

# মৌলিক সংখ্যা পূর্ব



0674CH05

## ৫.১ সাধারণ গুণিতক এবং সাধারণ গুণনীয়ক



ইডলি-বড়া খেলা

বাচ্চারা বৃত্তাকারে বসে সংখ্যার খেলা খেলে।

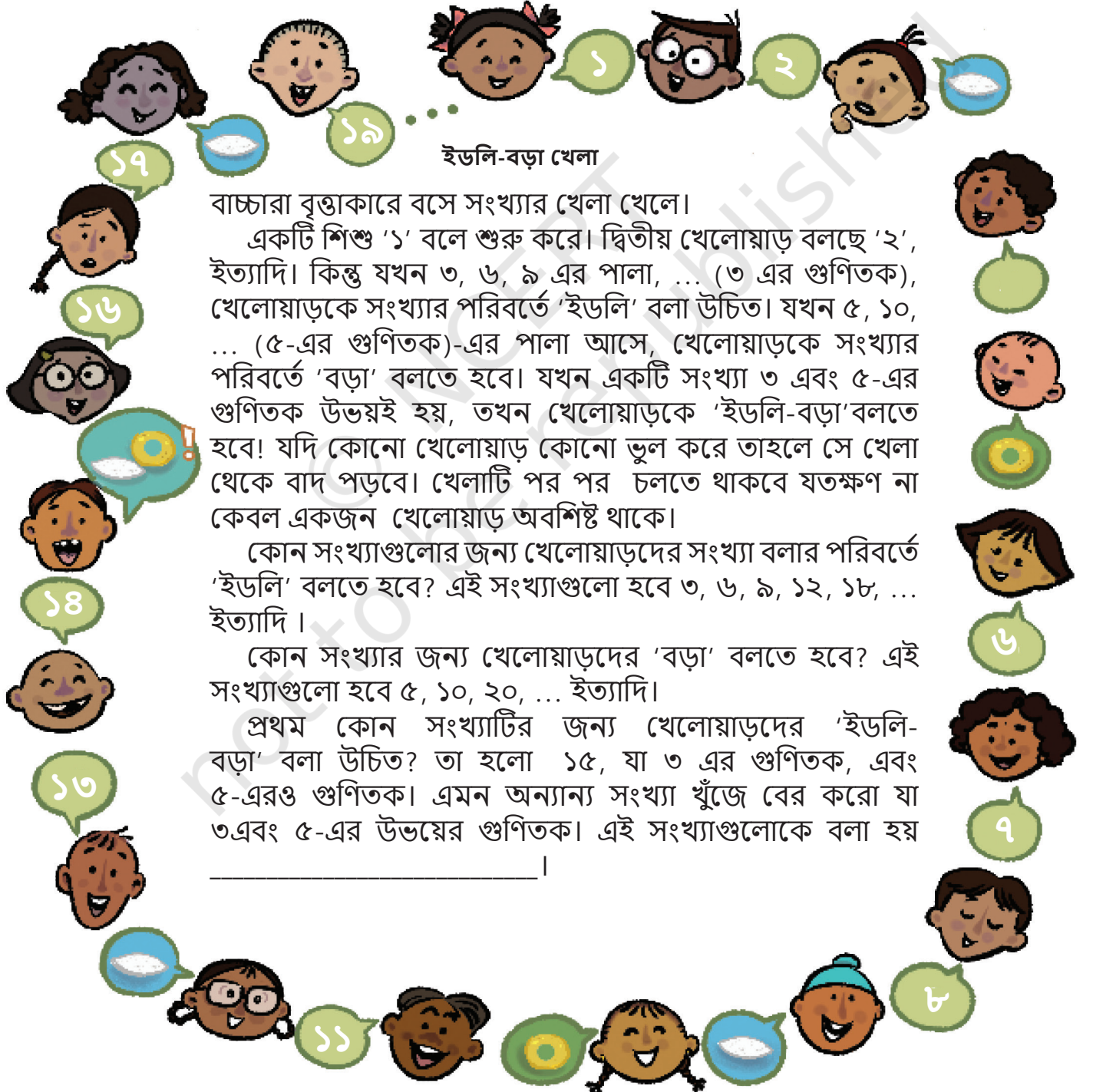
একটি শিশু '১' বলে শুরু করে। দ্বিতীয় খেলোয়াড় বলছে '২', ইত্যাদি। কিন্তু যখন ৩, ৬, ৯ এর পালা, ... (৩ এর গুণিতক), খেলোয়াড়কে সংখ্যার পরিবর্তে 'ইডলি' বলা উচিত। যখন ৫, ১০, ... (৫-এর গুণিতক)-এর পালা আসে, খেলোয়াড়কে সংখ্যার পরিবর্তে 'বড়া' বলতে হবে। যখন একটি সংখ্যা ৩ এবং ৫-এর গুণিতক উভয়ই হয়, তখন খেলোয়াড়কে 'ইডলি-বড়া' বলতে হবে! যদি কোনো খেলোয়াড় কোনো ভুল করে তাহলে সে খেলা থেকে বাদ পড়বে। খেলাটি পর পর চলতে থাকবে যতক্ষণ না কেবল একজন খেলোয়াড় অবশিষ্ট থাকে।

কোন সংখ্যাগুলোর জন্য খেলোয়াড়দের সংখ্যা বলার পরিবর্তে 'ইডলি' বলতে হবে? এই সংখ্যাগুলো হবে ৩, ৬, ৯, ১২, ১৮, ... ইত্যাদি।

কোন সংখ্যার জন্য খেলোয়াড়দের 'বড়া' বলতে হবে? এই সংখ্যাগুলো হবে ৫, ১০, ২০, ... ইত্যাদি।

প্রথম কোন সংখ্যাটির জন্য খেলোয়াড়দের 'ইডলি-বড়া' বলা উচিত? তা হলো ১৫, যা ৩ এর গুণিতক, এবং ৫-এরও গুণিতক। এমন অন্যান্য সংখ্যা খুঁজে বের করো যা ৩ এবং ৫-এর উভয়ের গুণিতক। এই সংখ্যাগুলোকে বলা হয়

\_\_\_\_\_।



## ☀ এটা বের করো

১. দশম বার কত সংখ্যায় 'ইডলি-বড়া' বলা হয়েছে?
২. যদি খেলাটি ১ থেকে ৯০ সংখ্যা পর্যন্ত খেলা হয় তাহলে বের করো:
  - ক. শিশুরা কতবার 'ইডলি' বলবে ( যার মধ্যে 'ইডলি-বড়া' ও অন্তর্ভুক্ত)?
  - খ. শিশুরা কতবার 'বড়া' বলবে ( যার মধ্যে 'ইডলি-বড়া' ও অন্তর্ভুক্ত)?
  - গ. শিশুরা কতবার 'ইডলি-বড়া' বলবে?
৩. যদি খেলাটি ৯০০ সংখ্যা পর্যন্ত খেলা হয়, তাহলে তোমার উত্তরে কী পরিবর্তন আসবে?
৪. এই সংখ্যা কি কোনওভাবে 'ইডলি-বড়া' খেলার সঙ্গে যুক্ত?

**ইঙ্গিত:** কল্পনা করো খেলাটি ৩০ পর্যন্ত খেলা হয়। যদি খেলাটি ৬০ পর্যন্ত খেলা হয় তাহলে চিত্রটি কেমন হবে তা লেখো।



☀ এসো এবার বিভিন্ন জোড়া সংখ্যা দিয়ে 'ইডলি-বড়া' খেলাটি খেলি:

- ক. ২ এবং ৫,
- খ. ৩ এবং ৭,
- গ. ৪ এবং ৬

আমরা ছোট সংখ্যার গুণিতকের জন্য 'ইডলি', বড় সংখ্যার গুণিতকের জন্য 'বড়া' এবং সাধারণ গুণিতকের জন্য 'ইডলি-বড়া' বলবো। যদি খেলাটি ৬০ পর্যন্ত খেলা হয় তবে চিত্র ৫.১-এর অনুরূপ একটি চিত্র আঁকো।

গতকাল, আমরা দুটি সংখ্যা নিয়ে এই খেলাটি খেলেছিলাম। আমরা শেষ পর্যন্ত শুধু 'ইডলি' বা 'ইডলি-বড়া' বলেছি এবং কেউই শুধু 'বড়া' বলেনি।



এর মধ্যে একটি সংখ্যা ছিল ৪

ওহ, কি হতে পারে এই সংখ্যাগুলো!?



☀ নিচের কোনটি অন্য সংখ্যা হতে পারে:

২, ৩, ৫, ৮, ১০?

