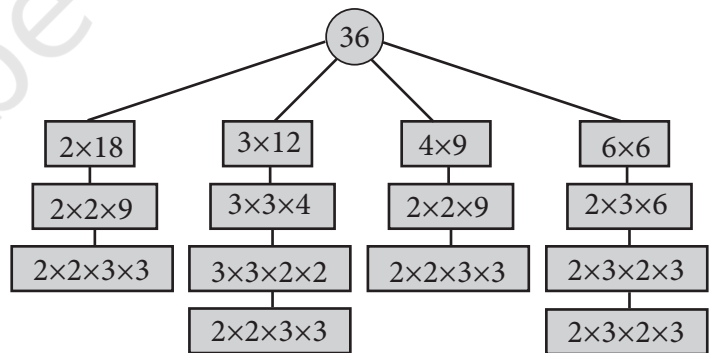
आंकडो मोडपाच्या वेगवेगळ्या मार्गांतल्यान वचून आमी 63 अशें 3 अशें बरयलां $\times 3 \times 7$ आनी तशें $3 \times 7 \times 3$. तीं वेगळीं आसात? सामकेंच न्हय! दोनूय बाबतींत 3 आनी 7 हीं एकूच प्राईम संख्या घडटात. फुडें 3 दोन फावट आनी 7 एकदां दिश्टी पडटा.

हांगा तुमकां 36 चें प्राईम फॅक्टरायझेशन मेळोवपाचे चार वेगवेगळे मार्ग दिसतात. चारूय बाबतींत आमकां दोन 2 आनी दोन 3 मेळटात अशें निरिक्षण करचें.

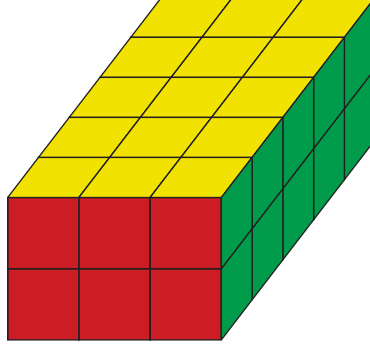
चारूय बाबतींत तुमकां 36 मेळटात हें पळोवपाक परत गुणाकार करात.

खंयच्याय आंकड्या खातीर, मुखेल घटक वेगवेगळ्या क्रमांत येवंक शकतात हें सोडल्यार फकत एकूच मुखेल फेक्टर आसता ही एक उल्लेखनीय वस्तुस्थिती. आमी सकयल

स्पश्ट करतात तसो क्रम म्हत्वाचो ना. पूण, ह्या उदाहरणांनी आमी पळयल्ले प्रमाण, प्राईम फॅक्टरायझेशनांत पावपाचे जायते मार्ग आसात!



आदेशाक म्हत्व आसा ?



ही आकृती वापरून, $30 = 2 \times 3 \times 5$ तुमी कित्याक हें स्पश्ट करूं शकता, तुमी खंयचेय वटेन गुणाकार केले तरी 2, 3 आनी 5 ?

आंकड्यांक गुणाकार करतना आमी खंयच्याय क्रमान तशें करूंक शकतात. निमाणो परिणाम तसोच जाता. तेखातीर जेन्ना दोन 2 आनी दोन 3 खंयच्याय क्रमान गुणाकार जातात तेन्ना आमकां 36 मेळटात. उपरांतच्या वर्गांत आमी हाचो अभ्यास कम्प्युटेरिव्हिटी आनी असोसियेटिव्हिटी गुणाकार ह्या नांवान करतले.

अशे तरेन आदेशाक कांयच फरक पडना. सादारणपणान आमी प्राईम आंकडे वाडट्या क्रमान बरयतात. देखीक, $225 = 3 \times 3 \times 5 \times 5$ वा $30 = 2 \times 3 \times 5$.

