

गणित च पैटर्न



0674CH01

1.1 गणित केहू ऐ ?

गणित, बड्डे हिस्से च, प्रतिरूपें दी खोज ऐ, ते स्पष्टीकरण आस्तै जे ओहू पैटर्न की मजूद न। नेहू पैटर्न सच्चें साढ़े चबक्खै मजूद न - कुदरत च, साढ़े घरें ते स्कूलें च, ते सूरज, चन्न ते सतारें दी गति च। ओहू खरीदारी ते रट्टी पकाने कोला लेइयै गेंद सुट्टने ते खेढने तगर, मौसम दे तौर-तरीकें गी समझने ते प्रौद्योगिकी दा उपयोग करने तगर, हर उस चीजै च होंदे न जेहूड़ा अस करने ते दिक्खने आं।

पैटर्न दी खोज ते उं'दा स्पष्टीकरण इक मजेदार ते रचनात्मक कोशश होई सकदी ऐ। इ'यै कारण ऐ जे गणितज्ञ गणित गी इक कला ते विज्ञान दौनें दे रूपै च सोचदे न। इस ब'रै, अस मेद करने आं जे तुसें गी गणितीय प्रतिरूपें दी खोज ते समझने च शामिल रचनात्मकता ते कलात्मकता गी दिक्खने दा मौका थ्होग।

एहू ध्यान रक्खना म्हत्तवपूर्ण ऐ जे गणित दा उद्देश छड़ा एहू पता लाना नेई ऐ जे केहूड़े पैटर्न मजूद न, बल्के ओहू मजूद की न, एहूदे आस्तै स्पष्टीकरण बी ऐ। इस चाल्ली दिर्यें व्याख्याएं दा इस्तेमाल आमतौरें पर उस संदर्भ कोला परें अनुप्रयोगें च कीता जाई सकदा ऐ जेहूदे च उं'दी खोज कीती गेई ही, जेहूड़ी फही मानवता गी अगें बधाने च मदद करी सकदी ऐ।

मसाल आस्तै, तारें, ग्रहें ते उं'दे उपग्रहें दी गति च प्रतिरूपें दी समझ नै मनुक्ख जाति गी गुरुत्वाकर्षण दे सिद्धांत गी विकसत करने आस्तै प्रेरत कीता, जेहूँदे कन्नै अस अपने उपग्रहें गी प्रक्षेपत करने ते चंद्रमा ते मंगल ग्रैह पर राकेट भेजने दी इजाजत दिती; इसै चाल्ली, जीनोम च पैटर्न गी समझने कन्नै रोगें दे निदान ते लाज ते इस चाल्ली दे ज्हारें होरनें उदाहरणें दे च च मदद मिली ऐ।

इसदा पता लाओ

1. क्या तुस होर उदाहरण सोची सकदे ओ जित्थें गणित साढ़े रोजमर्रा दे जीवन च साढ़ी मदद करदा ऐ।
2. गणित नै मानवता गी अगें बधाने च कि'यां मदद कीती ऐ ? (तुस इं'दे च शामिल उदाहरणें दे बारे च सोची सकदे ओ : विज्ञानक प्रयोग करना; साढ़ी अर्थव्यवस्था ते लोकतंत्र गी चलाना; पुलें, घरें जां होर केई औक्खी संरचनाएं दा निर्माण करना; टीवी, मोबाइल फोन, कंप्यूटर, साइकल, ट्रेन, कार, जहाज, कैलेंडर, घड़ियां बगैरा बनाना।

गणित दी
गल्ल

1.2 गिनती च पैटर्न

गणित च होने आहूले सभनें शा बुनियादी पैटर्न च गिनती दे पैटर्न न, बशेश रूप कन्नै पूरी गिनती दे पैटर्न :

0, 1, 2, 3, 4, ...