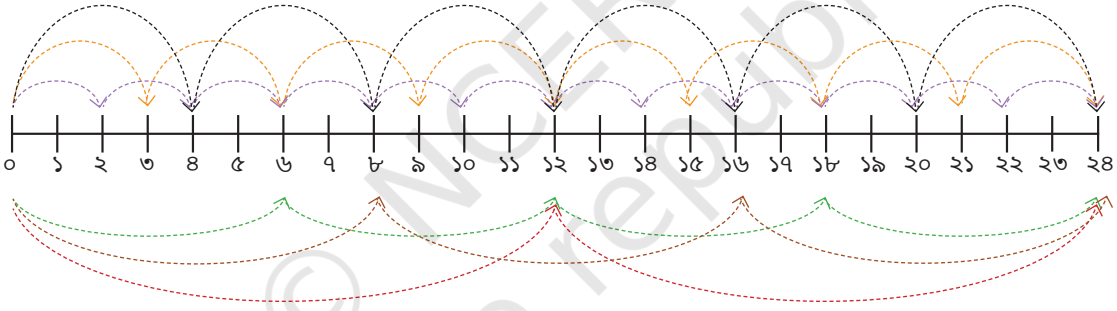
## জাম্প জ্যাকপট

জাম্পি এবং গ্রাম্পি একটি খেলা খেলে।

- গ্রাম্পি কোনো একটি সংখ্যার উপর একটি ধনরাশি স্থাপন করে। উদাহরণস্বরূপ, সে এটি ২৪-এ স্থাপন করতে পারে।
- জাম্পি একটি লাফের আকার বেছে নেয়। যদি সে ৪ বেছে নেয়, তাহলে তাকে ০ থেকে শুরু করে শুধুমাত্র ৪ এর গুণিতকগুলোর উপর লাফাতে হবে।
- জাম্পি ধনরাশি পায় যদি সে সেই গুণিতকে পৌঁছায় যেখানে গ্রাম্পি সেটি স্থাপন করেছে।

জাম্পি কি পরিমাণ লাফালে ২৪ এ পৌঁছাতে পারবে?

যদি সে ৪ বেছে নেয়: জাম্পি  $৪ \rightarrow ৮ \rightarrow ১২ \rightarrow ১৬ \rightarrow ২০ \rightarrow ২৪ \rightarrow ২৮ \rightarrow \dots$  অন্যান্য সফল লাফের আকারগুলি হল ২, ৩, ৬, ৮ এবং ১২।



১ এবং ২৪-এর লাফের সম্পর্কে কী? হ্যাঁ, এরাও ২৪ এ পৌঁছাবে।

১, ২, ৩, ৪, ৬, ৮, ১২, ২৪ এই সবগুলো সংখ্যাই ২৪ কে সম্পূর্ণরূপে ভাগ করে। মনে রাখবে, এই ধরনের সংখ্যাগুলোকে ২৪ এর উৎপাদক বা ভাজক বলা হয়।

গ্রাম্পি খেলার স্তর বাড়িয়ে দেয়। দুটি ভিন্ন সংখ্যায় দুটি ধনরাশি রাখা হয়। জাম্পিকে একটি লাফের আকার বেছে নিতে হবে এবং সেই আকারেই লাফাতে হবে। জাম্পি ধনরাশি তখনই পাবে যদি সে নির্বাচিত লাফের আকারে উভয় সংখ্যাতেই পৌঁছাতে পারে। আগের মতোই, জাম্পি ০ থেকে শুরু করবে।

গ্রাম্পি ১৪ ও ৩৬ সংখ্যায় ধনরাশি রেখেছে। এবং, জাম্পি লাফানোর জন্য ৭ বেছে নেয়।

জাম্পি কি দুটি ধনরাশিতেই পৌঁছাবে? ০ থেকে শুরু করে, সে লাফ দেবে  $৭ \rightarrow ১৪ \rightarrow ২১ \rightarrow ২৮ \rightarrow ৩৫ \rightarrow ৪২ \dots$  আমরা দেখতে পাচ্ছি যে সে ১৪-এ পৌঁছেছে কিন্তু

৩৬-এ পৌঁছায়নি, তাই সে ধনরাশি পায়নি। তাকে লাফের জন্য কোন সংখ্যাটি বেছে নেওয়া উচিত ছিল?

১৪ এর গুণনীয়কগুলো হলো: ১, ২, ৭, ১৪। সুতরাং, তাহলে, এই লাফের আকারগুলি ১৪-এ পৌঁছাবে।

৩৬ এর গুণনীয়কগুলি হলো: ১, ২, ৩, ৪, ৬, ৯, ১২, ১৮ ও ৩৬। এই লাফের আকারগুলি ৩৬-এ পৌঁছাবে।

সুতরাং, ১ বা ২ এর লাফের দূরত্বগুলি ১৪ এবং ৩৬ পৌঁছাবে। লক্ষ্য করো যে, ১ এবং ২ হল ১৪ এবং ৩৬-এর সাধারণ গুণনীয়ক।

যে লাফের আকার ব্যবহার করে উভয় ধনরাশিতেই পৌঁছানো যায়, সেগুলি হল সেই দুটি সংখ্যার সাধারণ উৎপাদক, যে সংখ্যা দুটিতে ধনরাশি রাখা আছে।

☀️ কোন লাফের আকার ১৫ এবং ৩০ উভয়ই পৌঁছাতে পারে? এখানে একাধিক লাফের আকার সম্ভব। সবগুলো খুঁজে বের করার চেষ্টা করো।

☀️ নিচের সারণীটি দেখো। তুমি কী লক্ষ্য করেছো?

৩১	৩২	৩৩	৩৪	৩৫	৩৬	৩৭	৩৮	৩৯	৪০
৪১	৪২	৪৩	৪৪	৪৫	৪৬	৪৭	৪৮	৪৯	৫০
৫১	৫২	৫৩	৫৪	৫৫	৫৬	৫৭	৫৮	৫৯	৬০
৬১	৬২	৬৩	৬৪	৬৫	৬৬	৬৭	৬৮	৬৯	৭০

সারণীতে,

১. ছায়াযুক্ত সংখ্যাগুলোর মধ্যে কি কিছু মিল আছে?
২. বৃত্তাকার সংখ্যার মধ্যে কি কিছু মিল আছে?
৩. কোন সংখ্যাগুলি ছায়াযুক্ত এবং বৃত্তাকার উভয়ই? এই সংখ্যাগুলোকে কী বলা হয়?

☀️ এটা সমাধান করো

১. ৩১০ এবং ৪১০ এর মধ্যে থাকা ৪০-এর সমস্ত গুণিতকগুলি খুঁজে বের করো।

গণিত  
চর্চা



## ৫.২ মৌলিক সংখ্যা

গুণা এবং অংশু তাদের খামারে জন্মানো ডুমুর (আঞ্জির) প্যাক করতে চায়। গুণা প্রতিটি বাক্সে ১২ টি ডুমুর রাখতে চায় এবং অংশু প্রতিটি বাক্সে ৭ টি ডুমুর রাখতে চায়।

কতগুলি ব্যবস্থা করা সম্ভব?

চিন্তা করো এবং বের করো কিভাবে-

১. গুণাআয়তাকারভাবে ১২টি ডুমুর সাজাতে পারে।
২. অংশু আয়তাকারভাবে ৭টি ডুমুর সাজাতে পারে।

গুণা এই সম্ভাবনাগুলি তালিকাভুক্ত করেছে।

প্রতিটি ব্যবস্থায় সারি এবং স্তম্ভের সংখ্যা পর্যবেক্ষণ করো। তারা ১২এর সাথে কীভাবে সম্পর্কিত?

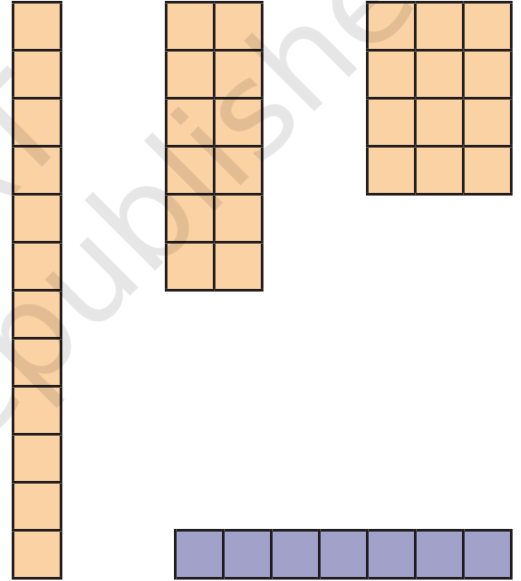
দ্বিতীয় বিন্যাসে, উদাহরণস্বরূপ, ১২টি ডুমুর দুটি স্তম্ভে সাজানো হয়েছে, যেখানে প্রতিটি স্তম্ভে ৬টি করে ডুমুর আছে, অর্থাৎ  $১২ = ২ \times ৬$ । অংশু একটাই ব্যবস্থা করতে পারে:  $৭ \times ১$  বা  $১ \times ৭$ । অন্য কোনো আয়তাকার ব্যবস্থা করা সম্ভব নয়।

গুণার প্রতিটি ব্যবস্থাপনায়, সারির সংখ্যা এবং স্তম্ভের সংখ্যাকে গুণ করলে ১২ পাওয়া যায়। সুতরাং, সারি বা স্তম্ভের সংখ্যা ১২ এর গুণনীয়ক।