दोन आंकड्यांच्या गुणाकार प्राईम फॅक्टरायझेशन

जेन्ना खंयच्याय आंकड्याचें प्राईम फॅक्टरायझेशन आमकां मेळटा तेन्ना आमी पयलीं तें दोन फेक्टराचे गुणाकार म्हूण बरयतात. देखीक, $72 = 12 \times 6$. तेन्ना दर एका फेक्टराचे प्राईम फॅक्टरायझेशन आमकां मेळटा. वयल्या उदाहरणांत, $12 = 2 \times 2 \times 3$ आनी $6 = 2 \times 3$. आतां 72 चें प्राईम फॅक्टरायझेशन कितें तें सांगपाक शकता ?

हें एकठांय करून मूळ आंकड्याचें प्राईम फॅक्टरायझेशन मेळटा.

$$72 = 2 \times 2 \times 3 \times 2 \times 3$$

हाका आमी $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$ अशेंय बरोवंक शकतात. गुणाकार करून 72 परत मेळटा काय ना तें तपासून पळयात !

72 च्या फॅक्टरायझेशनांत दरेक प्राईम फेक्टर कितले फावट घडटा तें पळयात.

12 आनी 6 हांच्या एकठांय दवरिल्ल्या फॅक्टरायझेशनांत कितले फावट घडटा हाचे कडेन ताची तुळा करात.

☀ सोदून काडप

1. सकयल दिल्ल्या आंकड्यांचे प्राईम फॅक्टरायझेशन सोदून काडात: 64, 104, 105, 243, 320, 141, 1728, 729, 1024, 1331, 1000.
2. एका आंकड्याच्या प्राईम फॅक्टरायझेशन एक 2, दोन 3 आनी एक 11 आसता. आंकडो कितें?
3. 30 परस उणे अशे तीन प्राईम क्रमांक सोदून काडात, जांचें गुणाकार 1955 आसा.
4. पयलीं गुणाकार करिनासतना ह्या आंकड्यांचें प्राईम फॅक्टरायझेशन सोदून काडप
क. 56×25 ख. 108×75 ग. 1000×81
5. सगळ्यांत ल्हान संख्या खंयची जाच्या प्राईम फॅक्टरायझेशनांत आसा:
क. तीन वेगवेगळे प्राईम आंकडे?
ख. चार वेगवेगळे प्राईम आंकडे?

संख्यांच्या अभ्यासांत प्राईम फॅक्टरायझेशनाक मुळावें म्हत्व आसा. ताचो उपेग जावं येता अशे दोन मार्ग आमी चर्चा करूया.

दोन क्रमांक सह-प्राईम आसात काय ना तें तपासपाक प्राईम फॅक्टरायझेशन वापरप

आमी परत 56 आनी 63 हे आंकडे घेवया. तीं सह-प्राईम आसात काय ना तें आमी कशें तपासून पळोवंक शकतात? दोनूय आंकड्यांचे प्राईम फॅक्टरायझेशन आमी वापरूं येता —

$$56 = 2 \times 2 \times 2 \times 7 \text{ आनी } 63 = 3 \times 3 \times 7$$

आतां आमकां दिसता की 7 हो 56 तशेंच 63 चो प्राईम फेक्टर आसा. ताका लागून 56 आनी 63 हे सह-प्राईम नात.

80 आनी 63 चें कितें? तांचे प्राईम फेक्टर अशे आसात-

$$80 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \text{ आनी } 63 = 3 \times 3 \times 7$$

तातूंत कॉमन प्राईम फेक्टर नात. तीं सह-प्राईम आसात असो निश्कर्श आमी काडूं शकता? समजा तांचे कडेन कंपोजिट असो एक कॉमन फेक्टर आसा. ह्या कंपोजिट कॉमन फेक्टराचे प्राईम फेक्टर 80 आनी 63 च्या प्राईम फॅक्टरायझेशनां दिश्टी पडटले?

ताका लागून समान प्राईम फेक्टर नासल्यार दोनूय आंकडे सह-प्राईम आसतात अशें आमी म्हणूं येता. कांय उदाहरणां पळोवया.

देखीक-: 40 आनी 231 हांचो विचार करात. तांचे प्राईम फेक्टर अशे आसात-

$$40 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 \text{ आनी } 231 = 3 \times 7 \times 11$$

आमकां दिसता की 40 आनी 231 ह्या दोनूय भागांची विभागणी करपी समान प्राईम नात. खरेंच 40 चे प्राईम फेक्टर 2 आनी 5 जाल्यार 231 चे प्राईम फेक्टर म्हळ्यार 3, 7 आनी 11. ताका लागून 40 आनी 231 हे सह-प्राईम आसात!