गणित दी ओहू शाख जेहूँदी पूरी गिनती च प्रतिरूपें दा अध्ययन करदी ऐ, उस्सी संख्या सिद्धांत आखेआ जंदा ऐ।

गिनती अनुक्रम सभनें शा बुनियादी ते सभनें शा आकर्शक किसमें दे पैटर्न बिच्चा न जिं'दा गणितज्ञ अध्ययन करदे न। तालिका 1 किश प्रमुख गिनती अनुक्रमें गी दर्शादी ऐ जिं'दा अध्ययन गणित च कीता जंदा ऐ

तालिका 1: संख्या अनुक्रमें दे उदाहरण

1, 1, 1, 1, 1, 1, ...	(सबै 1 दे)
1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ...	(गिनती संख्या)
1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, ...	(विषम संख्या)
2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, ...	(सम संख्या)
1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, ...	(त्रिकोणीय संख्या)
1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, ...	(वर्ग)
1, 8, 27, 64, 125, 216, ...	(घन)
1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ...	(विराहंका नंबर)
1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, ...	(2 दियां शक्तियां)
1, 3, 9, 27, 81, 243, 729, ...	(3 दियां शक्तियां)

 इसदा पता लाओ

1. क्या तुस टेवल 1 च हर इक अनुक्रम च पैटर्न गी पन्छानी सकदे ?
2. अपनी नोटबुक च टेवल 1 दे हर इक तरतीब गी हर इक तरतीब च अगली त्र'ऊं संख्याएं दे कन्नै परतियै लिखो ! हर इक तरतीब दे परैत्त, अपने शब्दें च लिखो जे तरतीब च गिनतरी बनाने दा नियम केहू ऐ।