আমরা দেখেছি যে ১২সংখ্যাটিকে একাধিক উপায়ে আয়তক্ষেত্রের মধ্যে সাজানো যেতে পারে কারণ ১২এর দুটি বেশি গুণনীয়ক রয়েছে। তবে সংখ্যা ৭ কে শুধুমাত্র একটি উপায়ে সাজানো যায়, কারণ এর শুধু দুটি গুণনীয়ক রয়েছে — ১ এবং ৭।

যে সংখ্যাগুলির শুধুমাত্র দুটি গুণনীয়ক থাকে, সেগুলিকে মৌলিক সংখ্যা বা মৌলিক বলা হয়। এখানে প্রথম কয়েকটি মৌলিক সংখ্যা রয়েছে - ২, ৩, ৫, ৭, ১১, ১৩, ১৭, ১৯। লক্ষ্য করো যে একটি মৌলিক সংখ্যার গুণনীয়কগুলি হল ১ এবং সেই সংখ্যাটি নিজেই।

আর যেসব সংখ্যার দুটি গুণনীয়ক ছাড়া আরও বেশি গুণনীয়ক থাকে, সেগুলিকে যৌগিক সংখ্যা বলা হয়। প্রথম কিছু যৌগিক সংখ্যা হলো — ৪, ৬, ৮, ৯, ১০, ১২, ১৪, ১৫, ১৬, ১৮, ২০।



১-এর সম্পর্কে কী বলা যাবে, যার কেবল একটি গুণনীয়ক আছে? ১ সংখ্যাটি মৌলিক বা যৌগিক সংখ্যা নয়।

☀ ২১ থেকে ৩০ পর্যন্ত কয়টি মৌলিক সংখ্যা আছে? ২১ থেকে ৩০ পর্যন্ত কয়টি যৌগিক সংখ্যা আছে?

**আমরা কি ১ থেকে ১০০ পর্যন্ত সমস্ত মৌলিক সংখ্যাগুলি তালিকাভুক্ত করতে পারি?**

এখানে মৌলিক সংখ্যাগুলি খুঁজে বের করার একটি আকর্ষণীয় উপায় দেওয়া হলো। কেবল নীচের পদক্ষেপগুলি অনুসরণ করো এবং দেখো কী হয়।

**ধাপ ১:** ১-কে কেটে দাও কারণ এটি মৌলিকও নয় এবং যৌগিকও নয়।

**ধাপ ২:** ২-কে বৃত্ত করো এবং তারপর ২ এর সকল গুণিতক যেমন ৪, ৬, ৮ এবং এইরকম সংখ্যাগুলোকে কেটে দাও।

**ধাপ ৩:** তুমি দেখতে পাবে যে পরবর্তী অক্ষত সংখ্যাটি হল ৩। ৩ সংখ্যাটিকে বৃত্ত করো এবং তারপর ৩ এর সকল গুণিতক যেমন ৬, ৯, ১২ এবং এইরকম সংখ্যাগুলোকে কেটে দাও।

**ধাপ ৪:** পরবর্তী অক্ষত সংখ্যাটি হল ৫। ৫ সংখ্যাটিকে বৃত্ত করো

এবং তারপরে ৫-এর সমস্ত গুণিতকগুলি কেটে দাও, অর্থাৎ, ১০, ১৫, ২০ ইত্যাদি।

**ধাপ ৫:** তালিকার সমস্ত সংখ্যা বৃত্তাকার বা কাটা না হওয়া পর্যন্ত এই প্রক্রিয়াটি চালিয়ে যাও।

<del>১</del>	২	৩	<del>৪</del>	৫	<del>৬</del>	৭	<del>৮</del>	<del>৯</del>	<del>১০</del>
১১	<del>১২</del>	১৩	<del>১৪</del>	<del>১৫</del>	১৬	১৭	<del>১৮</del>	১৯	<del>২০</del>
<del>২১</del>	<del>২২</del>	২৩	<del>২৪</del>	<del>২৫</del>	<del>২৬</del>	<del>২৭</del>	<del>২৮</del>	২৯	৩০
৩১	<del>৩২</del>	<del>৩৩</del>	<del>৩৪</del>	<del>৩৫</del>	<del>৩৬</del>	৩৭	<del>৩৮</del>	<del>৩৯</del>	৪০
৪১	<del>৪২</del>	৪৩	<del>৪৪</del>	<del>৪৫</del>	<del>৪৬</del>	৪৭	<del>৪৮</del>	<del>৪৯</del>	৫০
<del>৫১</del>	<del>৫২</del>	৫৩	<del>৫৪</del>	<del>৫৫</del>	<del>৫৬</del>	<del>৫৭</del>	<del>৫৮</del>	৫৯	৬০
৬১	<del>৬২</del>	<del>৬৩</del>	<del>৬৪</del>	<del>৬৫</del>	<del>৬৬</del>	৬৭	<del>৬৮</del>	<del>৬৯</del>	৭০
৭১	<del>৭২</del>	৭৩	<del>৭৪</del>	<del>৭৫</del>	<del>৭৬</del>	<del>৭৭</del>	<del>৭৮</del>	৭৯	৮০
<del>৮১</del>	<del>৮২</del>	৮৩	<del>৮৪</del>	<del>৮৫</del>	<del>৮৬</del>	<del>৮৭</del>	<del>৮৮</del>	৮৯	৯০
<del>৯১</del>	<del>৯২</del>	<del>৯৩</del>	<del>৯৪</del>	<del>৯৫</del>	<del>৯৬</del>	৯৭	<del>৯৮</del>	<del>৯৯</del>	১০০

সব বৃত্তাকার সংখ্যাই মৌলিক সংখ্যা। ১ ছাড়া অন্য সমস্ত কেটে দেওয়া সংখ্যাগুলি হল যৌগিক সংখ্যা। এই পদ্ধতিকে বলা হয় এরাটোসেনিসের চার্ট।

এই পদ্ধতিটি ১০০ টিরও বেশি সংখ্যার জন্যও চালানো যেতে পারে। এরাটোসেনিস ছিলেন একজন গ্রীক গণিতবিদ যিনি প্রায় ২২০০ বছর আগে বেঁচে ছিলেন এবং মৌলিক সংখ্যাগুলি

এটি অবশ্যই কোনো জাদু নয়; এর কাজ করার পেছনে একটি কারণ থাকা উচিত।



তালিকাভুক্ত করার এই পদ্ধতিটি বিকাশ করেছিলেন।

গুনা আর অংশু ভাবে লাগল কেমন করে এই সহজ পদ্ধতিটি মৌলিক সংখ্যা খুঁজে পেতে সক্ষম! ভেবে দেখো এই পদ্ধতি কিভাবে কাজ করে। উপরে দেওয়া পদক্ষেপগুলি আবার পড়ো এবং প্রতিটি পদক্ষেপ সম্পন্ন হওয়ার পরে কী ঘটে তা দেখো।

### ☀ এটা সমাধান করো

১. আমরা দেখতে পাই যে ২ একটি মৌলিক এবং একটি জোড় সংখ্যাও। অন্য কোন জোড় মৌলিক সংখ্যা আছে কি?
২. ১০০ পর্যন্ত প্রাইমের তালিকা দেখো। দুটি ধারাবাহিক মৌলিক সংখ্যার মধ্যে সবচেয়ে ছোট পার্থক্য কত? সবচেয়ে বড় পার্থক্য কত?
৩. আগের পৃষ্ঠার সারণিতে কি প্রতিটি সারিতে সমান সংখ্যক মৌলিক সংখ্যা রয়েছে? কোন দশকে সবচেয়ে কম সংখ্যক মৌলিক সংখ্যা আছে? কোন দশকে সবচেয়ে বেশি সংখ্যক মৌলিক সংখ্যা আছে?

### যুগে যুগে মৌলিক সংখ্যা

প্রাইম সংখ্যা হল সব পূর্ণসংখ্যার মূল উপাদান। গ্রিক সভ্যতার সময় (২০০০ বছরেরও বেশি আগে) থেকে আজ পর্যন্ত, গণিতবিদরা এখনও তাদের রহস্য উদ্ঘাটন করার জন্য গবেষণা করে চলেছেন!

**ভাববার বিষয়:** সবচেয়ে বড় মৌলিক সংখ্যা আছে কি? নাকি প্রাইম সংখ্যার তালিকা শেষ না হয়ে অনন্ত পর্যন্ত চলতে থাকে? ইউক্লিড নামে একজন গণিতবিদ এর উত্তরটি খুঁজে পেয়েছিলেন এবং তুমিও পরবর্তী ক্লাসে শিখবে!