देखीक-: 242 आनी 195 हांचो विचार करात. तांचे प्राईम फेक्टर अशे आसात-

$$242 = 2 \times 11 \times 11 \text{ आनी } 195 = 3 \times 5 \times 13$$

242 चे प्राईम फेक्टर म्हळ्यार 2 आनी 11. 195 चे प्राईम फेक्टर म्हळ्यार 3, 5 आनी 13. तातूंत कॉमन प्राईम फेक्टर नात. ताका लागून 242 आनी 195 हे सह-प्राईम आसात.

एक आंकडो दुस-यान विभाज्य आसा काय ना तें तपासपाक प्राईम फॅक्टरायझेशन वापरप

एक आंकडो दुसऱ्या आंकड्यान विभाज्य आसल्यार पयल्या आंकड्याच्या प्राईम फॅक्टरायझेशन दुसऱ्या आंकड्याचें प्राईम फॅक्टरायझेशन आस्पावता, अशें आमी म्हणूं येता.

48 हें 12 न विभाज्य जाता अशें आमी म्हणटात कारण जेन्ना आमी 48 क 12 वांटे करतात तेन्ना उरिल्लें शून्य आसता. लांब विभाजन करिनासतना एक आंकडो दुसऱ्या विभाज्य आसा काय ना तें आमी कशें तपासून पळोवंक शकतात?

देखीक-: 168 12 न विभाज्य आसा काय? दोगांयचीं प्राईम फेक्टर सोदून काडात:

$$168 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 7 \text{ आनी } 12 = 2 \times 2 \times 3$$

आमी खंयच्याय क्रमान गुणाकार करूंक शकतात म्हूण आतां हें स्पश्ट जालां की,

$$168 = 2 \times 2 \times 3 \times 2 \times 7 = 12 \times 14$$

ताका लागून 168 हें 12 न विभाज्य जाता.

देखीक-: 75 21 न विभाज्य आसा काय? दोगांयचीं प्राईम फेक्टर सोदून काडात:

$$75 = 3 \times 5 \times 5 \text{ आनी } 21 = 3 \times 7$$

वयर जाल्ले चर्चेत आमी पळयल्ले प्रमाण, 75 हो 21 चो गुणाकार आसल्यार 21 चे सगळे प्राईम फेक्टर लेगीत 75 चे प्राईम फेक्टर आसतले. पूण 7 हो 21 चो प्राईम फेक्टर पूण 75 चो प्राईम फेक्टर न्हय. ताका लागून 75 हें 21 न विभाज्य जायना.

देखीक-: 42 12 न विभाज्य आसा काय? दोगांयचे प्राईम फेक्टर सोदून काडात:

$$42 = 2 \times 3 \times 7 \text{ आनी } 12 = 2 \times 2 \times 3$$

12 चे सगळे प्राईम फेक्टर हेय 42 चे प्राईम फेक्टर आसात. पूण 42 च्या प्राईम फॅक्टरायझेशनांत 12 च्या प्राईम फॅक्टरायझेशनचो आस्पाव ना. हाचें कारण म्हळ्यार 2 12 च्या प्राईम फॅक्टरायझेशनांत दोन फावटीं पूण 42 च्या प्राईम फॅक्टरायझेशनांत फकत एक फावट घडटा. हाचो अर्थ 42 12 न विभाज्य जायना.

एक आंकडो दुसऱ्या आंकड्यान विभाज्य आसल्यार पयल्या आंकड्याच्या प्राईम फॅक्टरायझेशन दुसऱ्या आंकड्याचें प्राईम फॅक्टरायझेशनांत आस्पावता, अशें आमी म्हणूं येता.

☀ सोदून काडप

- सकयल दिल्ल्या आंकड्यांच्या जोडयो सह-प्राईम आसात? पयलीं अदमास काडात आनी मागीर तुमची जाप तपासपाक प्राईम फॅक्टरायझेशन वापरात.