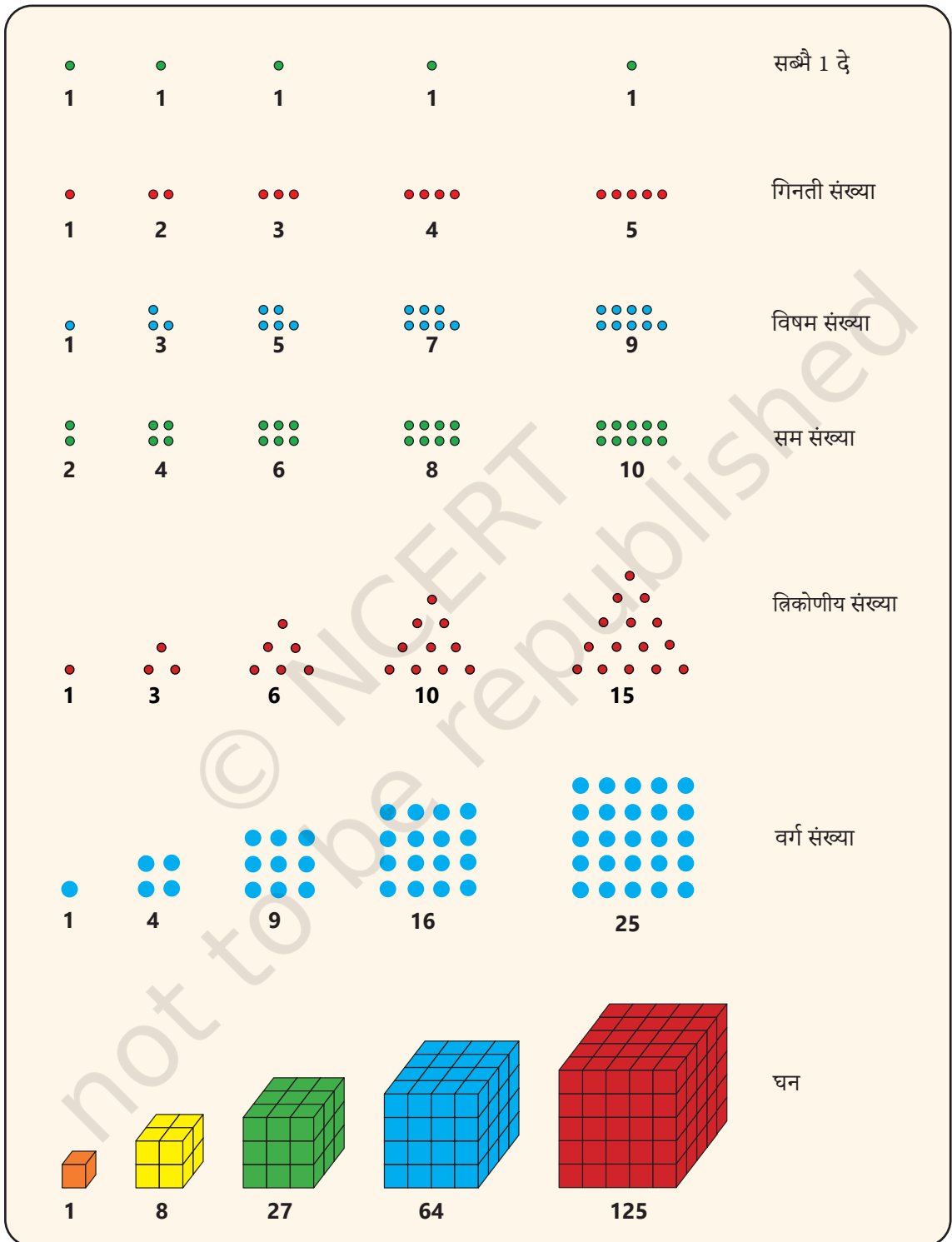
गणित दा
गल्ल

1.3 संख्या अनुक्रमें गी विजुअलाइज़ करना

चित्तरें दा इस्तेमाल करियै केई गिनती अनुक्रमें दी कल्पना कीती जाई सकदी ऐ। चित्तरें जां चित्तरें दे राहें गणितीय वस्तुएं दी कल्पना करना गणितीय प्रतिरूपें ते अवधारणाएं गी समझने दा इक बड़ा गै उपयोगी तरीका होई सकदा ऐ।

चलो निम्नलिखत चित्तरें दा इस्तेमाल करियै तालिका 1 च पैहलें सत्त अनुक्रमें गी दर्शाचै।

तालिका 2: किश गिनती अनुक्रमें दा सचित्तर प्रतिनिधित्व



☀ इसदा पता लाओ

1. हर क्रम च संख्या अनुक्रमें दे चित्तात्मक प्रतिनिधित्वें दी नकल करो अपनी नोटबुक च तालिका 2 च, ते इसदे लेई अगली तस्वीर खींचो ।



2. 1, 3, 6, 10, 15, ... **त्रिकोणीय गिनती** आक्खेआ जंदा ऐ ? की

1, 4, 9, 16, 25, ... **जि'नें गी वर्ग** संख्या जां **वर्ग** आक्खेआ जंदा ऐ ?

1, 8, 27, 64, 125, ... **क्यूब्स** आक्खेआ जंदा ऐ ?

3. तुसें दिक्खेआ होग जे 36 इक त्रिकोणीय गिनती ते वर्ग गिनती दोऐ ऐ ! तां मे 36 बिंदुएं गी त्रिकोण ते इक वर्ग दौनें च पूरी चाल्ली कन्नै व्यवस्थित कीता जाई सकदा ऐ। अपनी नोटबुक च एह्दी मसाल दिंदे होई तस्वीरां बनाओ !

एह् दसदा ऐ जे इक गै गिनती गी बक्खरे तरीके कन्नै दर्शाया जाई सकदा ऐ, ते एह् संदर्भ दी बुनियाद पर बक्ख-बक्ख भूमिकां नभांदे न। किश होरनें नंबरें गी बक्ख-बक्ख तरीकें कन्नै चित्तात्मक रूप कन्नै दर्शाने दी कोशश करो !

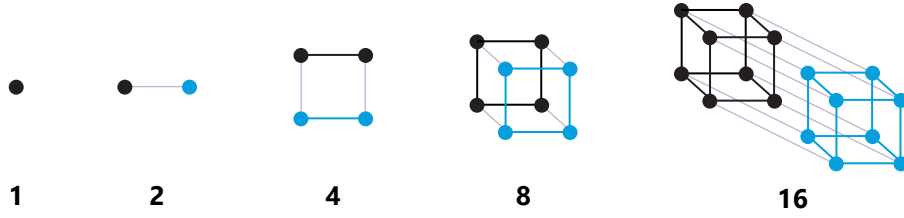
4. तुस निम्नलिखत संख्याएं दी तरतीब गी केहू आखगेओ ?



एह् स्हेई ऐ, उ'नेंगी षट्कोणीय गिनतरी आक्खेआ जंदा ऐ ! इ'नेंगी अपनी नोटबुक च बनाओ। तरतीब च अगली गिनतरी केहू ऐ ?