**মজার ঘটনা:** সবচেয়ে বড় যে মৌলিক সংখ্যাটি কেউ লিখে রেখেছেন, সেটি এত বড় যে তা লিখতে প্রায় ৬,৫০০ পৃষ্ঠা লেগে যাবে! তাই তারা এটি কেবল কম্পিউটারের মাধ্যমেই লিখতে পেরেছে।

৪. নিম্নলিখিত সংখ্যাগুলির মধ্যে কোনটি মৌলিক: ২৩, ৫১, ৩৭, ২৬?
৫. ২০ এর চেয়ে ছোট তিনটি মৌলিক সংখ্যার জোড়া লেখো যাদের যোগফল ৫ এর গুণিতক।
৬. ১৩ এবং ৩১ সংখ্যাগুলি হল মৌলিক সংখ্যা। এই উভয় সংখ্যারই একই অঙ্ক ১ এবং ৩ আছে। ১০০ পর্যন্ত এই ধরনের মৌলিক সংখ্যার জোড়া খোঁজো।
৭. ১ থেকে ১০০ এর মধ্যে সাতটি ধারাবাহিক যৌগিক সংখ্যা খোঁজো।
৮. **যমজ মৌলিক** জোড়া হল ২-এর পার্থক্য থাকা মৌলিক জোড়া। উদাহরণস্বরূপ, ৩ এবং ৫ যমজ মৌলিক সংখ্যা। ১৭ এবং ১৯ও তাই। ১ থেকে ১০০ এর মধ্যে অন্যান্য যমজ মৌলিক সংখ্যা খোঁজো।

৯. প্রতিটি উক্তি সত্য না মিথ্যা তা চিহ্নিত করো। ব্যাখ্যা করো।  
 ক. কোন মৌলিক সংখ্যার একক স্থানীয় অঙ্ক ৪ নয়।  
 খ. মৌলিক সংখ্যার গুণফলও মৌলিক সংখ্যা হতে পারে।  
 গ. মৌলিক সংখ্যার কোন উৎপাদক নেই।  
 ঘ. সব জোড় সংখ্যাই যৌগিক সংখ্যা।  
 ঙ. ২ একটি মৌলিক এবং এর পরবর্তী সংখ্যা ৩-ও তাই। অন্য সকল মৌলিক সংখ্যার জন্য, এর পরের সংখ্যাটি যৌগিক।  
 ১০. নিম্নলিখিত সংখ্যাগুলির মধ্যে কোনটি ঠিক, তিনটি ভিন্ন মৌলিক সংখ্যার গুণফল: ৪৫, ৬০, ৯১, ১০৫, ৩৩০?
১১. ২, ৪ এবং ৫ এর প্রতিটি একবার ব্যবহার করে তুমি কয়টি তিন অঙ্কের মৌলিক সংখ্যা তৈরি করতে পারবে?
১২. লক্ষ্য করো যে ৩ একটি মৌলিক সংখ্যা, এবং  $২ \times ৩ + ১ = ৭$  ও একটি মৌলিক সংখ্যা। এমন কি অন্য কোন মৌলিক সংখ্যা আছে যার দ্বিগুণ করে ১ যোগ করলে আরেকটি মৌলিক সংখ্যা পাওয়া যায়? কমপক্ষে পাঁচটি উদাহরণ খোঁজো।

## ৫.৩ ধনরাশি সুরক্ষিত রাখতে সম্পূরক মৌলিক সংখ্যা

### কোন জোড়াগুলি নিরাপদ?

এসো আবার ধনরাশি খোঁজার খেলায় ফিরে যাই। এবার, ধনরাশি দুটি সংখ্যার উপর রাখা হয়েছে। জাম্পি কেবল তখনই ধনরাশি পাবে, যদি সে একই লাফের আকার ব্যবহার করে উভয় সংখ্যায় পৌঁছাতে পারে।

এছাড়াও একটি নতুন নিয়ম রয়েছে— লাফের আকার ১ ব্যবহার করা যাবে না।

☀ গ্রাম্পি ধনরাশি কোথায় রাখবে যাতে জাম্পি উভয় ধনরাশিতে পৌঁছাতে না পারে?

গ্রাম্পি যদি ১২ এবং ২৬-এ ধন রাখে, তাহলে কি কাজ করবে? না! কারণ যদি লাফের আকার ২ নেওয়া হয়, তবে জাম্পি উভয় ১২ ও ২৬-এ পৌঁছে যাবে।

তাহলে ৪ এবং ৯ কেমন হবে? জাম্পি ১ ছাড়া অন্য কোনো লাফের আকার ব্যবহার করে উভয় সংখ্যায় পৌঁছাতে পারবে না।

সুতরাং, গ্রাম্পি জানে যে ৪ এবং ৯ একটি নিরাপদ জোড়সংখ্যা। এই জোড়াগুলি নিরাপদ কিনা তা পরীক্ষা করো:

- ক. ১৫ ও ৩৯                      খ. ৪ ও ১৫  
 গ. ১৮ ও ২৯                      ঘ. ২০ ও ৫৫

নিরাপদ জোড়সংখ্যাগুলোর বিশেষত্ব কী? এদের ১ ছাড়া কোনো সাধারণ গুণনীয়ক নেই। যদি দুটি সংখ্যার ১ ছাড়া অন্য কোনো সাধারণ গুণনীয়ক না থাকে, তবে তাদের সম্পূরক মৌলিক সংখ্যা বলা হয়। **যেমন:** ১৫ এবং ৩৯-এর একটি সাধারণ গুণনীয়ক ৩ রয়েছে, তাই তারা সম্পূরক মৌলিক সংখ্যা নয়। কিন্তু ৪ এবং ৯ হল সম্পূরক মৌলিক সংখ্যা।

☀ নিচের কোন জোড়া সংখ্যা সম্পূরক মৌলিক সংখ্যা?

- ক. ১৮ ও ৩৫      খ. ১৫ ও ৩৭      গ. ৩০ ও ৪১৫  
ঘ. ১৭ ও ৬৯      ঙ. ৮১ ও ১৮

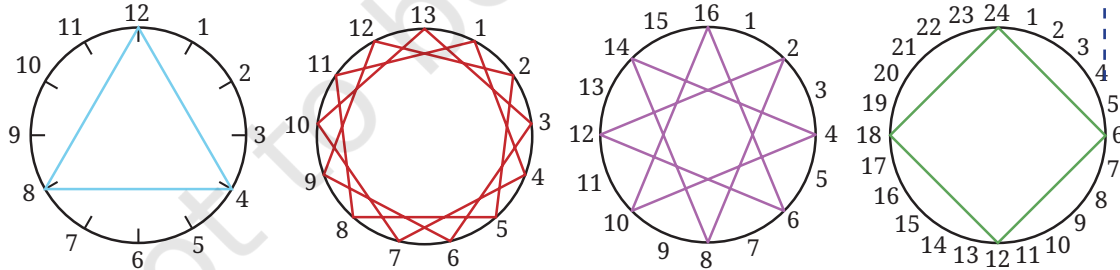
☀ বিভিন্ন সংখ্যার জোড়া নিয়ে 'ইডলি-বড়া' খেলার সময়, অংশু কিছু মজার জিনিস লক্ষ্য করল!

- কখনও কখনও প্রথম সাধারণ গুণিতক দুটি সংখ্যার গুণফলের সমান ছিল।
- অন্য সময় প্রথম সাধারণ গুণিতক দুটি সংখ্যার গুণফলের চেয়ে কম ছিল।

উপরের প্রত্যেকটির জন্য উদাহরণ খুঁজে বের করো। এটি সম্পূরক মৌলিক সংখ্যা জোড়ার সাথে কীভাবে সম্পর্কিত?

### সম্পূরক মৌলিক সংখ্যার শিল্প

☀ নিচের সুতো দিয়ে তৈরি শিল্পটি লক্ষ্য করো। প্রথম চিত্রে ১২টি পিন রয়েছে এবং সুতোটি প্রতিটি চতুর্থ পিনের সাথে বাঁধা (আমরা বলি যে সুতোর ফাঁক ৪)। দ্বিতীয় চিত্রে ১৩টি পিন রয়েছে এবং সুতোর ফাঁক ৩। অন্য চিত্রগুলির কি হবে? এই ছবিগুলি দেখো, তোমার পর্যবেক্ষণ ভাগ করে নাও এবং ক্লাসে আলোচনা করো।



কিছু চিত্রে,, সুতোটি প্রতিটি পিনের সাথে বাঁধা। কিছু চিত্রে, তা বাঁধা হয়নি। এটি কি দুটি সংখ্যার (পিনের সংখ্যা এবং থ্রেড-ফাঁক) সম্পূরক মৌলিক সংখ্যা হওয়ার সাথে সম্পর্কিত?

গণিত  
চর্চা

গণিত  
চর্চা

নিচের জন্য এই ধরনের ছবি তৈরি করো

ক. ১৫টি পিন ১০ এর সুতো-ফাঁক

গ. ১৪টি পিন, ৬ এর সুতো-ফাঁক

খ. ১০টি পিন, ৭ এর সুতো-ফাঁক

ঘ. ৮ টি পিন, ৩ এর সুতো-ফাঁক

## ৫.৪ মৌলিক উৎপাদকের বিশ্লেষণ

দুটি সংখ্যা সম্পূরক মৌলিক কিনা তা পরীক্ষা করো

শিক্ষক: ৫৬এবং ৬৩কি সম্পূরক মৌলিক সংখ্যা ?