क. 30 आनी 45	ख. 57 आनी 85
ग. 121 आनी 1331	घ. 343 आनी 216
- पयलो आंकडो दुसऱ्यान विभाज्य आसा काय? प्राईम फॅक्टरायझेशन वापरप.

क. 225 आनी 27	ख. 96 आनी 24
ग. 342 आनी 17	घ. 999 आनी 99
- पयल्या आंकड्यांत प्राईम फॅक्टरायझेशन $2 \times 3 \times 7$ आसा आनी दुसऱ्या आंकड्यांत प्राईम फॅक्टरायझेशन $3 \times 7 \times 11$ आसा. ते सह-प्राईम आसात? तातूंतलो एक दुसऱ्यान भागाकार करात?
- गुणा म्हणटा, “खंयचेय दोन प्राईम क्रमांक सह-प्राईम आसतात?”. तो बरोबर आसा?

5.5 विभाज्यताय चांचण्यो

आतां मेरेन आमी वेगवेगळ्या संदर्भांत आंकड्यांचे फेक्टर सोदून काडल्यात, तातूंत एक संख्या प्राईम आसा काय ना हें थारावप, वा दिल्ल्या संख्यांची जोडी सह-प्राईम आसा काय ना हें थारावपाचो आस्पाव जाता.

ल्हान संख्येचे फेक्टर सोदून काडप सोंपें जाता. व्हड संख्येचे फेक्टर आमकां कशे मेळटात?
 आमी 8560 घेवया. तातूंत 2 ते 10 मेरेन कांय फेक्टर आसात काय (2, 3, 4, 5, ..., 9, 10)?
 लांबायेचें विभाजन करिनासतना हातूंतले कांय आंकड्याचे फेक्टर आसात काय ना हें तपासून पळोवप
 सोंपें. तुमी सोदू शकता?

विभाज्यताय 10

आमी 10 घेवया. 8560 10 न विभाज्य आसा? 10 हो 8560 चो फेक्टर आसा काय ना अशें विचारपाची
 ही आनीक एक पद्दत.

ते खातीर आमी 10 च्या गुणाकारांत नमुनो पळोवंक शकतात.

10 चे पयले कांय गुणाकार अशे आसात: 10, 20, 30, 40, ... हो क्रम चालू दवरचो आनी नमुन्याचें
 निरिक्षण करचें.

125 हो 10 चो गुणाकार आसा? हो आंकडो आदल्या अनुक्रमान दिश्टी पडटलो? कित्याक वा
 कित्याक ना?

आतां 8560 10 न विभाज्य आसा जाल्यार जाप दिवंक शकता?

☀ ह्या विधानाचो विचार करात:

10 न विभाज्य जावपी संख्या म्हळ्यार '0' वरवीं सोंपपी आंकडो. तुमकां मान्य आसा?
 5 हो आंकडो आनीक एक आंकडो जाची विभाज्यता सहज तपासून पळोवंक मेळटा. आमी तें
 कशें करतात?

गुणांची वळेरी करून सोद घेयात: 5, 10, 15, 20, 25, ... ह्या आंकड्यां विशीं तुमी कितें निरिक्षण करतात?
 निमाण्या आंकड्यांत तुमकां एक नमुनो दिसता?

399 परस उणो सगळ्यांत व्हडलो आंकडो खंयचो जो 5 न विभाज्य आसा? 8560 5 न विभाज्य आसा?

☀ ह्या विधानाचो विचार करात:

5 न विभाज्य आशिल्ले आंकडे म्हळ्यार '0' वा '5' ह्या दोनूय गजालींनी सोंपपी आंकडो.
 तुमकां मान्य आसा?

विभाज्यताय 2

2 चे पयले कांय गुणाकार अशे आसात 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, ... तुमी कितें निरिक्षण
 करतात? निमाण्या आंकड्यांत तुमकां एक नमुनो दिसता?

682 2 न विभाज्य आसा काय? लांबायेची फाळणी करिनासतना आमी हाची जाप दिवंक शकतात



व्हय?

8560 2 न विभाज्य आसा? कित्याक वा कित्याक ना?