5. क्या तुस 2 दियें शक्तियें दे अनुक्रम दी कल्पना करने दे सचित्तर तरीकें दे बारे च सोची सकदे ओ ? 3 दियां शक्तियां ?

2 दियें शक्तियें दे बारे च सोचने दा इक मनासब तरीका इत्थै ऐ :



1.4 संख्या अनुक्रमें च सरबंध

कदें-कदें, गिनती अनुक्रम र्हानगी आहूले तरीकें कन्नै बी इक दुए कन्नै सरबंधत होई सकदे न।

उदाहरण: जिसलै अस विषम गिनतरी जोड़ना शुरू करी दिन्नैं आं तां केहू होंदा ऐ ?

$$1 = 1$$

$$1 + 3 = 4$$

$$1 + 3 + 5 = 9$$

$$1 + 3 + 5 + 7 = 16$$

$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25$$

$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 = 36$$

⋮

एहू सच्चें इक शैल पैटर्न ऐ !

☀ ऐसा की होंदा ऐ? क्या तुसंगी लगदा ऐ जे एहू म्हेशां आस्तै होग?

जवाब एहू ऐ जे पैटर्न म्हेशां आस्तै होंदा ऐ। पर कीऽ? जि'यां के पैहू लें दस्सेआ गेआ ऐ, पैटर्न होने दा कारण पैटर्न आंहूगर गै म्हत्तवपूर्ण ते रोमांचक ऐ।

इक तस्वीर इसगी समझाई सकदी ऐ

इक तस्वीर दे कन्नै दिक्खना घटना गी समझाने च मदद करी सकदा ऐ। चेता करो जे वर्ग संख्या इक वर्ग गिड च बिंदुएं दी गिनती करियै बनाई जंदी ऐ।

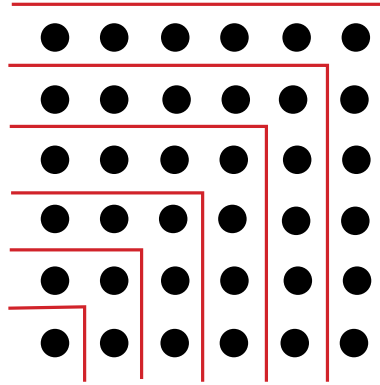
☀ अस इक वर्ग गिड च बिंदुएं गी विषम च किस चाल्ली विभाजित करी सक्रने आं

बिंदुएं दी संख्या: 1, 3, 5, 7, ... ?

अगें पढ़ने शा पैहूलें इक पल आस्तै एहूदे बारे च सोचो !



इत्थै दस्सेआ गेआ ऐ जे एह् कि'यां कीता जाई सकदा ऐ :



एह् तस्वीर हून एह् स्पष्ट करदी ऐ जे

$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 = 36.$$

की जे इस चाल्ली दी तस्वीर कुसै बी अकार दे वर्ग आस्तै बनाई जाई सकदी ऐ, एह् दसदा ऐ जे बेजोड़ संख्याएं गी जोड़ने कन्नै वर्ग गिनतरी की मिलदी ऐ।

☀ इसै चाल्ली दी तस्वीर खिच्चियै क्या तुस दस्सी सकगे जे पैहलियां 10 विषम संख्याएं दा योग केह् ऐ ?

☀ हून इक समान चित्तर दी कल्पना करियै, जां लोडै मताबक इसी आंशिक रूप च बनाइयै, केह् तुस दस्सी सकदे ओ जे पैह्ली 100 विषम संख्याएं दा योग केह् ऐ?

अनुक्रमें दे बिच्च इस चाल्ली दे सरबंध दी इक होर मिसाल:

उप्पर ते ख'ल्ल जोड़ना

चलो निम्नलिखत पैटर्न गी दिक्खचै :

$$1 = 1$$

$$1 + 2 + 1 = 4$$

$$1 + 2 + 3 + 2 + 1 = 9$$

$$1 + 2 + 3 + 4 + 3 + 2 + 1 = 16$$

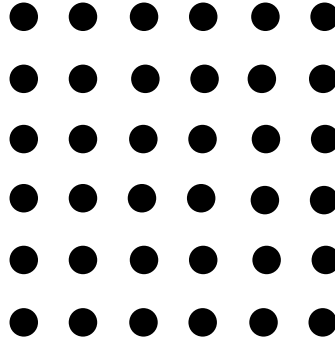
$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 25$$

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 36$$

⋮

अनुक्रमें दे बिच्च इस चाल्ली दे सरबंध दी इक होर मिसाल: उप्पर ते ख'ल्ल जोड़ना

☀ क्या तुसेंगी बी इसी चाल्ली दी चित्रात्मक व्याख्या मिल सकदी ऐ?