অংশ ও গুণা: যদি ১ ছাড়া তাদের অন্য কোনো সাধারণ উৎপাদক থাকে, তাহলে তারা সম্পূরক মৌলিক নয়। এসো, পরীক্ষা করে দেখা যাক।

অংশ: আমি ৫৬ লিখতে পারি =  $১৪ \times ৪$  এবং  $৬৩ = ২১ \times ৩$ । সুতরাং, ১৪ এবং ৪ হলো ৫৬ এর গুণনীয়ক। আরও, ২১ এবং ৩ হলো ৬৩-এর গুণনীয়ক। তাই, এখানে কোনো সাধারণ গুণনীয়ক নেই। এই সংখ্যাগুলো সম্পূরক মৌলিক সংখ্যা।

গুণা: অপেক্ষা করো। আমি ৫৬ লিখতে পারি =  $৭ \times ৮$  এবং  $৬৩ = ৯ \times ৭$ । আমরা দেখছি যে ৭ উভয় সংখ্যার একটি গুণনীয়ক, তাই, তারা সম্পূরক মৌলিক সংখ্যা নয়।

সত্যিই গুণা সঠিক বলেছে, কারণ ৭ একটি সাধারণ গুণনীয়ক।

☀ কিন্তু অংশ কোথায় ভুল করেছে?

$৫৬ = ১৪ \times ৪$  লেখাটি আমাদের বলে যে ১৪ এবং ৪ উভয়ই ৫৬ এর উৎপাদক, কিন্তু এটি ৫৬ এর সমস্ত উৎপাদক বলে না। ৬৩ এর উৎপাদকের ক্ষেত্রেও একই কথা প্রযোজ্য।

অন্য একটি উদাহরণ দাও: ৮০ এবং ৬৩। উভয় সংখ্যাকেই উৎপাদকে বিশ্লেষণ করার অনেক উপায় আছে।

$$৮০ = ৪০ \times ২ = ২০ \times ৪ = ১০ \times ৮ = ১৬ \times ৫ = ???$$

$$৬৩ = ৯ \times ৭ = ৩ \times ২১ = ???$$

আমরা '???' লিখেছি বোঝাতে যে এই সংখ্যাগুলিকে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করার আরও উপায় থাকতে পারে। কিন্তু যদি আমরা প্রদত্ত যেকোনো উৎপাদকে বিশ্লেষণ করি, উদাহরণস্বরূপ,  $৮০ = ১৬ \times ৫$  এবং  $৬৩ = ৯ \times ৭$ , তাহলে কোনও সাধারণ উৎপাদক নেই। আমরা কি এই সিদ্ধান্তে পৌঁছাতে পারি যে ৮০ এবং ৬৩ সম্পূরক মৌলিক? উপরের অংশে অংশের ভুল যেমন দেখায়, আমরা এই সিদ্ধান্তে পৌঁছাতে পারি না কারণ সংখ্যাগুলিকে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করার অন্য উপায়ও থাকতে পারে। এর অর্থ হল দুটি সংখ্যা সম্পূরক মৌলিক কিনা তা পরীক্ষা করার জন্য আমাদের আরও পদ্ধতিগত পদ্ধতির প্রয়োজন।

## মৌলিক উৎপাদকে বিশ্লেষণ

একটি সংখ্যা নাও, যেমন ৫৬। এটি যৌগিক, যেমন আমরা দেখেছি যে এটিকে  $৫৬ = ৮ \times ৭$  হিসাবে লেখা যেতে পারে। সুতরাং, ৮ এবং ৭ উভয়ই ৫৬ এর উৎপাদক। এবার এর মধ্যে একটি নাও, ধরো ১৪। এটিও যৌগিক এবং  $১৪ = ২ \times ৭$  হিসাবে লেখা যেতে পারে। সুতরাং  $৫৬ = ৮ \times ২ \times ৭$ । এখন, ৮ যৌগিক এবং  $৮ = ২ \times ২$  হিসাবে লেখা যায়। অতএব,  $৫৬ = ২ \times ২ \times ২ \times ৭$ । এখানে প্রদর্শিত সমস্ত উৎপাদক, ২ এবং ৭, মৌলিক সংখ্যা। সুতরাং, আমরা এগুলিকে আর ভাগ করতে পারি না।

উপসংহারে, আমরা ৫৬ কে মৌলিক সংখ্যার গুণফল হিসাবে লিখেছি। এটিকে ৫৬ এর মৌলিক উৎপাদকে বিশ্লেষণ বলা হয়। পৃথক উৎপাদকগুলিকে মৌলিক উৎপাদক বলা হয়। উদাহরণস্বরূপ, ৫৬ এর মৌলিক উৎপাদক হল ২ এবং ৭।

১ এর বেশি প্রতিটি সংখ্যারই একটি মৌলিক উৎপাদকে বিশ্লেষণ আছে।

ধারণাটি একই: যৌগিক সংখ্যাগুলিকে উৎপাদকে ভেঙে ফেলো যতক্ষণ না কেবল মৌলিক সংখ্যা অবশিষ্ট থাকে।

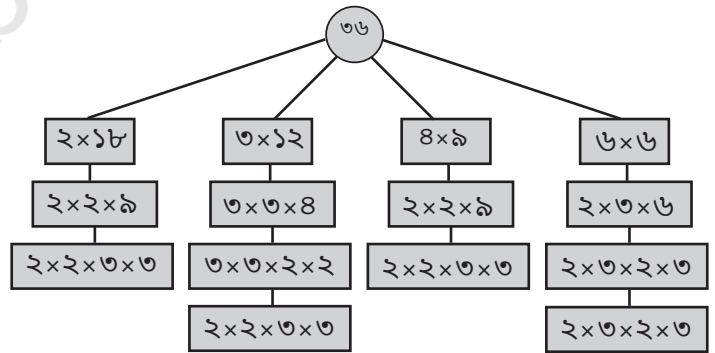
সংখ্যা ১ এর কোনও মৌলিক উৎপাদকে বিশ্লেষণ নেই। এটি কোনও মৌলিক সংখ্যা দ্বারা বিভাজ্য নয়।

৭-এর মতো একটি মৌলিক সংখ্যার মৌলিক উৎপাদককরণ কত? এটি কেবল ৭ (আমরা এটিকে আরও ভাঙতে পারি না)।

এসো আমরা আরও কয়েকটি উদাহরণ দেখি।

বিভিন্ন উপায়ে ৬৩ সংখ্যাটিকে ভেঙে আমরা  $৩ \times ৩ \times ৭$  এবং  $৩ \times ৭ \times ৩$  হিসাবে লিখেছি। তারা কি আলাদা? ঠিক তা নয়! উভয় ক্ষেত্রেই একই মৌলিক সংখ্যা ৩ এবং ৭ রয়েছে। তাই দুইবার এবং ৭ একবার আসে।

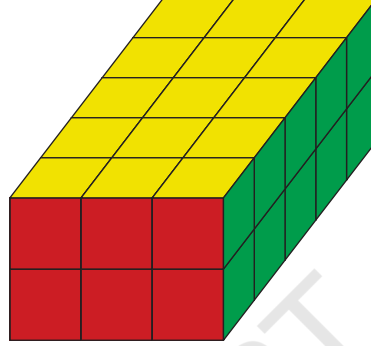
এখানে, তুমি ৬৩ এর মৌলিক উৎপাদকে বিশ্লেষণের চারটি ভিন্ন উপায় দেখতে পাচ্ছে। লক্ষ্য করো যে চারটি ক্ষেত্রেই, আমরা দুটি ২ এবং দুটি ৩ পাই। এখানে, চারটি ক্ষেত্রেই গুণ করে দেখো, তুমি ৬৩ পাবে।



যে কোনও সংখ্যার জন্য, এটি একটি উল্লেখযোগ্য সত্য যে কেবলমাত্র একটি

মৌলিক উৎপাদকে বিশ্লেষণ রয়েছে, কেবল মৌলিক উৎপাদকগুলি বিভিন্ন ক্রমে আসতে পারে। যেমন আমরা নীচে ব্যাখ্যা করি, ক্রমটি তেমন গুরুত্বপূর্ণ নয়। যাইহোক, যেমন আমরা এই উদাহরণগুলিতে দেখেছি, মৌলিক উৎপাদকে পৌঁছানোর অনেক উপায় আছে!