☀ ह्या विधानाचो विचार करात:

2 न विभाज्य जावपी संख्या म्हळ्यार '0', '2', '4', '6' वा '8' ह्या उतरांनी सोंपपी संख्या. तुमकां मान्य आसा?

399 ते 411 हांचे मदीं 2 चे सगळे गुणाकार कितें?



विभाज्यताय 4

एखादो क्रमांक 4 न विभाज्य आसा काय ना तें तपासपय सोंपेपणान करूं येता!

ताचे गुणाकार पळयात: 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, ...

वापरूं येता अशे खंयचेय नमुने पळोवपाक तुमकां शक्य आसा? 10, 5 आनी 2 ह्या गुणांक तांच्या निमाण्या आंकड्यांत एक नमुनो आसता जो आमी विभाज्यताय तपासपाक वापरपाक सक्षम आसात. तशेंच निमाण्या आंकड्या कडेन पळोवन एक आंकडो 4 न विभाज्य आसा काय ना तें आमी तपासून पळोवंक शकतात?

तो शक्य जायना! देखीक 12 आनी 22. तांचो निमाणो आंकडो एकूच आसता, पूण 12 हो 4 चो गुणाकार जाल्यार 22 हो आंकडो ना. तशेंच 14 आनी 24 हांचो निमाणो आंकडो एकूच आसता, पूण 14 हो 4 चो गुणाकार न्हय जाल्यार 24 आसता. तशेंच 16 आनी 26 वा 18 आनी 28. हाचो अर्थ असो की निमाण्या आंकड्या कडेन पळयल्यार एक आंकडो 4 चो गुणाकार आसा काय ना तें सांगपाक मेळना.

आनीक अंक पळोवन आमी प्रस्नाची जाप दिवंक शकतात? 1 ते 200 मदल्या 4 च्या गुणाकारांची वळेरी तयार करात आनी नमुनो सोदून काडात.

☀ 330 ते 340 हांचे मदीं 4 न विभाज्य आशिल्ले क्रमांक सोदून काडात. तशेंच 1730 ते 1740 आनी 2030 आनी 2040 ह्या काळांतले 4 वांटे विभाज्य अशे आंकडे सोदून काडात. तुमी कितें निरिक्षण करतात?

☀ 8536 4 न विभाज्य आसा?

☀ ह्या विधानांचो विचार करात:

1. दिल्ली आंकडो 4 न विभाज्य आसा काय ना हें थारायतना फकत निमाण्या दोन आंकड्यांक म्हत्व आसता.
2. निमाण्या दोन आंकड्यांनी तयार जाल्लो आंकडो 4 न विभाज्य आसल्यार मूळ आंकडो 4 न विभाज्य जाता.
3. मूळ आंकडो 4 न विभाज्य आसल्यार निमाण्या दोन आंकड्यांनी तयार जाल्लो आंकडो 4 न विभाज्य जाता.

तुमकां मान्य आसा? कित्याक वा कित्याक ना?

विभाज्यताय 8

म्हत्वाची गजाल म्हणल्यार 8 वरवीं विभाज्यताय तपासप लेगीत सोंपें करूं येता. हाचे खातीर निमाणे दोन अंक वापरूं येता ?

☀️ 120 ते 140 हांचे मदले 8 न विभाज्य आशिल्ले क्रमांक सोदून काडात. तशेंच 1120 ते 1140 आनी 3120 आनी 3140 हांचे मदले आंकडे सोदून काडात, जे 8 न विभाज्य आसात. तुमी कितें निरिक्षण करतात ?

☀️ 8560 चे निमाणे दोन अंक बदलप जाका लागून परिणामी आंकडो 8 चो गुणाकार.

☀️ ह्या विधानांचो विचार करात:

1. दिल्ली आंकडो 8 न विभाज्य आसा काय ना हें थारायतना फकत निमाण्या तीन आंकड्यांक म्हत्व आसता.
2. निमाण्या तीन आंकड्यांनी तयार जाल्लो आंकडो 8 न विभाज्य आसल्यार मूळ आंकडो 8 न विभाज्य जाता.
3. मूळ आंकडो 8 न विभाज्य आसल्यार निमाण्या तीन अंकांनी तयार जाल्लो आंकडो 8 न विभाज्य जाता.