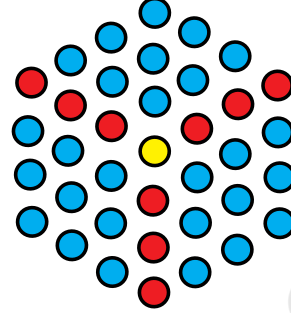
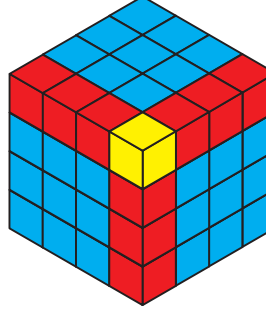


☀ इसदा पता लाओ

1. क्या तुसेंगी इस गल्लै दी इक बराबर सचित्तर व्याख्या मिली सकदी ऐ जे गिनती गिनतरी गी उप्पर - ख'ल्ल की जोड़ना, यानी, $1, 1 + 2 + 2 + 1, 1 + 2 + 3 + 2 + 1, \dots$, वर्ग गिनतरी की दिंदा ऐ ?
2. अपनी तस्वीर दे इक बड्डे संस्करण दी कल्पना करियै जां लोड़ मताबक इसगी आंशक तौरा पर चित्तरत करियै क्या तुस दिक्खी सकदे ओ जे $1 + 2 + 3 + \dots + 99 + 100 + 99 + \dots + 3 + 2 + 1$ दा मुल्ल केहू होग ?
3. जिसलै तुस ऑल 1 दे अनुक्रम गी जोड़ना शुरू करदे ओ तां तुसेंगी केहूड़ा अनुक्रम मिलदा ऐ ? जिसलै तुस ऑल 1 दे अनुक्रम गी उप्पर ते ख'ल्ल जोड़दे ओ तां तुसेंगी केहूड़ा अनुक्रम मिलदा ऐ ?
4. जिसलै तुस गिनतरी, गिनतरी जोड़ना शुरू करदे ओ तां तुसेंगी केहूड़ी तरतीब मिलदी ऐ ? क्या तुस इक लौहूका सचित्तर स्पष्टीकरण देई सकदे ओ ?
5. जिसलै तुस लगातार त्रिकोणीय संख्याएं दे जोड़े जोड़दे ओ तां केहू होंदा ऐ ? ओहू ऐ, $1 + 3, 3 + 6, 6 + 10, 10 + 15, \dots$ तुसेंगी केहूड़ा अनुक्रम मिलदा ऐ ? की ? क्या तुस इसगी इक तस्वीर दे कन्नै समझाई सकदे ओ ?
6. केहू होंदा ऐ जिसलै तुस 1 कन्नै शुरू होइयै 2 दियें शक्तियें गी जोड़ना शुरू करी दिंदे ओ, यानी, $1, 1 + 2, 1 + 2 + 4, 1 + 2 + 4 + 8, \dots$? हून इंदे चा हर इक गिनतरी च 1 जोड़ो - तुसें गी केहूड़ी गिनतरी मिलदी ऐ ? नेहा की होंदा ऐ ?
7. जिसलै तुस त्रिकोणीय संख्याएं गी 6 कन्नै गुणा करदे ओ ते 1 जोड़दे ओ तां केहू होंदा ऐ ? तुसें



- गी केहड़ा अनुक्रम मिलदा ऐ ? क्या तुस इसगी इक तस्वीर दे कन्नै समझाई सकदे ओ ?
8. केह होंदा ऐ जिसलै तुस षट्कोणीय गिनतरी जोड़ना शुरू करी दिंदे ओ, यानी, $1, 1 + 7, 1 + 7 + 19, 1 + 7 + 19 + 37, \dots$? तुसेंगी केहड़ा अनुक्रम मिलदा ऐ ? क्या तुस इक घन दी तस्वीर दा इस्तेमाल करियै इसगी समझाई सकदे ओ ?