**ক্রমের কি গুরুত্ব আছে?**



এই চিত্রটি ব্যবহার করে,

তুমি কি ব্যাখ্যা করতে পারো কেন  $30 = 2 \times 3 \times 5$ , তুমি ২, ৩ এবং ৫ কে যেভাবেই গুণ করো না কেন? সংখ্যাকে গুণ করার সময়, আমরা যেকোনো ক্রমে তা করতে পারি। শেষে ফলাফল একই থাকে। সেইজন্য, যখন দুটি ২ এবং দুটি ৩ যেকোনো ক্রমে গুণ করা হয়, তখন আমরা ৩৬ পাই। পরবর্তী ক্লাসে, আমরা এটিকে গুণের পরিবর্তনশীলতা এবং সংযোজনশীলতা নামে অধ্যয়ন করব।

সুতরাং, ক্রমটি গুরুত্বপূর্ণ নয়। সাধারণত আমরা মৌলিক সংখ্যাগুলিকে ক্রমবর্ধমান ক্রমে লিখি। উদাহরণস্বরূপ,  $225 = 3 \times 3 \times 5 \times 5$  অথবা  $30 = 2 \times 3 \times 5$ ।

**দুটি সংখ্যার গুণফলের মৌলিক উৎপাদকে বিশ্লেষণ**

যখন আমরা কোনো সংখ্যার মৌলিক উৎপাদক বের করি, তখন প্রথমে এটিকে দুটি সংখ্যার গুণফল হিসাবে লিখি। উদাহরণস্বরূপ,  $42 = 12 \times 3$  তারপর, আমরা প্রতিটি উৎপাদকের মৌলিক উৎপাদক বের করি। উপরের উদাহরণে,  $12 = 2 \times 2 \times 3$  এবং  $3 = 3$ । এখন, তুমি কি বলতে পারবে ৪২ এর মৌলিক উৎপাদক কী? মূল

সংখ্যার মৌলিক উৎপাদক একসাথে লিখে পাওয়া যায়।

$$42 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 7$$

এটাকে আমরা এভাবেও লিখতে পারি  $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$ . গুণ করে পরীক্ষা করো যে তুমি আবার ৭২ পাচ্ছে কি না! পর্যবেক্ষণ করো প্রতিটি মৌলিক গুণনীয়ক কতবার ৭২-এর গুণনীয়কের মধ্যে উপস্থিত রয়েছে।  
এটি ১২ এবং ৬-এর উৎপাদক বিশ্লেষণে একসাথে কতবার ঘটে তার সাথে তুলনা করো।

### ☀ এটা সমাধান করো

১. নিম্নলিখিত সংখ্যাগুলির মৌলিক গুণনীয়ক খুঁজে বের করো: ৬৪, ১০৪, ১০৫, ২৪৩, ৩২০, ১৪১, ১৭২৮, ৭২৯, ১০২৪, ১৩৩১, ১০০০।
২. একটি সংখ্যার মৌলিক উৎপাদকে বিশ্লেষণে একটি ২, দুটি ৩, এবং একটি ১১ আছে। সংখ্যাটি কী?
৩. তিনটি মৌলিক সংখ্যা খুঁজে বের করো, যারা সবাই ৩০-এর কম, এবং যাদের গুণফল ১৯৫৫।
৪. প্রথমে গুণ না করে এই সংখ্যাগুলোর মৌলিক উৎপাদকে বিশ্লেষণ করো  
ক.  $৫৬ \times ২৫$  খ.  $১০৮ \times ৭৫$  গ.  $১০০০ \times ৮১$
৫. ক্ষুদ্রতম সংখ্যা কোনটি যার মৌলিক উৎপাদকে বিশ্লেষণ রয়েছে:  
ক. তিনটি ভিন্ন মৌলিক সংখ্যা আছে?  
খ. চারটি ভিন্ন মৌলিক সংখ্যা আছে?

মৌলিক গুণনীয়করণ সংখ্যাতত্ত্বের অধ্যয়নে মৌলিক গুরুত্বপূর্ণ। এসো দুটি উপায় নিয়ে আলোচনা করি যেখানে এটি উপকারী হতে পারে।

### দুটি সংখ্যা সম্পূরক মৌলিক কিনা তা পরীক্ষা করতে মৌলিক উৎপাদকে বিশ্লেষণ ব্যবহার করা

এসো আমরা আবার ৫৬ এবং ৬৩ সংখ্যা দুটি নিই। আমরা কীভাবে পরীক্ষা করতে পারি যে তারা সম্পূরক মৌলিক কিনা? আমরা উভয় সংখ্যার মৌলিক উৎপাদকে বিশ্লেষণ ব্যবহার করতে পারি —

$$৫৬ = ২ \times ২ \times ২ \times ৭ \text{ এবং } ৬৩ = ৩ \times ৩ \times ৭$$

এখন, আমরা দেখি যে ৭ হল ৫৬ এবং ৬৩ উভয়েরই একটি মৌলিক গুণনীয়ক। তাই, ৫৬ এবং ৬৩ সম্পূরক মৌলিক নয়।

তাহলে ৮০ এবং ৬৩-এর কী হবে? তাদের মৌলিক গুণনীয়করণ নিম্নরূপ:

$$৮০ = ২ \times ২ \times ২ \times ২ \times ৫ \text{ এবং } ৬৩ = ৩ \times ৩ \times ৭$$

কোনো সাধারণ মৌলিক গুণনীয়ক নেই। আমরা কি এটা সিদ্ধান্ত নিতে পারি যে তারা সম্পূরক মৌলিক? ধরা যাক তাদের একটি যৌগিক সাধারণ গুণনীয়ক আছে। এই যৌগিক সাধারণ গুণনীয়কের মৌলিক গুণনীয়কগুলো কি ৮০ এবং ৬৩-এর মৌলিক উৎপাদক বিশ্লেষণ করে দেখা যাবে?

অতএব, আমরা বলতে পারি যে যদি কোনও সাধারণ মৌলিক গুণনীয়ক না থাকে তাহলে সংখ্যা দুটি হল সম্পূরক মৌলিক।

এসো আমরা কিছু উদাহরণ দেখি।

**যেমন:** ৪০ এবং ২৩১ সংখ্যাগুলি বিবেচনা করো। এদের মৌলিক উৎপাদকীকরণ নিম্নরূপ:

$$৪০ = ২ \times ২ \times ২ \times ৫ \text{ এবং } ২৩১ = ৩ \times ৭ \times ১১$$

আমরা দেখি যে ৪০ এবং ২৩১ উভয়কে ভাগ করার মতো কোনো সাধারণ মৌলিক সংখ্যা নেই। প্রকৃতপক্ষে, ৪০-এর মৌলিক গুণনীয়ক হল ২ এবং ৫, আর ২৩১-এর মৌলিক গুণনীয়ক হল ৩, ৭ এবং ১১। তাই, ৪০ এবং ২৩১ পরস্পর মৌলিক!

**যেমন:** ২৪২ এবং ১৯৫ বিবেচনা করো। তাদের মৌলিক উৎপাদকীকরণ নিম্নরূপ:

$$২৪২ = ২ \times ১১ \times ১১ \text{ এবং } ১৯৫ = ৩ \times ৫ \times ১৩$$

২৪২ এর মৌলিক উৎপাদক হল ২ এবং ১১। ১৯৫ এর মৌলিক উৎপাদক হল ৩, ৫ এবং ১৩। কোন সাধারণ মৌলিক উৎপাদক নেই। অতএব, ২৪২ এবং ১৯৫ পরস্পর মৌলিক।

### একটি সংখ্যা অন্য সংখ্যা দ্বারা বিভাজ্য কিনা তা পরীক্ষা করার জন্য মৌলিক উৎপাদকীকরণ ব্যবহার করা

আমরা বলতে পারি যে যদি একটি সংখ্যা অন্য একটি সংখ্যা দ্বারা বিভাজ্য হয়, তাহলে দ্বিতীয় সংখ্যাটির মৌলিক উৎপাদক বিশ্লেষণ প্রথম সংখ্যাটির মৌলিক উৎপাদক বিশ্লেষণের মধ্যে অন্তর্ভুক্ত থাকে।

আমরা বলি যে ৪৮, ১২ দ্বারা বিভাজ্য কারণ যখন আমরা ৪৮ কে ১২ দ্বারা ভাগ করি, তখন ভাগশেষ শূন্য হয়। আমরা কীভাবে দীর্ঘ বিভাজন না করে এক সংখ্যা অন্য সংখ্যা দ্বারা বিভাজ্য কিনা তা পরীক্ষা করতে পারি?

**যেমন:** ১৬৮ কি ১২ দ্বারা বিভাজ্য? উভয়ের মৌলিক গুণনীয়ক খুঁজে বের করো:

$$১৬৮ = ২ \times ২ \times ২ \times ৩ \times ৭ \text{ এবং } ১২ = ২ \times ২ \times ৩$$

যেহেতু আমরা যে কোনও ক্রমে গুণ করতে পারি, এখন এটি স্পষ্ট যে,

$$১৬৮ = ২ \times ২ \times ৩ \times ২ \times ৭ = ১২ \times ১৪$$

অতএব, ১৬৮, ১২ দ্বারা বিভাজ্য।

**যেমন:** ৭৫ কি ২১ দ্বারা বিভাজ্য? উভয়ের মৌলিক গুণনীয়ক খুঁজে বের করো

$$৭৫ = ৩ \times ৫ \times ৫ \text{ এবং } ২১ = ৩ \times ৭$$



ছোট সংখ্যার গুণনীয়ক খুঁজে বের করা সহজ। কিন্তু বড় সংখ্যার গুণনীয়ক কীভাবে খুঁজে বের করবো?

এসো ৮৫৬০ নিই। এর কি ২ থেকে ১০ পর্যন্ত কোনো গুণনীয়ক আছে (২, ৩, ৪, ৫, ..., ৯, ১০)?

দীর্ঘ বিভাজন না করে এই সংখ্যাগুলোর মধ্যে কিছু গুণনীয়ক আছে কিনা তা পরীক্ষা করা সহজ। তুমি কি সেগুলো খুঁজে বের করতে পারো?