तुमकां मान्य आसा ? कित्याक वा कित्याक ना ?

आंकड्याचे फेक्टर आसा काय ना हें तपासपाक सदांच लांब विभाजनाची गरज ना हें आमी पळयलां. 10, 5, 2, 4, 8 ह्यो सोप्या पद्दती सोदून काडपा खातीर आमी कांय निरिक्षणांचो उपेग केला. हेर आंकड्यां खातीरूय अश्यो सोप्या पद्दती आमचे कडेन आसात ? उपरांतच्या वर्गांत 3, 6, 7 आनी 9 वरवीं विभाज्यताय तपासपाच्या सोप्या पद्दतींचेर आमी चर्चा करतले !

☀️ सोदून काडप

1. 2024 हें लीप वर्स (फेब्रुवारींत 29 दीस आशिल्ल्यान). लीप वर्सा 4 च्या गुणांक आशिल्ल्या वर्सांनी जातात, पूण 400 न्हय अशीं तीं वर्सां सोडल्यार तीं 100 सारकीं विभाज्य आसतात.
तुमचो जल्म जालो त्या वर्सा सावन आयज मेरेन खंयचीं वर्सां लीप वर्सां आशिल्लीं ?
b. 2024 वर्सा सावन 2099 मेरेन कितलीं लीप वर्सां आसात ?
2. 4 न विभाज्य आशिल्ले आनी पॅलिंड्रोम आशिल्ले सगळ्यांत व्हडले आनी सगळ्यांत ल्हान 4 अंकी क्रमांक सोदून काडात.
3. दरेक विधान सदांच खरें, केन्ना केन्ना खरें वा केन्नाच खरें ना हाचो सोद घेयात आनी सोदून काडात. तुमच्या तर्कशास्त्राक तेंको दिवपा खातीर तुमी उदाहरणां दिवंक शकतात.

गणिताची
गजाल

- क. दोन सम संख्यांचो बेरीज 4 चो गुणाकार दिता.
 ख. दोन विषम संख्यांचो बेरीज 4 चो गुणाकार दिता.
4. सकयल दिल्ल्या दरेक आंकड्याक अ) 10, ब) 5, क) 2 अशें वांटल्यार मेळिल्ले उरिल्ले सोदून काडात.

78, 99, 173, 572, 980, 1111, 2345

5. 14560 हें 2, 4, 5, 8 आनी 10 ह्या सगल्यांनी विभाज्य आसा काय कितें असो प्रस्न शिक्षकान केलो. गुणान हातूंतल्या फकत दोन आंकड्यांनी 14560 ची विभाज्यता तपासली आनी मागीर ती सगळ्यांनी विभाज्य आसा अशें जाहीर केलें. ते दोन आंकडे कितें आसूं येतात?
6. हातूंतलो खंयचो आंकडो 2, 4, 5, 8 आनी 10 ह्या सगल्यांनी विभाज्य आसा: 572, 2352, 5600, 6000, 77622160.
7. दोन आंकडो बरोवप जाचें गुणाकार 10000 आसा. दोनूय आंकड्यांत एककांचो आंकडो म्हूण 0 आसपाक जायना.

5.6 नंबर वांगडा मजा

ह्या पेटयेंत चार आंकडे आसात. खंयचो आंकडो तुमकां खास दिसता? अशें कित्याक म्हणटात?

9	16
25	43

गुणाच्या वर्गमित्रांक कितें सांगचें पडटा तें पळयात:

- कर्णावती म्हणटा, “9 हो एक अंकी आंकडो आशिल्ल्यान तो एक अंकी आंकडो जाल्यार हेर सगळ्यो आंकडो 2 अंकी आंकडो आशिल्ल्यान खास आसा”.
- गुरुप्रीत म्हणटा, “9 खास आसा कारण हो एकूच आंकडो आसा जो 3 चो गुणाकार आसा”.
- मुरुगन म्हणटा, “16 खास आसा कारण हो एकूच सम आंकडो आनी 4 चो एकूच गुणाकार आसा”.
- गोपिका म्हणटा, “25 खास आसा कारण तो 5 चो एकूच गुणाकार आसा”.
- यादन्यिकी म्हणटा, “43 हो खाशेलो कारण तो एकूच प्राईम आंकडो”.
- राधा म्हणटा, “43 विशेष कारण हो एकूच आंकडो जो चौकोन न्हय”.