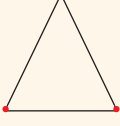
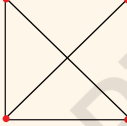
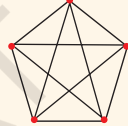
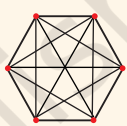




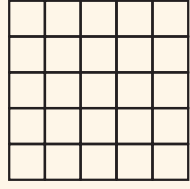



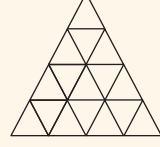
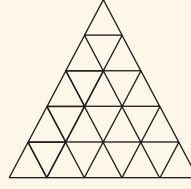

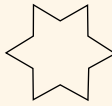
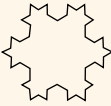
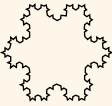
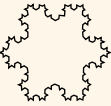
9. तालिका 1 च अनुक्रमें च ते उं'दे बिच्च अपने पैटर्न जां सरबंध तुप्पो । क्या तुस समझाई सकदे ओ जे ओहू इक तस्वीर दे कन्नै जां कुसै होर चाल्ली कन्नै की होंदे न ?

1.5 आकृतियों च पैटर्न

गणित च होने आहूले होर केई म्हत्तवपूर्ण ते बुनियादी पैटर्न अकारें दे पैटर्न न । एहू अकार इक, दो जां त्र'ऊं आयामें (1 डी, 2 डी जां 3 डी) च जां होर बी मते आयामें च होई सकदे न । गणित दी ओहू शाख जेहूड़ी अकारें च प्रतिरूपें दा अध्ययन करदी ऐ, उसी ज्यामिति आक्खेआ जंदा ऐ ।

अकार अनुक्रम इक म्हत्तवपूर्ण किसम दा अकार पैटर्न ऐ जेहू दा गणितज्ञ अध्ययन करदे न । तालिका 3 किश प्रमुख अकार अनुक्रमें गी दर्शादी ऐ जिं'दा अध्ययन गणित च कीता जंदा ऐ ।

तालिका 3: अकार अनुक्रमें दे उदाहरण

				नियमित बहुभुज	
त्रिकोण	चतुर्भुज	पंचकोण	शटकोण		
					
सत्तकोण	अट्ठकोण	नौकोण	दसकोण		
					रेखाचित्र
के2	के3	के4	के5	के6	
					सटैकड बर्ग
					सटैकड त्रिकोण
					कोच स्नोफ्लेक

☀ इसदा पता लाओ

1. क्या तुस तालिका 3 च हर इक अनुक्रम च पैटर्न गी पन्छानी सकदे ओ ?
2. अपनी नोटबुक च तालिका 3 च हर इक तरतीब गी परतियै बनाने दी कोशश करो। क्या तुस हर इक तरतीब च अगला अकार बनाई सकदे ओ ? की जां की नेई ? हर इक अनुक्रम दे परैत्त, अपने शब्दें च दस्सो जे तरतीब च अकार बनाने दा नियम जां पैटर्न केहू ऐ।

गणित दा
गल्ल

1.6 संख्या अनुक्रमें कन्नै सरबंध

आमतौरें पर, अकार दे अनुक्रम हैरानगी आहूले तरीकें कन्नै गिनती अनुक्रमें कन्नै सरबंधत होंदे न। इस चाल्ली दे सरबंध अकार अनुक्रम ते सरबंधत गिनती अनुक्रम दौनें दा अध्ययन करने ते समझने च मददगार होई सकदे न।

उदाहरण: नियमित बहुभुजें दे अकार अनुक्रम च पक्षें दी गिनती 3 थमां शुरू होने आहूली गिनती संख्याएं आसेआ दिती जंदा ऐ, यानी, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, इसै करियै इनें आकृतियें गी बारी-बारी नियमित त्रिकोना, चतुर्भुज (यानी, वर्ग), पंचभुज , षट्भुज , सत्तकोना , अट्टकोना , नौकोना , दसकोना बगैरा आक्खेआ जंदा ऐ।

शब्द 'नियमित' इस तथ्यै गी संदर्भत करदा ऐ जे इनें आकृतियें दी लंबाई बराबर होंदी ऐ ते बराबर 'कोन' बी होंदे न (यानी, भुजां इक्के जनेहियां लभदियां न ते कोनें बी इक्के जनेहे लभदे न)। अस अगले ध्याऽ च कोणें पर मती गैहाई कन्नै चर्चा करगे।