## ১০ দ্বারা বিভাজ্যতা

এসো আমরা ১০ সংখ্যাটি নিই। ৮৫৬০ কি ১০ দ্বারা বিভাজ্য? এটি আরেকভাবে জিজ্ঞাসা করার অর্থ হলো, ১০ কি ৮৫৬০-এর একটি গুণনীয়ক?

এর জন্য, আমরা ১০-এর গুণিতকগুলোর মধ্যে একটি নির্দিষ্ট ধারা খুঁজে দেখতে পারি। ১০-এর প্রথম কয়েকটি গুণিতক হলো: ১০, ২০, ৩০, ৪০, ... এই ধারা চালিয়ে যাও এবং এর মধ্যে থাকা নিয়ম লক্ষ্য করো।

১২৫ কি ১০-এর একটি গুণিতক? এই সংখ্যা কি আগের ধারার মধ্যে উপস্থিত হবে? কেন বা কেন নয়?

এখন কি তুমি বলতে পারো যে ৮৫৬০ কি ১০ দ্বারা বিভাজ্য?

☀ এই বিবৃতিটি বিবেচনা করো:

যে সংখ্যাগুলি ১০ দ্বারা বিভাজ্য হয় সেগুলি '০' দিয়ে শেষ হয়। তুমি কি একমত?



## ৫ দ্বারা বিভাজ্যতা

৫ সংখ্যাটি আরেকটি সংখ্যা যার বিভাজ্যতা সহজেই পরীক্ষা করা যায়। আমরা এটা কিভাবে করব?

গুণিতকগুলি তালিকাভুক্ত করে অন্বেষণ করো: ৫, ১০, ১৫, ২০, ২৫, ... তুমি এই সংখ্যাগুলির মধ্যে কী লক্ষ্য করলে? এই সংখ্যাগুলির শেষ অঙ্কে কী ধরনের একটি তুমি কী লক্ষ্য করেন? তুমি দেখতে পাচ্ছে?

৩৯৯ এর চেয়ে ছোট সবচেয়ে বড় সংখ্যা কী যা ৫ দ্বারা বিভাজ্য? ৮৫৬০ কি ৫ দ্বারা বিভাজ্য?

☀ এই বিবৃতিটি বিবেচনা করো:

৫ দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যাগুলি হল '০' বা '৫' দিয়ে শেষ হয়। তুমি কি একমত?



## ২ দ্বারা বিভাজ্যতা

২-এর প্রথম কয়েকটি গুণিতক হল ২, ৪, ৬, ৮, ১০, ১২, ১৪, ১৬, ১৮, ২০ ...

তুমি কী লক্ষ্য করলে? তুমি কি শেষ সংখ্যায় একটি নকশা দেখতে পাচ্ছে?

৬৮২ কি ২ দ্বারা বিভাজ্য? দীর্ঘ বিভাজন না করে আমরা কি এর উত্তর দিতে পারি?

৮৫৬০ কি ২ দ্বারা বিভাজ্য? কেন বা কেন নয়?

☀ এই বিবৃতিটি বিবেচনা করো:

২ দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যাগুলি হল '০', '২', '৪', '৬' বা '৮' দিয়ে শেষ হয়।

তোমারও কি একমত?

৩৯৯ এবং ৪১১-এর মধ্যে ২ এর সমস্ত গুণিতক কত?



## ৪ দ্বারা বিভাজ্যতা

একটি সংখ্যা ৪ দ্বারা বিভাজ্য কি না, তা পরীক্ষা করাও সহজ!

এর গুণিতকগুলি দেখো: ৪, ৮, ১২, ১৬, ২০, ২৪, ২৮, ৩২, ...

তুমি ব্যবহার করা যেতে পারে এমন কোনও নিদর্শন পর্যবেক্ষণ করতে সক্ষম? ১০, ৫ এবং ২ এর গুণিতকগুলির তাদের শেষ অঙ্কগুলিতে একটি প্যাটার্ন রয়েছে যা আমরা বিভাজনযোগ্যতা পরীক্ষা করতে ব্যবহার করতে সক্ষম। একইভাবে, আমরা কি শেষ অঙ্কটি দেখে ৪ দ্বারা একটি সংখ্যা বিভাজ্য কিনা তা পরীক্ষা করতে পারি?

এটিকাজ করে না! ১২ এবং ২২ এর দিকে তাকাও। তাদের শেষ অঙ্ক একই, কিন্তু ১২ হল ৪-এর গুণিতক, আর ২২ নয়। একইভাবে, ১৪ এবং ২৪-এর শেষ অঙ্ক একই, কিন্তু ১৪ হল না ৪-এর গুণিতক, অথচ ২৪ হল। একইভাবে, ১৬ এবং ২৬ বা ১৮ এবং ২৮-এর ক্ষেত্রেও একই ব্যাপার ঘটে।

এর অর্থ হলো, শুধুমাত্র শেষ সংখ্যা দেখে আমরা বলতে পারি না যে একটি সংখ্যা ৪-এর গুণিতক কি না।

আমরা কি আরও সংখ্যার দিকে তাকিয়ে উত্তর খুঁজে বের করতে পারি? ১ থেকে ২০০ এর মধ্যে ৪-এর গুণিতকগুলোর একটি তালিকা তৈরি করো এবং কোনো নির্দিষ্ট ধারা খুঁজে দেখো।

☀ ৩৩০ এবং ৩৪০ এর মধ্যে সংখ্যাগুলি দেখো যা ৪ দ্বারা বিভাজ্য। এছাড়াও, ১৭৩০ এবং ১৭৪০ এবং ২০৩০ এবং ২০৪০ এর মধ্যে সংখ্যাগুলি সন্ধান করো, যা ৪ দ্বারা বিভাজ্য। তুমি কী পর্যবেক্ষণ করলে?

☀ ৮৫৩৬ কি ৪ দ্বারা বিভাজ্য?

☀ এই বিবৃতিগুলি বিবেচনা করো:

১. প্রদত্ত সংখ্যাটি ৪ দ্বারা বিভাজ্য কিনা তা সিদ্ধান্ত নেওয়ার সময় কেবল শেষ দুটি সংখ্যা গুরুত্বপূর্ণ।
২. যদি শেষ দুটি অঙ্ক দ্বারা গঠিত সংখ্যাটি ৪ দ্বারা বিভাজ্য হয়, তবে মূল সংখ্যাটি ৪ দ্বারা বিভাজ্য।
৩. যদি মূল সংখ্যাটি ৪ দ্বারা বিভাজ্য হয়, তবে শেষ দুটি সংখ্যা দ্বারা গঠিত সংখ্যাটি ৪ দ্বারা বিভাজ্য হয়।

তুমি কি একমত? কেন বা কেন নয়?

## ৮ দ্বারা বিভাজ্যতা

মজার বিষয় হল, এমনকি ৮ দ্বারা বিভাজ্যতা পরীক্ষা করা সহজ। শেষ দুটি সংখ্যা কি এর জন্য ব্যবহার করা যেতে পারে?

☀️ ১২০ থেকে ১৪০ এর মধ্যে যে সংখ্যাগুলি ৮ দ্বারা বিভাজ্য তা খুঁজে বের করো। এছাড়াও, ১১২০ থেকে ১১৪০ এবং ৩১২০ থেকে ৩১৪০ এর মধ্যে যে সংখ্যাগুলি ৮ দ্বারা বিভাজ্য তা খুঁজে বের করো। তুমি কী পর্যবেক্ষণ করলে?

☀️ ৮৫৬০-এর শেষ দুটি অঙ্ক পরিবর্তন করো যাতে ফলাফলটি ৮ দ্বারা বিভাজ্য হয়

☀️ এই বিবৃতিগুলি বিবেচনা করো:

১. প্রদত্ত সংখ্যাটি ৮ দ্বারা বিভাজ্য কিনা তা সিদ্ধান্ত নেওয়ার সময় কেবল শেষ তিনটি সংখ্যা গুরুত্বপূর্ণ।
  ২. যদি শেষ তিনটি অঙ্ক দ্বারা গঠিত সংখ্যাটি ৮ দ্বারা বিভাজ্য হয়, তবে মূল সংখ্যাটি ৪ দ্বারা বিভাজ্য।
  ৩. যদি মূল সংখ্যাটি ৮ দ্বারা বিভাজ্য হয়, তবে শেষ তিনটি অঙ্ক দ্বারা গঠিত সংখ্যাটি ৮ দ্বারা বিভাজ্য হয়।
- তুমি কি একমত? কেন বা কেন নয়?

আমরা দেখেছি যে একটি সংখ্যা একটি ফ্যাক্টর কিনা তা পরীক্ষা করার জন্য সর্বদা দীর্ঘ বিভাজনের প্রয়োজন হয় না। আমরা ১০, ৫, ২, ৪, ৮-এর জন্য সহজ পদ্ধতি নিয়ে আসার জন্য কিছু পর্যবেক্ষণ ব্যবহার করেছি। অন্যান্য সংখ্যার জন্যও কি আমাদের এত সহজ পদ্ধতি আছে? আমরা পরবর্তী ক্লাসগুলিতে ৩, ৬, ৭ এবং ৯ দ্বারা বিভাজ্যতা পরীক্ষা করার সহজ পদ্ধতিগুলি নিয়ে আলোচনা করবো!