सकयल दरेक पेटयेंत चार नंबर आशिल्ले कांय पेटी आसात. दर एका पेटये भितर दर एक आंकडो हेरांचे तुळेंत कसो खाशेलो आसा हें सांगपाचो यत्न करात. तुमच्या वर्गमित्रां सांगात आनी तुमी जशीं कारणां दिल्यांत तींच कारणां आनीक कोणें दिल्यात तें सोदून काडात. तुमकां मेळू नाशिल्लीं वेगवेगळीं कारणां कोणें दिल्यांत?!

5	7
12	35

3	8
11	24

27	3
123	31

17	27
44	65

प्राईम कोडे

दावे वटेन आशिल्ली आकृती कोडे दाखयता. उजवे वटेन आशिल्ली आकृती कोड्याचो सोद दाखयता. कोडे सोडोवपा खातीर नेम कितें आसूं येतात हाचो विचार करात.

			75
			42
			102
170	30	63	

5	5	3	75
2	3	7	42
17	2	3	102
170	30	63	

नेम

ग्रीड फकत प्राईम आंकड्यांनी भरचो जाका लागून दरेक पंक्तीचो गुणाकार हो पंक्तीच्या उजवे वटेन आशिल्लो आंकडो आनी दर एका स्तंभाचो गुणाकार स्तंभाच्या सकयल आशिल्लो आंकडो आसता.

			105
			20
			30
28	125	18	

			8
			105
			70
30	70	28	

			63
			27
			190
45	42	171	

			343
			660
			44
28	154	231	

सारांश

- एका आंकड्याक दुस-या आंकड्यान विभाज्य केल्यार दुसऱ्या आंकड्याक पयल्याचो फेक्टर म्हण्टात. देखीक, 4 हो 12 चो फेक्टर आसा कारण 12 हो 4 ($12 \div 4 = 3$).
- **प्राईम आंकडो** 2, 3, 5, 7, 11, अशे आंकडे आसात... जांकां फक्त 1 आनी स्वता अशे दोन फेक्टर आसात.
- **कंपोजिट आंकडो** 4, 6, 8, 9, अशे आंकडे आसात... जातूंत 2 परस चड फेक्टर आसतात, म्हळ्यार 1 सोडून उण्यांत उणें एक फेक्टर आनी स्वता. देखीक, 8 हातूंत 4 आनी 9 हातूंत 3 हो फेक्टर आशिल्ल्यान 8 आनी 9 हे दोनूय फेक्टर कंपोजिट आसात.
- 1 परस चड दर एक आंकडो प्राईम संख्यांचो गुणाकार म्हूण बरोवंक मेळटा. हाका आंकड्याचो **प्राईम फॅक्टरायझेशन** म्हणटात देखीक, $84 = 2 \times 2 \times 3 \times 7$.
- फेक्टराचो क्रम सोडल्यार एका आंकड्याक प्राईमांन गुणाकार करपाचो एकूच मार्ग आसा.
- 1 सोडून हेर कॉमन फेक्टर नाशिल्ल्या दोन आंकड्यांक **सह-प्राईम** अशें म्हणटात.
- दोन क्रमांक सह-प्राईम आसात काय ना तें तपासपा खातीर, आमी पयलीं तांचे प्राईम फेक्टर सोदून काडूंक शकतात आनी एक समान प्राईम फॅक्टर आसा काय ना तें तपासून पळोवंक शकतात. कॉमन प्राईम फॅक्टर नासल्यार ते सह-प्राईम आसतात आनी नाजाल्यार ते नासतात.
- पयल्या आंकड्याचें प्राईम **फॅक्टरायझेशन** दुसऱ्या आंकड्याच्या प्राईम **फॅक्टरायझेशन** आस्पावल्यार संख्या हो दुसऱ्या आंकड्याचो फेक्टर आसता.