तालिका 3 दे होरनें अकार अनुक्रमें च बी गिनती अनुक्रमें दे कन्नै शैल सरबंध न।

☀ इसदा पता लाओ

1. नियमित बहुभुजें दे अनुक्रम च हर इक आकृति च भुजाएं दी संख्या गिनो। तुसेंगी केहूडा संख्या अनुक्रम मिलदा ऐ? नियमित बहुभुजें दे अनुक्रम च हर इक आकृति च कोनें दी संख्या दे बारे च केहू? क्या तुसेंगी समान संख्या अनुक्रम मिलदा ऐ? क्या तुस समझाई सकदे ओ जे ऐसा की होंदा ऐ?
2. पूर्ण ग्राफ दी तरतीब च हर इक अकार च रेखाएं दी गिनती करो। तुसेंगी केहूडा नंबर अनुक्रम मिलदा ऐ ? क्या तुस समझाई सकदे ओ जे की ?

एह कोशश
करो

3. स्टैक्ड वर्गों दे तरतीब दे हर इक अकार च किन्ने लौहूके वर्ग न ? एहू केहूड़ा नंबर अनुक्रम दिंदा ऐ ? क्या तुस समझाई सकदे ओ जे की ?
4. स्टैक्ड त्रिकोण दी तरतीब दे हर इक आकार च किन्ने लौहूके त्रिकोण न ? एहू केहूड़ा नंबर अनुक्रम दिंदा ऐ ? क्या तुस समझाई सकदे ओ जे की ? (इशारा : अनुक्रम च हर इक आकार च, हर इक पंक्ति च किन्ने त्रिभुज होंदे न ?)
5. इक 'स्पीड बंप' आसेआ बदलाऽ बड़े लौहूके लाइन खंडे दे कन्नै लौहूके ते लौहूके होई जंदे न। कोच स्लोफ्लेक दे हर इक अकार च किन्ने कुल लाइन खंड न ? सरबंधत गिनती अनुक्रम केहू ऐ ? (जवाब ऐ 3, 12, 48, ..., यानी, 4 दी 3 गुना शक्तियां; इस तरतीब गी तालिका 1 च नेई दस्सेआ गोआ ऐ। जियां जियां कोई ऐसा मते कोला मते बारी करदा ऐ,

एहू कोशिश
करो

सारांश

- गणित गी पैटर्न दी खोज ते स्पष्टीकरण दे रूप च दिक्खेआ जाई सकदा ऐ जे ओहू पैटर्न की मजूद न।
- गणित च होने आहू ले सभनें शा बुनियादी पैटर्न च गिनती अनुक्रम न।
- गिनती अनुक्रमें दे किश महत्त्वपूर्ण उदाहरणें च गिनती गिनती, विषम संख्या, सम संख्या, वर्ग संख्या, त्रिकोणीय संख्या, घन संख्या, विराहंका गिनती ते 2 दियां शक्तियां शामिल न।
- कदें-कदें गिनती अनुक्रम शैल ते काबले-जिकर तरीकें कन्नै इक दुए कन्नै सरबंधत होई सकदे न। मसाल आस्तै, 1 कन्नै शुरू होने आहू ली विषम संख्याएं दे अनुक्रम गी जोड़ने कन्नै वर्ग गिनतरी मिलदी ऐ।
- चित्तें दा इस्तेमाल करियै गिनती अनुक्रमें दी कल्पना करने कन्नै अनुक्रमें ते उं दे बिच्च दे संबंधें गी समझने च मदद मिली सकदी ऐ।
- आकार अनुक्रम गणित च इक होर बुनियादी किसम दा पैटर्न ऐ। आकार अनुक्रमें दे किश महत्त्वपूर्ण उदाहरणें च नियमत बहुभुज, पूरा ग्राफ, स्टैक्ड त्रिकोण ते वर्ग ते कोच स्लोफ्लेक पुनरावृत्तियां शामिल न। आकार अनुक्रम बी गिनती अनुक्रमें दे कन्नै केई दिलचस्प सरबंधें गी प्रदर्शत करदे न।