## ☀️ এটা সমাধান করো

১. ২০২৪ একটি অধিবর্ষ (যেহেতু ফেব্রুয়ারিতে ২৯ দিন রয়েছে)। অধিবর্ষ এমন বছরগুলিতে ঘটে যা ৪ এর গুণিতক, সেই বছরগুলি ব্যতীত যা ১০০ দ্বারা সমানভাবে বিভাজ্য হয় তবে ৪০০ নয়।
  - ক. তোমার জন্মের বছর থেকে আজ পর্যন্ত অধিবর্ষ কত ছিল?
  - খ. ২০২৪ সাল থেকে ২০৯৯ সাল পর্যন্ত অধিবর্ষ কয়টি?
২. ৪ দ্বারা বিভাজ্য এবং একই সাথে পালিনড্রোম সংখ্যাগুলির মধ্যে সর্ববৃহৎ ও সর্বক্ষুদ্র ৪-অঙ্কের সংখ্যা খুঁজে বের করো।
৩. অনুসন্ধান করো এবং খুঁজে বের করো যে প্রতিটি বিবৃতি সর্বদা সত্য, কখনও কখনও সত্য, নাকি কখনও সত্য নয়। তোমার যুক্তিকে সমর্থন করার জন্য উদাহরণ দিতে পারো।

গণিত  
চর্চা

- ক. দুটি জোড় সংখ্যার যোগফল ৪-এর গুণিতক হয়।  
 খ. দুটি বিজোড় সংখ্যার যোগফল ৪-এর গুণিতক হয়।
৪. নিম্নলিখিত সংখ্যাগুলির প্রত্যেকটিকে ক) ১০, খ) ৫, গ) ২ দ্বারা ভাগ করা হলে প্রাপ্ত অবশিষ্টাংশগুলি সন্ধান করো।

৭৮, ৯৯, ১৭৩, ৫৭২, ৯৮০, ১১১১, ২৩৪৫

৫. শিক্ষক জিজ্ঞাসা করলেন যে ১৪৫৬০ সংখ্যা ২, ৪, ৫, ৮ এবং ১০ দ্বারা বিভাজ্য কিনা। গুণা শুধুমাত্র এই সংখ্যা গুলোর মধ্যে দুটি দ্বারা বিভাজ্যতা পরীক্ষা করেই ঘোষণা করলো যে এটি সবগুলোর দ্বারাই বিভাজ্য। সেই দুটি সংখ্যা কী হতে পারে?
৬. নিম্নলিখিত সংখ্যা গুলোর মধ্যে কোনগুলি ২, ৪, ৫, ৮ এবং ১০ দ্বারা বিভাজ্য: ৫৭২, ২৩৫২, ৫৬০০, ৬০০০, ৭৭৬২২১৬০।

৭. দুটি সংখ্যা লেখো যাদের গুণফল ১০০০০, তবে এই দুটি সংখ্যার এককের অঙ্ক শূন্য হতে পারবে না।

## ৫.৬ সংখ্যা নিয়ে মজা করা

### বিশেষ সংখ্যা

এই বাক্সে চারটি সংখ্যা আছে। কোন সংখ্যাটি তোমার কাছে বিশেষ বলে মনে হয়? তুমি কেন এমন বলছো?

৯	১৬
২৫	৪৩

গুনার সহপাঠীরা কী শেয়ার করেছে তা দেখো:

- কর্ণাবতী বলে, "৯ বিশেষ কারণ এটি এক অঙ্কের সংখ্যা, আর বাকিগুলি দুই অঙ্কের সংখ্যা।"
- গুরুপ্রীত বলে, "৯ বিশেষ কারণ এটি একমাত্র সংখ্যা যা ৩-এর গুণিতক।"
- মুরুগান বলে, "১৬ হল বিশেষ কারণ এটি একমাত্র জোড় সংখ্যা এবং ৪ এর একমাত্র গুণিতক।"
- গোপিকা বলে, "২৫ বিশেষ কারণ এটি ৫-এর একমাত্র গুণিতক।"
- য্যাডনিকী বলে, "৪৩ বিশেষ কারণ এটি একমাত্র মৌলিক সংখ্যা।"
- রাধা বলে, "৪৩ বিশেষ কারণ এটি একমাত্র সংখ্যা যা বর্গ সংখ্যা নয়।"

☀️ নিচে কিছু বাক্স দেওয়া রয়েছে, প্রতিটি বাক্সে চারটি সংখ্যা আছে। প্রতিটি বাক্সের মধ্যে দেখো, কিভাবে প্রতিটি সংখ্যা অন্যগুলোর তুলনায় বিশেষ। তোমার সহপাঠীদের সাথে ভাগ করে নাও এবং দেখো, কে কে তোমার মতো একই কারণ দিয়েছে। কেউ কি এমন ভিন্ন কারণ দিয়েছে যা তোমার মনে আসেনি?!



৫	৭
১২	৩৫

৩	৮
১১	২৪

২৭	৩
১২৩	৩১

১৭	২৭
৪৪	৬৫

### একটি মৌলিক সংখ্যার ধাঁধা

বাম দিকের চিত্রটি ধাঁধাটি দেখায়। ডানদিকের চিত্রটি ধাঁধার সমাধান দেখায়। ধাঁধা সমাধানে কী কী নিয়ম হতে পারে ভেবে দেখো।



			৭৫
			৪২
			১০২
১৭০	৩০	৬৩	

৫	৫	৩	৭৫
২	৩	৭	৪২
১৭	২	৩	১০২
১৭০	৩০	৬৩	

### নিয়ম

ছকটি কেবল মৌলিক সংখ্যা দিয়ে পূরণ করো যাতে প্রতিটি সারির গুণফল ডান পাশে দেওয়া সংখ্যার সমান হয় এবং প্রতিটি স্তম্ভের গুণফল নিচে দেওয়া সংখ্যার সমান হয়।

			১০৫
			২০
			৩০
২৮	১২৫	১৮	

			৮
			১০৫
			৭০
৩০	৭০	২৮	

			৬৩
			২৭
			১৯০
৪৫	৪২	১৭১	

			৩৪৩
			৬৬০
			৪৪
২৮	১৫৪	২৩১	

## সারাংশ

- যে সংখ্যা অন্য সংখ্যা দ্বারা বিভাজ্য, সেই দ্বিতীয় সংখ্যাকে প্রথমটির উৎপাদক বলা হয়। উদাহরণস্বরূপ, ৪ হল ১২-এর একটি উৎপাদক কারণ ১২, ৪ দ্বারা বিভাজ্য ( $১২ \div ৪ = ৩$ )
- মৌলিক সংখ্যা হল ২, ৩, ৫, ৭, ১১, ... এর মতো সংখ্যা যাদের শুধুমাত্র দুটি উৎপাদক রয়েছে, যথা ১ এবং সেই সংখ্যা নিজেই।
- যৌগিক সংখ্যা হল ৪, ৬, ৮, ৯, ... এর মতো সংখ্যা যাদের ২টির বেশি উৎপাদক রয়েছে, অর্থাৎ ১ এবং নিজেদের ছাড়াও অন্তত একটি উৎপাদক রয়েছে। উদাহরণস্বরূপ, ৮ এর উৎপাদক ৪ আছে এবং ৯ এর উৎপাদক ৩ আছে, তাই ৮ এবং ৯ উভয়ই যৌগিক।
- ১ এর বেশি প্রতিটি সংখ্যাকে মৌলিক সংখ্যার গুণফল হিসাবে লেখা যেতে পারে। এটিকে সংখ্যার মৌলিক উৎপাদকে বিশ্লেষণ বলা হয়। উদাহরণস্বরূপ,  $৮৪ = ২ \times ২ \times ৩ \times ৭$ ।
- উৎপাদকগুলির ক্রম ব্যতীত, কোনও সংখ্যাকে মৌলিক সংখ্যায় উৎপাদক করার একটি মাত্র উপায় রয়েছে।
- দুটি সংখ্যা যা ১ ব্যতীত অন্য কোনও সাধারণ উৎপাদক নেই, তাদের সম্পূরক মৌলিকসংখ্যা বলা হয়।
- দুটি সংখ্যা সম্পূরক মৌলিক কিনা তা পরীক্ষা করার জন্য, আমরা প্রথমে তাদের মৌলিক উৎপাদকে বিশ্লেষণ করে খুঁজে বের করতে পারি এবং দেখতে পারি কোনও সাধারণ মৌলিক উৎপাদক আছে কিনা। যদি কোনও সাধারণ মৌলিক উৎপাদক না থাকে তবে তারা সম্পূরক মৌলিক, অন্যথায় তারা নয়।
- একটি সংখ্যা অন্য একটি সংখ্যার উৎপাদক হয় যদি প্রথম সংখ্যার মৌলিক উৎপাদকে বিশ্লেষণ দ্বিতীয় সংখ্যার মৌলিক উৎপাদকে বিশ্লেষণের মধ্যে অন্তর্ভুক্ত করা হয়।